Prova scritta di Recupero - **Parte 1**

Analisi Mat. 1 (Prof. Cianchi) 19/05/2020

1. Calcolare il limite, o limite superiore e inferiore, per $n \to \infty$ della successione

$$a_n = \frac{(n^2+n)!}{n^{3n}}.$$

*2. Calcolare il limite, o limite superiore e inferiore, per $x \to +\infty$ della funzione

$$f(x) = \left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right) x^{2+\sin x}.$$

3. Determinare gli eventuali punti di discontinuità della funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$g(x) = \begin{cases} |x| \left[\sin \frac{1}{x^2} \right] & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases}$$

e stabilirne la specie. Qui $[\,\cdot\,]$ indica parte intera.

Prova scritta di Recupero - **Parte 2**

Analisi Mat. 1 (Prof. Cianchi) 19/05/2020

*1. Studiare al variare del parametro $\in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = |x^2 - 1|^{\frac{3}{4}} - ax^{\frac{3}{2}} \qquad \text{(senza } f''\text{)}.$$

2. Calcolare al variare del parametro $\alpha > 0$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^\alpha - 1}{x^\alpha + 2} \right)^{x^5 - \left(\sin\left(\frac{1}{x}\right) \right)^{-5}}.$$

3. Sia $g : [1, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da $g(x) = x^2 (\log x)^3$.

(i) Determinare l'immagine di g e dimostrare che

$$g : [1, +\infty) \to \mathrm{Im}(g)$$

è invertibile.

(ii) Dimostare che la funzione g^{-1} è derivabile e che

$$\lim_{y \to +\infty} (g^{-1})'(y) = 0.$$

(iii) Dimostrare che $(g^{-1})'(y) = o(y^{-\frac{1}{2}})$ per $y \to +\infty$.

Prova scritta di Recupero - **Parte 3**

Analisi Mat. 1 (Prof. Cianchi) 19/05/2020

* 1. Studiare al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$ la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \left(\frac{\beta \sqrt{\log n}}{n} \right) \right)^{\left(\log(1+\frac{1}{n}) \right)^{-3} - n^3}.$$

2. Calcolare

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{e^x + 1}{e^x + 2}}\, dx.$$

3. Stabilire se esiste l'integrale improprio

$$\int_2^{+\infty} \left(\sin x + \cos(2x) + \frac{1}{\sin x + x^2} \right) \frac{1}{\log x}\, dx.$$