

## METODI DI ANALISI DI STRUTTURE IN ZONA SISMICA

I metodi di analisi delle strutture in zona sismica possono essere di tipo lineare e non lineare, statica e dinamica. In relazione a ciò, vengono classificati come segue:

1. analisi statica lineare;
2. analisi statica non lineare;
3. analisi dinamica lineare;
4. analisi dinamica non lineare.

La principale differenza fra i primi due metodi ed i restanti sta nel fatto che l'equilibrio viene trattato staticamente nei casi 1. e 2. (ovvero applicando al modello strutturale sistemi di forze equivalenti simulanti gli effetti dell'azione sismica), dinamicamente nei 3. e 4. (ovvero per sovrapposizione modale o per integrazione diretta delle equazioni del moto).

### 1. ANALISI STATICA LINEARE

L'uso dell'analisi statica equivalente è motivato dall'osservazione di seguito commentata in relazione ad un semplice portale, riprodotto dinamicamente un sistema ad un solo grado di libertà, ma facilmente estendibile anche a sistemi più complessi.

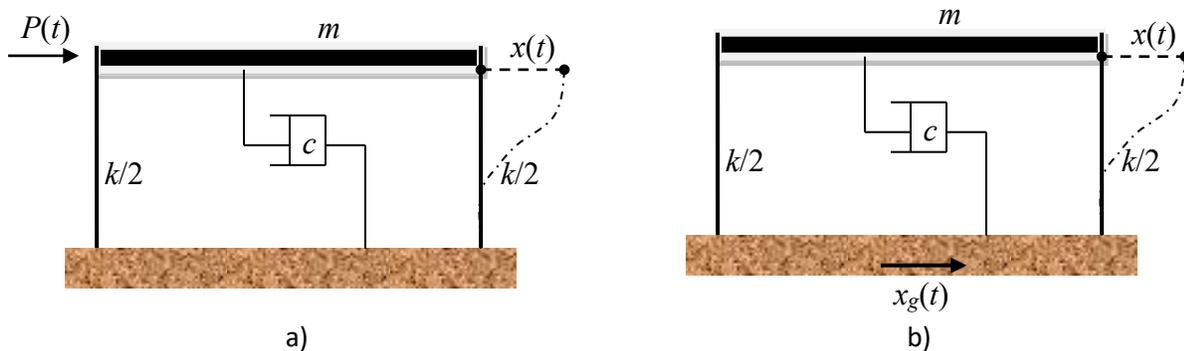


Figura 1 – Schema di rappresentazione di un portale soggetto ad una forza variabile nel tempo agente a livello dell'impalcato (a) e ad un'azione sismica (b)

In Figura 1 vengono mostrati due casi in cui uno stesso portale venga sollecitato dall'azione di una forza generica  $P(t)$ , agente sul traverso di massa  $m$ , oppure da uno spostamento impresso come quello indotto da un segnale sismico. Le equazioni del moto che ne definiscono la risposta sono le seguenti:

$$\text{Caso di forza esterna applicata: } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = P(t)$$

$$\text{Caso di sisma: } m\ddot{x}_i(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0$$

Nella seconda situazione, per  $\ddot{x}_i(t)$  si è inteso rappresentare l'accelerazione assoluta determinante la componente inerziale che entra in gioco nell'equilibrio dinamico del

sistema, data dalla somma dell'accelerazione del terreno  $\ddot{x}_g(t)$  e della derivata seconda dello spostamento relativo del traverso rispetto alla base  $\ddot{x}(t)$ . Esplicitando tale termine, la stessa equazione può essere riscritta come segue:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -m\ddot{x}_g(t)$$

Se si confronta questa scrittura con l'equazione del moto relativa al primo caso esaminato, si osserva come il contributo inerziale  $-m\ddot{x}_g(t)$  possa essere considerato equivalente ad una forza qualunque, applicata al traverso del portale, con legge di variazione nel tempo  $P(t) = -m\ddot{x}_g(t)$ .

Sulla base di tale considerazione, l'analisi statica lineare prevede la simulazione dell'azione del sisma su di una struttura per applicazione, ai vari impalcati, di forze costanti nel tempo (sistema di forze statiche) la cui intensità sia definita come segue (formula [7.3.7] tratta dalle NTC 2018):

$$F_i = F_h z_i \frac{W_i}{\sum_j z_j W_j} \quad (1)$$

dove:

$$F_h = S_d(T_1) W \frac{\lambda}{g}; \quad F_i = \text{forza da applicare alla massa } i\text{-esima}; \quad W_i, W_j = \text{pesi,}$$

rispettivamente delle masse  $i$  e  $j$ ;  $z_i, z_j$  = quote, rispetto al piano di fondazione, delle masse  $i$  e  $j$ ;  $S_d(T_1)$  = ordinata dello spettro di risposta di progetto definito dalla normativa (§3.2.3.5);  $W$  = massa complessiva dell'edificio;  $\lambda$  = coefficiente pari a 0,85 se la costruzione ha almeno tre orizzontamenti e se  $T_1 < 2T_c$ , pari a 1 in tutti gli altri casi;  $g$  = accelerazione di gravità.

Come rilevabile dalla precedente formulazione, in edifici pluripiano la distribuzione delle stesse forze segue una legge di accrescimento lineare (triangolare) secondo l'altezza (Figura 2a), ben rappresentativa di una situazione intermedia fra due comportamenti limite ascrivibili ad edifici con deformate globali, preminentemente secondo il primo modo di vibrare, del tipo a mensola (Figura 2b) ed a telaio con traversi infinitamente rigidi (deformata "Shear-type" – Figura 2c).

Dal testo normativo si legge quanto segue:

*NTC 17/01/2018* (§7.3.3.2): "L'analisi lineare statica consiste nell'applicazione di forze statiche equivalenti alle forze d'inerzia indotte dall'azione sismica e può essere effettuata per costruzioni che rispettino i requisiti specifici riportati nei paragrafi successivi, a condizione che il periodo del modo di vibrare principale nella direzione in esame ( $T_1$ ) non superi  $2,5T_c$  o  $T_D$  e che la costruzione sia regolare in altezza.

Per costruzioni civili o industriali che non superino i 40 m di altezza e la cui massa sia distribuita in modo approssimativamente uniforme lungo l'altezza,  $T_1$  (in secondi) può essere stimato, in assenza di calcoli più dettagliati, utilizzando la formula seguente:

$$T_1 = 2\sqrt{d} \quad [7.3.6]$$

dove  $d$  è lo spostamento laterale elastico del punto più alto dell'edificio, espresso in metri, dovuto alla combinazione di carichi [2.5.7] applicate nella direzione orizzontale “

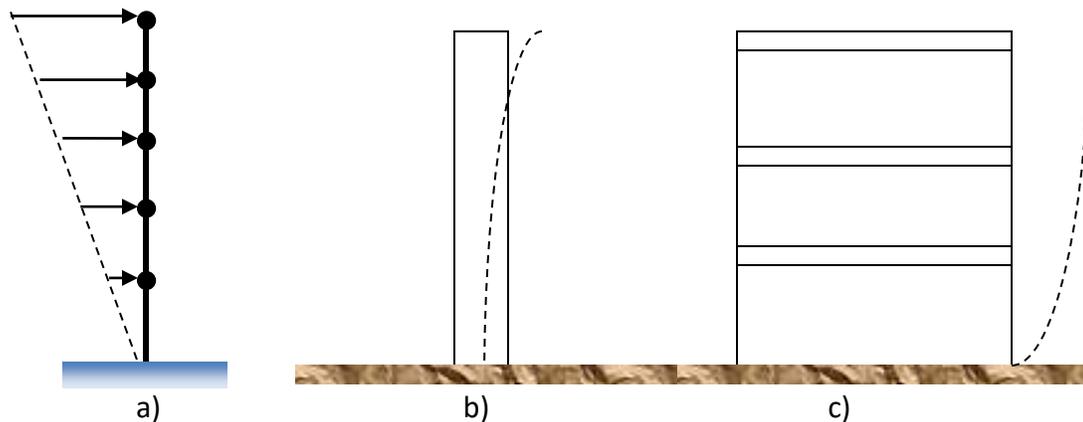


Figura 2 – Distribuzione di forze assunta dalla normativa (a); deformata a mensola di strutture con comportamento del tipo a mensola b); deformata “shear type” di un telaio pluriplano c)

L'applicazione dell'analisi statica lineare prevede lo studio semplificato della struttura secondo modelli piani, per entrambe le direzioni in pianta, ovvero la non correlazione dei modi di vibrare nei due versi dell'azione. Ciò è certamente vero se sono soddisfatte le due seguenti condizioni: 1. l'edificio ha proprietà di regolarità in pianta ed in altezza (con sostanziale coincidenza del centro delle rigidità con il baricentro delle masse e conseguente assenza di effetti torsionali significativi); 2. secondo la vecchia NTC2008 il periodo fondamentale di vibrazione (secondo entrambe le direzioni) poteva essere stimato sulla base della formula approssimata:  $T_1 = C_1 H^{3/4}$ , e doveva essere associato ad una massa modale partecipante fino all'85% della massa totale efficace (se la costruzione ha almeno tre orizzontamenti e se  $T_1 < 2T_c$ ) od 1 (in tutti gli altri casi). Tale formulazione approssimata per la valutazione del periodo è ancora ammessa per più speditive stime dello stesso parametro, come attestato nella Circolare CM del 21 gennaio 2019, N.7.

Il perché della maggiore importanza attribuita al primo modo su quelli superiori e della limitazione del relativo periodo (non superiore a  $2T_c$ ) è da riferire alle considerazioni di seguito esposte. L'analisi statica approssima la deformata globale dell'edificio con quella del primo modo ed a partire dall'imposizione dell'equilibrio delle forze esterne applicate con le azioni di taglio alla base consente l'avvio del progetto strutturale. Se il periodo

fondamentale di vibrazione rientra nell'ambito del plateau di massima eccitazione sismica e comunque risulta non superiore a 1 s, per l'equivalenza:

$$\frac{W}{g} S_d(T_1) = V_b \quad (2)$$

ove  $W$  indica il peso totale dell'edificio,  $S_d(T_1)$  il valore dell'ordinata spettrale in termini di pseudo-accelerazione e  $V_b$  la risultante delle forze di taglio alla base, ad un'alta percentuale di massa efficace attivata ( $m^*$  dell'ordine dell'85% della massa totale dell'edificio) corrisponde una significativa aliquota della componente di taglio efficace  $V_b$  a partire dalla quale condurre il progetto.

Si consideri invece il caso di un edificio deformabile con le seguenti caratteristiche correlabili ai primi tre periodi di vibrazione:  $T_1 = 1,78$  s ( $m_1^* = 0,70$ );  $T_2 = 0,42$  s ( $m_2^* = 0,13$ );  $T_3 = 0,26$  s ( $m_3^* = 0,06$ ). In riferimento ad un suolo di tipo A, corrispondano ad essi i tre seguenti valori spettrali  $S_d(T_i)$  (Figura 3):  $S_d(T_1) = 0,084$  g;  $S_d(T_2) = 0,36$  g;  $S_d(T_3) = 0,375$  g. Il contributo elastico associato a ciascun modo è pertanto pari a:  $V_{b1} = 0,7 \cdot 0,084$  g = 0,06 g;  $V_{b2} = 0,13 \cdot 0,36$  g = 0,05 g;  $V_{b3} = 0,375 \cdot 0,06$  g = 0,022 g. Da tali risultati emerge come i contributi forniti dal secondo e terzo modo alla risultante delle forze di taglio alla base non siano trascurabili rispetto a quello correlativo al primo.

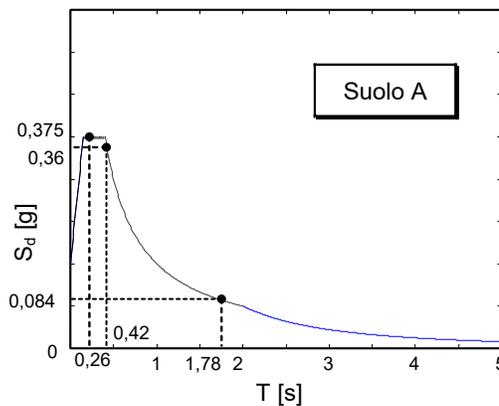


Figura 3 – Acquisizione di dati spettrali dallo spettro di progetto di normativa

Si aggiunge inoltre come, pur verificando l'assenza di effetti torsionali evidenti, la normativa (NTC 17/01/2018 - §7.3.3) preveda comunque la considerazione, nel calcolo, di effetti torsionali accidentali (NTC 17/01/2018 - §7.2.6).

NTC 14/01/2008 (§7.3.3): "Sia per l'analisi lineare dinamica che per l'analisi lineare statica, si deve tener conto dell'eccentricità accidentale del centro di massa.

Per gli edifici, gli effetti di tale eccentricità possono essere determinati mediante l'applicazione di carichi statici costituiti da momenti torcenti di valore pari alla risultante orizzontale della forza agente al piano, determinata come in §7.3.3.2, moltiplicata per

l'eccentricità accidentale del baricentro delle masse rispetto alla sua posizione di calcolo, determinata come in §7.2.6.”

Nella precedente NTC2008 veniva invece ammesso di valutarne gli effetti come di seguito riportato:

“...se le rigidezze laterali e le masse sono distribuite simmetricamente in pianta, gli effetti torsionali accidentali di cui al §7.2.6 possono essere considerati amplificando le sollecitazioni su ogni elemento resistente, calcolate con la distribuzione fornita dalla formula [7.3.6], attraverso il fattore ( $\delta$ ) risultante dalla seguente espressione:

$$\delta = 1 + 0,6 \frac{x}{L_e} \quad [7.3.7]$$

dove:

$x$  è la distanza dell'elemento resistente verticale dal baricentro geometrico di piano, misurata perpendicolarmente alla direzione dell'azione sismica considerata;

$L_e$  è la distanza tra i due elementi resistenti più lontani, misurata allo stesso modo.”

#### - **Condizioni di regolarità degli edifici**

Le seguenti Figure 4-7 pongono in luce quali possano essere le configurazioni sfavorevoli e favorevoli in pianta (Figura 4a - sfavorevoli; Figura 4b - favorevoli), in altezza (Figura 5), le discontinuità ed i disallineamenti di travi e colonne che possano creare problemi nella risposta sismica di un edificio all'azione sismica (Figura 6), nonché le regole di rientro in pianta ed in altezza previste dalle NTC2018 (§ 7.2.1 – Figura 7).

*NTC 17/01/2018 (§7.2.1):* “REGOLARITA’ – Le costruzioni devono avere, quanto più possibile, struttura iperstatica caratterizzata da regolarità in pianta ed in altezza. Se necessario ciò può essere conseguito suddividendo la struttura, mediante giunti, in unità tra loro dinamicamente indipendenti.

Per quanto riguarda gli edifici, una costruzione è *regolare in pianta* se tutte le seguenti condizioni sono rispettate:

- a) la distribuzione di masse e rigidezze è approssimativamente simmetrica rispetto a due direzioni ortogonali e la forma in pianta è compatta, ossia il contorno di ogni orizzontamento è convesso; il requisito può ritenersi soddisfatto, anche in presenza di rientranze in pianta, quando esse non influenzano significativamente la rigidezza nel piano dell'orizzontamento e, per ogni rientranza, l'area compresa fra il perimetro dell'orizzontamento e la linea convessa circoscritta all'orizzontamento non supera il 5% dell'area dell'orizzontamento;
- b) il rapporto tra i lati del rettangolo circoscritto alla pianta di ciascun orizzontamento è inferiore a 4;
- c) ciascun orizzontamento ha una rigidezza nel proprio piano tanto maggiore della corrispondente rigidezza degli elementi strutturali verticali da potersi assumere

che la sua deformazione in pianta influenzi in modo trascurabile la distribuzione delle azioni sismiche tra questi ultimi e ha resistenza sufficiente a garantire l'efficacia di tale distribuzione.

Sempre riferendosi agli edifici, una costruzione è *regolare in altezza* se tutte le seguenti condizioni sono rispettate:

- d) tutti i sistemi resistenti alle azioni orizzontali (quali telai e pareti) si estendono per tutta l'altezza della costruzione o, se sono presenti parti aventi differenti altezze, fino alla sommità della rispettiva parte dell'edificio;
- e) massa e rigidezza rimangono costanti o variano gradualmente, senza bruschi cambiamenti, dalla base alla sommità della costruzione (le variazioni di massa da un orizzontamento all'altro non superano il 25%, la rigidezza non si riduce da un orizzontamento a quello sovrastante più del 30% e non aumenta più del 10%); ai fini della rigidezza si possono considerare regolari in altezza strutture dotate di pareti o nuclei in c.a. o di pareti e nuclei in muratura di sezione costante sull'altezza o di telai controventati in acciaio, ai quali sia affidato almeno il 50% dell'azione sismica alla base;
- f) il rapporto fra la capacità e la domanda allo SLV non è significativamente diverso, in termini di resistenza, per orizzontamenti successivi (tale rapporto, calcolato per un generico orizzontamento, non deve differire più del 30% dall'analogo rapporto calcolato per l'orizzontamento adiacente); può fare eccezione l'ultimo orizzontamento di strutture intelaiate di almeno tre orizzontamenti;
- g) eventuali restringimenti della sezione orizzontale della costruzione avvengano con continuità da un orizzontamento al successivo; oppure avvengano in modo che il rientro di un orizzontamento non superi il 10% della dimensione corrispondente all'orizzontamento immediatamente sottostante; né il 30% della dimensione corrispondente al primo orizzontamento. Fa eccezione l'ultimo orizzontamento di costruzioni di almeno quattro orizzontamenti, per il quale non sono previste limitazioni di restringimento."

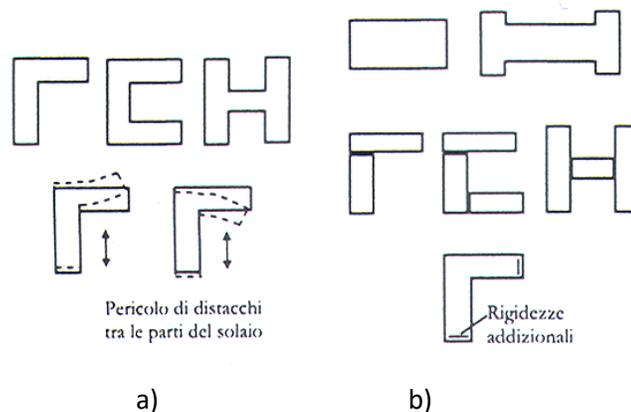


Figura 4 – Condizioni di compattezza in pianta di un complesso edilizio, favorevole a), sfavorevole b)

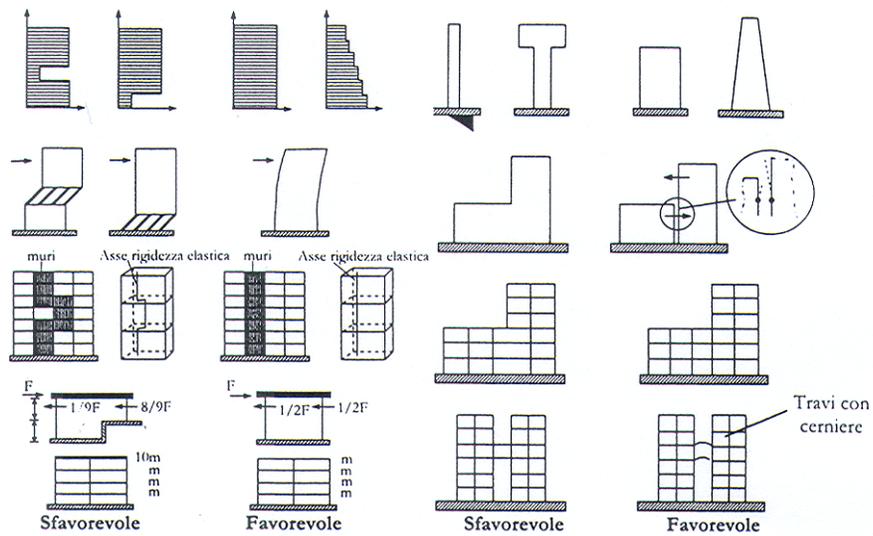


Figura 5 – Condizioni favorevoli e sfavorevoli di regolarità in altezza

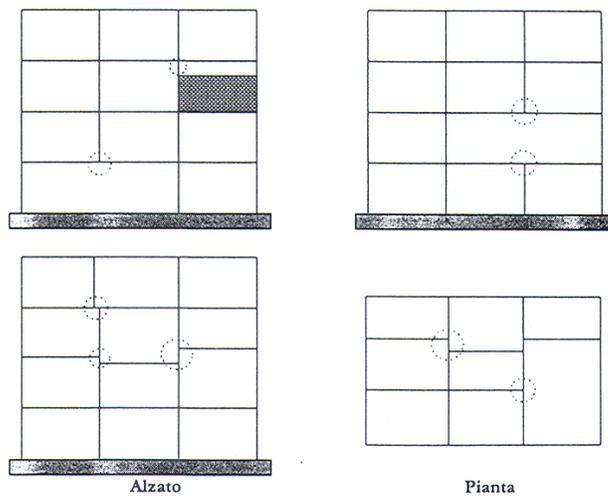


Figura 6 – Condizioni di disallineamento da evitare in alzato ed in pianta

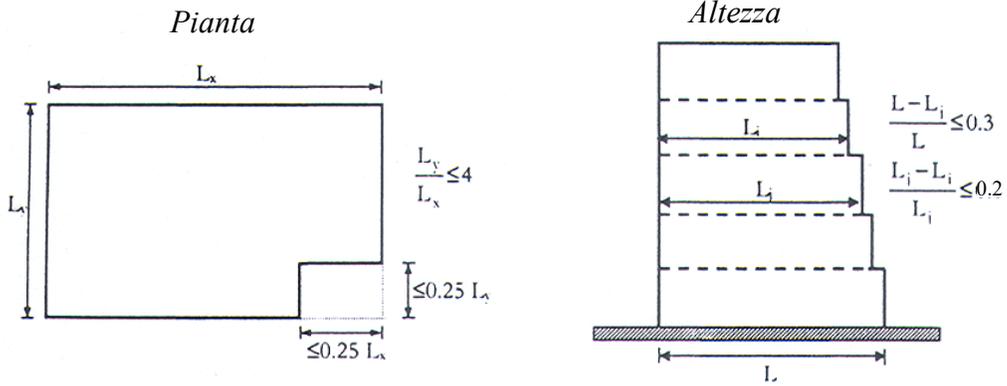


Figura 7 – NTC 2008 - Limitazioni di norma relative a rientranze e rastremazioni

**Circolare applicativa C.M. 21 gennaio 2019, n.7**

