

ESERCIZIO 1 (facile)

Siano date le due parabole

$$y=ax^2+bx+c$$

$$y=-ax^2+bx+c$$

con a = giorno di nascita, b =mese di nascita

c = ultimo numero di matricola

- i) fare una tabella dei valori assunti dalle due funzioni nell'intervallo $[-b,b]$ con almeno 10 valori;
- ii) fare un grafico che contenga entrambe le parabole
- iii) Determinare algebricamente i punti di intersezione delle parabole e verificare anche col grafico che e' unico
- iv) Determinare l'equazioni delle rette tangenti a ciascuna parabola nel punto di intersezione e verificare che coincidono
- v) Disegnare sul grafico precedente tale retta e verificarne graficamente la tangenza
- vi) trovare con un metodo numerico opportuno l'area della regione compresa tra le due parabole nell'intervallo delle ascisse comprese fra i due vertici.
- vi) far scrivere automaticamente con la funzione SE la valutazione "PROMOSSO" se tale area e' ≥ 18 altrimenti far scrivere "BOCCIATO".

Ripetere l'esercizio 1 cambiando i valori di a con c , se diversi;

Ripetere l'esercizio 1 cambiando i valori di a con b , se diversi;

Ripetere l'esercizio 1 cambiando i valori di b con c , se diversi;

ESERCIZIO 2 (difficolta' media, ma lungo)

Siano date le due parabole

$$y=ax^2+bx+c$$

$$y=-ax^2-bx+c$$

con a = giorno di nascita, b =mese di nascita

c = ultimo numero di matricola

- i) fare una tabella dei valori assunti dalle due funzioni nell'intervallo $[-b,b]$ con almeno 10 valori;
- ii) fare un grafico che contenga entrambe le parabole
- iii) Determinare algebricamente i punti di intersezione P,Q delle parabole e verificare sul grafico la loro posizione; trovarli anche col metodo della ricerca obiettivo
- iv) calcolare le coordinate del punto medio M della corda PQ ;
- v) Disegnare sul grafico tale corda e calcolarne la pendenza;
- vi) trovare le rette parallele alla corda PQ che sono tangenti alle parabole;
- vii) Si proietti la corda PQ su entrambi le rette tangenti in modo da formare un rettangolo $ABCD$ edisegnarlo sul grafico contenente le parabole;
- viii) trovare l'area del rettangolo $ABCD$;
- ix) far scrivere automaticamente con la funzione SE la valutazione " PROMOSSO" se tale area $e' > =18$ altrimenti far scrivere "BOCCIATO".
- X) calcolare sia con un metodo numerico che teoricamente l'area della regione curvilinea (doppio segmento parabolico) compresa tra le due parabole e inscritta nel rettangolo $ABCD$;
- xi) Calcolare il rapporto fra l'area del rettangolo e l'area del doppio segmento parabolico;
- xii) Quanto vale la distanza di M dalle parabole?

Ripetere l'esercizio 2 cambiando i valori di a con c , se diversi;

ESERCIZIO 3 (medio-difficile)

Si consideri la funzione omografica (traslata di un'iperbole)

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

con a = giorno di nascita, b = mese di nascita

c = ultimo numero di matricola

d = giorno della settimana in cui si fa l'esercizio

i) fare una tabella dei valori assunti dalla funzione nell'intervallo $[0, d]$

con almeno 10 valori;

ii) fare un grafico che evidenzia anche gli asintoti verticale e orizzontale

iii) Determinare il punto P di intersezione degli asintoti;

iv) Determinare l'intervallo dei valori x in cui la funzione è positiva;

v) mediante il metodo della ricerca obiettivo individuare in quale punto x la funzione assume il valore $=ab$,

Sia Q il punto sul grafico corrispondente; trovarlo anche algebricamente; disegnare sul grafico la corda PQ

vi) trovare con un metodo numerico opportuno l'area della regione compresa fra la corda PQ , il ramo di iperbole e l'asse delle ascisse.

vi) far scrivere automaticamente con la funzione SE la valutazione "PROMOSSO"

se tale area è $>= 18/30$ altrimenti far scrivere "BOCCIATO".

Ripetere l'esercizio 3 cambiando i valori di a con c , se diversi;

ESERCIZIO 3+ (DIFFICILE)

In riferimento all'esercizio 3 sopra, sia $P=(X_p, y_p)$ che e' stato trovato al quesito iii)

i) Si faccia una tabella della funzione $g(x) =$ distanza di P dai punti del grafico di $y=f(x)$;

In altre parole $g(x)^2=(x-x_p)^2+(f(x)-y_p)^2$

con $0 < x < d$;

ii) si disegni il grafico di $g(x)$ nell'intervallo assegnato e se ne vanti il minimo assoluto

iii) Col metodo del risolutore si trovi anche tale valore del minimo assoluto;

iv) sia $V=(x_m, y_m)$ il punto del grafico dell'iperbole piu' vicino a P , che si trova nel primo quadrante, trovato al punto precedente;

v) Si scriva lequazione della circonferenza di centro P e raggio $r= g(x_m)$;

vi) Si disegni con excel almeno un arco di questa circonferenza che tocca il grafico dell'iperbole e si verifichi che e' tangente in V ;

vii) Si calcoli usando le derivate la retta tangente in V all'iperbole; e la si disegni in unaltro grafico contenente l'iperbole;

Sia m_v il coefficiente di tale retta tangente;

viii) Si calcoli il coefficiente angolare del raggio PV della circonferenza sopra disegnata, lo si indichi con m_r ;

ix) Quanto vale il prodotto di m_v per m_r ?

Ripetere l'esercizio 3+ cambiando i valori di a con c se diversi;

ESERCIZIO 4 (medio)

Sia data la funzione esponenziale.

$$y = a \exp(-bx^2)$$

con $a =$ giorno di nascita, $b =$ mese di nascita

- i) fare una tabella dei valori assunti dalla funzione nell'intervallo $[-b, b]$ con almeno 10 valori;
- ii) fare un grafico che contenga tale grafico e la retta $Y = ab$
- iii) Determinare algebricamente i punti di intersezione del grafico della funzione con il grafico della retta; e verificare anche col grafico che sono due punti P, Q simmetrici.
- iv) Determinare usando le derivate l'equazione delle rette tangenti al grafico nei punti trovati P, Q
- v) Disegnare sul grafico precedente tali rette e verificarne graficamente la tangenza
- vi) trovare con un metodo numerico opportuno l'area della regione compresa tra il grafico della funzione esponenziale e la corda PQ ;
- vi) far scrivere automaticamente con la funzione SE la valutazione "PROMOSSO" se tale area è $> = 18/30$ altrimenti far scrivere "BOCCIATO".

Ripetere l'esercizio 1 cambiando i valori di a con b , se diversi;