

**Esercizio 1.** Calcolare il seguente integrale

$$\int \cos x \left( 4 \sin^2 x + \cos^2 x \right) \arctan(\sin x + 1) dx.$$

**Esercizio 2.** Siano  $f(x), g(x)$  due funzioni  $C^\infty$  tali che

(1)  $g(x)$  pari,  $g(-3) = 1$ ,  $g(1) = \alpha^2 + \alpha - 5$

(2)  $f(x) = e^{\tan x} - e^{\sin x} + x^2 \sin\left(\frac{\alpha x}{2}\right)$ .

Determinare gli  $\alpha \in \mathbb{R}$  tali che

(1)  $g(x)$  abbia almeno un punto  $x_0$  tale che  $g'''(x_0) = 0$  e provare tale risultato.

(2)  $f(x)$  sia un infinitesimo di ordine 4 nell'origine.

**Esercizio 3.** Discutere al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} n^\alpha \int_{\frac{1}{n+1}}^{\frac{1}{n}} \frac{\sin x \arctan(\sqrt{x})}{e^x} dx.$$