

Esercizio 1. Calcolare il seguente integrale

$$\int \cos x \left(4 \sin^2 x + \cos^2 x \right) \arctan(\sin x + 1) dx.$$

Esercizio 2. Siano $f(x), g(x)$ due funzioni C^∞ tali che

(1) $g(x)$ pari, $g(-3) = 1$, $g(1) = \alpha^2 + \alpha - 5$

(2) $f(x) = e^{\tan x} - e^{\sin x} + x^2 \sin\left(\frac{\alpha x}{2}\right)$.

Determinare gli $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che

(1) $g(x)$ abbia almeno un punto x_0 tale che $g'''(x_0) = 0$ e provare tale risultato.

(2) $f(x)$ sia un infinitesimo di ordine 4 nell'origine.

Esercizio 3. Discutere al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} n^\alpha \int_{\frac{1}{n+1}}^{\frac{1}{n}} \frac{\sin x \arctan(\sqrt{x})}{e^x} dx.$$