

Geometria e Algebra Computazionale
Corso di Laurea in Matematica - Università di Firenze
seconda prova intermedia 11.5.2020

Il file di Macaulay2 `cognome.m2` che contiene la soluzione degli esercizi va inviato entro le 13.00 a `giorgio.ottaviani@unifi.it` dal proprio indirizzo istituzionale `stud.unifi.it`. Si prega di ripetere il proprio nome, cognome e matricola nella prima riga del file. I commenti e le eventuali risposte devono apparire in righe commentate.

Ogni candidato è tenuto a svolgere il compito in autonomia e senza ricorrere ad aiuti o suggerimenti esterni. L'invio del compito sottintende l'accettazione di questa norma etica.

Il testo del compito inviato verrà discusso in colloqui di 20 minuti nel pomeriggio, a partire dalle 14.30, il calendario sarà pubblicato su Moodle intorno alle 13.30. Ogni candidato dovrà dimostrare di avere compreso le nozioni che utilizza, i passaggi intermedi, la sintassi e il funzionamento dei comandi che ha impiegato.

1. i) Si trovi l'equazione implicita $p(x, y) = 0$ della curva C_1 di \mathbb{C}^2 che è la chiusura dell'immagine della parametrizzazione razionale

$$\begin{cases} x &= \frac{2+3t+t^3}{1+t^3} \\ y &= \frac{2+t+3t^3}{1+t^2} \end{cases}$$

- ii) Si provi che il punto $(2, 2)$ è nonsingolare per C_1 e si trovi l'equazione della retta tangente nel punto $(2, 2)$.
 - iii) si trovi l'ideale dei punti singolari di C_1 .
 - iv) si trovi l'equazione soddisfatta dai valori del parametro t corrispondenti ai punti singolari.
2. i) Si trovi l'equazione cartesiana della superficie S in \mathbb{R}^3 che si ottiene prendendo l'unione delle rette tangenti alla curva $x = t^2, y = t^3, z = t^4$.
 - ii) Sia C_2 la curva piana ottenuta tagliando S con il piano $z = 0$. Quante componenti irriducibili ha C_2 ?
 - iii) Si trovi i punti di flesso di C_2 , ricordando che devono essere nonsingolari.
 - iv) Si trovi l'evolvente (se esiste) di ciascuna componente irriducibile di C_2 .