

Geometria e Algebra Computazionale

May 26, 2020

0.1 Esercizi su matrici e polinomi in una variabile

1. Si trovi un polinomio $a(x)$ di grado ≤ 7 tale che

- $a(-2) = 1, a'(-2) = 1$
- $a(-1) = -1, a'(-1) = -1$
- $a(1) = 1, a'(1) = 1$
- $a(2) = -1, a'(2) = -1$

Quante radici reali ha $a(x)$? Quante radici reali positive? Il polinomio $a(x)$ è pari/dispari?

Si ripeta l'esercizio con i dati seguenti

- $a(-2) = 1, a'(-2) = 1$
- $a(-1) = -1, a'(-1) = -1$
- $a(1) = 1, a'(1) = -1$
- $a(2) = -1, a'(2) = 1$

- $a(-2) = 1, a'(-2) = 1$
- $a(-1) = -1, a'(-1) = -1$
- $a(1) = -1, a'(1) = 1$
- $a(2) = 1, a'(2) = -1$

2. Data la matrice A con coefficienti $a_{i,j} = \frac{1}{i^2+j}$ per $1 \leq i, j \leq 10$ calcolare il polinomio minimo di A e verificare in aritmetica esatta se è diagonalizzabile sui reali o sui complessi.

3. Calcolare il polinomio minimo di $A = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$