

L2. – Esercizi su: *Logica dei predicati*.Esercizio L2.1

In un opportuno linguaggio della logica dei predicati, siano H, K simboli di predicato e x, y, z variabili individuali. Si stabilisca se

$$((\exists x)H(x)) \rightarrow ((\exists y)K(y)) \models (\exists z)(H(z) \rightarrow K(z)).$$

Esercizio L2.2

Si esprimano le premesse

- (i) Ogni numero primo è un numero irriducibile;
- (ii) 24 non è un numero primo;

in un opportuno linguaggio della logica dei predicati e si stabilisca, motivando la risposta, se è corretto trarne la deduzione che

- (iii) 24 non è un numero irriducibile.

Esercizio L2.3

Si esprimano le premesse

- (i) Tutti quelli che devono prendere il treno e sono in ritardo devono correre;
- (ii) Paolo deve prendere il treno;
- (iii) Paolo non è in ritardo;

in un opportuno linguaggio della logica dei predicati e si stabilisca, motivando la risposta, se è corretto trarne la deduzione che

- (iv) Paolo non deve correre.

Esercizio L2.4

Sia

$$\varphi := (\exists x)(\forall y)(P(x) \rightarrow P(y));$$

$$\psi := (\exists y)(\forall x)(P(x) \rightarrow P(y)).$$

Si dica, motivando la risposta:

- (i) se ψ è conseguenza logica di φ ;
- (ii) se φ e ψ sono logicamente equivalenti.

Esercizio L2.5

Siano x, y, z variabili individuali, P un simbolo di predicato unario e Q un simbolo di predicato binario. Si stabilisca se

$$(\forall x)\neg(\exists z)(Q(x, z) \rightarrow P(x)) \models (\exists y)(Q(y, y) \wedge \neg P(y)).$$

Esercizio L2.6

Si consideri un linguaggio \mathcal{L} per la logica dei predicati al quale appartengono un simbolo di funzione g di arietà 1, un simbolo di predicato P di arietà 2, un simbolo di predicato Q di arietà 1 e due variabili individuali x, y . Si trasformi la seguente formula ben formata di \mathcal{L} in forma di Skolem:

$$((\forall x)\neg((\forall y)P(x, y))) \wedge (((\exists x)\neg Q(x)) \vee ((\forall x)Q(x) \rightarrow (\exists y)P(g(y), y))).$$

Esercizio L2.7

Siano x, y variabili individuali, P un simbolo di predicato binario e Q un simbolo di predicato unario. Si stabilisca se

$$(\forall x)\neg(\exists y)(P(x, y) \rightarrow Q(x)) \models (\exists x)(P(x, x) \wedge \neg Q(x)).$$

Esercizio L2.8

Si esprimano le premesse

(i) Tutti quelli che hanno sete e non hanno i soldi per comprarsi una bibita bevono l'acqua del rubinetto;

(ii) Paolo ha sete;

(iii) Paolo ha i soldi per comprarsi una bibita;

in un opportuno linguaggio della logica dei predicati e si stabilisca, motivando la risposta, se è corretto trarne la deduzione che

(iv) Paolo non beve l'acqua del rubinetto.

Esercizio L2.9

Si esprimano le premesse

- (i) Tutti gli aderenti al “Club dei Cattivi Soggetti” sono ladri o mentitori;
- (ii) Chi è iscritto alle “Giovani Marmotte” non mente mai;
- (iii) Lupetto è iscritto alle “Giovani Marmotte” e aderisce al “Club dei Cattivi Soggetti”;

in un opportuno linguaggio della logica dei predicati e si stabilisca, motivando la risposta, se è corretto trarne la deduzione che

- (iv) Lupetto è un ladro.

Esercizio L2.10

In un opportuno linguaggio della logica dei predicati, siano P, Q simboli di predicato e a, b, c variabili individuali. Si stabilisca se

$$((\exists a)P(a)) \rightarrow ((\exists b)Q(b)) \models (\exists c)(P(c) \rightarrow Q(c)) .$$

Esercizio L2.11

Siano

$$\varphi := (\exists x)(\forall y)(Q(x) \rightarrow Q(y)); \quad \psi := (\exists y)(\forall x)(Q(x) \rightarrow Q(y)).$$

Si dica, motivando la risposta:

- (i) se ψ è conseguenza logica di φ ;
- (ii) se φ e ψ sono logicamente equivalenti.

Esercizio L2.12

Siano x, y, z variabili individuali, P un simbolo di predicato unario e R un simbolo di predicato binario. Si stabilisca se

$$(\forall x)\neg(\exists y)(R(x, y) \rightarrow P(x)) \models (\exists x)(R(x, x) \wedge \neg P(x)).$$

Esercizio L2.13

Si esprimano le premesse

- (i) Chi non è maschio è femmina;
- (ii) Ogni maschio invidia qualche femmina;
- (iii) Andrea non invidia alcuna femmina;

in un opportuno linguaggio della logica dei predicati e si stabilisca, motivando la risposta, se è corretto trarne la deduzione che

- (iv) Andrea è una femmina.

Esercizio L2.14

Si esprimano le premesse

- (i) Tutti gli aderenti al “Club dei Cattivi Soggetti” sono ladri o mentitori;
- (ii) Chi è iscritto alle “Giovani Marmotte” non mente mai;
- (iii) Lupetto è iscritto alle “Giovani Marmotte” e non è un ladro;

in un opportuno linguaggio della logica dei predicati e si stabilisca, motivando la risposta, se è corretto trarne la deduzione che

- (iii) Lupetto non aderisce al “Club dei Cattivi Soggetti”.

Esercizio L2.15

Si esprimano le premesse

- (i) Tutti quelli che hanno sostenuto l’esame e hanno sbagliato l’esercizio di logica sono stati respinti;
- (ii) Paolo ha sostenuto l’esame;
- (iii) Paolo non ha sbagliato l’esercizio di logica;

in un opportuno linguaggio della logica dei predicati e si stabilisca, motivando la risposta, se è corretto trarne la deduzione che

- (iv) Paolo non è stato respinto.

Esercizio L2.16

Si esprimano le premesse

- (i) Tutti quelli che salgono sull’autobus e non hanno un valido titolo di viaggio devono comprare un biglietto dal guidatore;
- (ii) Paolo sale sull’autobus;
- (iii) Paolo ha un valido titolo di viaggio;

in un opportuno linguaggio della logica dei predicati e si stabilisca, motivando la risposta, se è corretto trarne la deduzione che

- (iv) Paolo non deve comprare alcun biglietto dal guidatore.

Esercizio L2.17

Si esprimano le premesse

- (i) Ogni numero irriducibile è un numero primo;
- (ii) 24 non è un numero irriducibile;

in un opportuno linguaggio della logica dei predicati e si stabilisca, motivando la risposta, se è corretto trarne la deduzione che

- (iii) 24 non è un numero primo.