

Operazioni con i vettori

1 PROBLEMA SVOLTO

Dati due generici vettori non paralleli \vec{A} e \vec{B} , determina graficamente il vettore \vec{C} tale che $\vec{C} + \vec{A} + \vec{B} = 0$.

SOLUZIONE

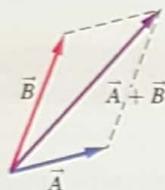
Disegna i due vettori generici \vec{A} e \vec{B} non paralleli:



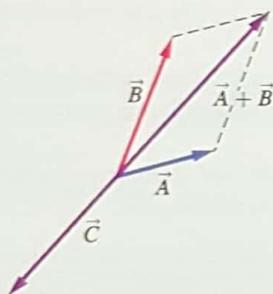
Dalla condizione data ricava \vec{C} :

$$\vec{C} + \vec{A} + \vec{B} = 0 \rightarrow \vec{C} = -(\vec{A} + \vec{B})$$

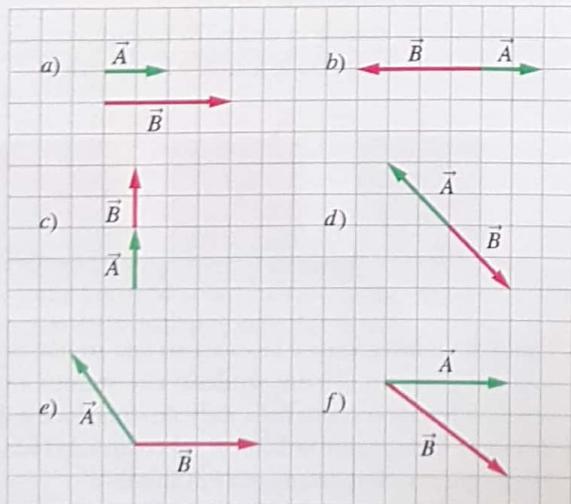
Determina il vettore somma $\vec{A} + \vec{B}$ con la regola del parallelogramma:



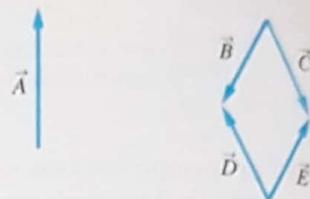
Disegna il vettore \vec{C} , che è l'opposto del vettore somma $\vec{A} + \vec{B}$:



2 Considera le coppie di vettori \vec{A} e \vec{B} riportate in figura. Disegna, per ogni coppia, il vettore somma e il vettore differenza.



3 Facendo riferimento ai vettori disegnati in figura e utilizzando il metodo punta-coda per la somma dei vettori, rispondi alle seguenti domande:



- a) il modulo di $\vec{A} + \vec{C}$ è maggiore, minore o uguale a quello di $\vec{A} + \vec{E}$?
- b) Il modulo di $\vec{A} + \vec{E}$ è maggiore, minore o uguale a quello di $\vec{A} + \vec{D}$? (a) minore; b) uguale

4 Disegna

Il vettore \vec{a} punta nella direzione positiva dell'asse y e ha un'intensità di 12 m. Il vettore \vec{b} ha un'intensità di 33 m e punta nella direzione negativa dell'asse x. Trova graficamente i vettori:

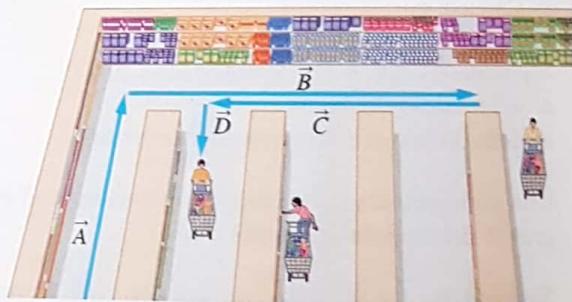
- a) $\vec{a} + \vec{b}$; b) $\vec{a} - \vec{b}$; c) $\vec{b} - \vec{a}$.

5 La passeggiata del gatto

Nella sua passeggiata quotidiana, un gatto compie uno spostamento di 120 m verso nord, seguito da un altro di 72 m verso ovest. Disegna i vettori spostamento e determina il modulo dello spostamento totale. [s = 140 m]

6 Spesa al supermercato

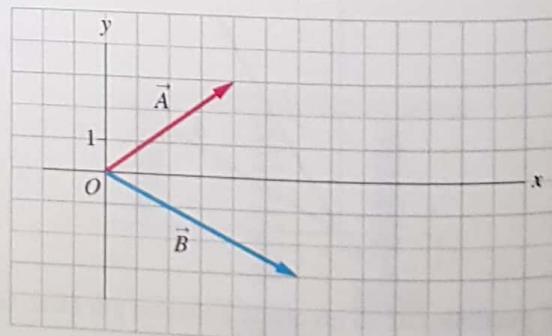
Mario va al supermercato a fare la spesa. Per trovare tutto ciò che gli serve si muove seguendo il percorso indicato dai vettori \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} e \vec{D} nella figura. Sapendo che i vettori hanno modulo $A = 15,0$ m, $B = 13,5$ m, $C = 10,5$ m e $D = 4,0$ m, disegna i vettori su un foglio quadrettato e calcola lo spostamento totale di Mario. [s = 11,4 m]



Componenti cartesiane di un vettore

7 Dati i vettori \vec{A} e \vec{B} rappresentati in figura:

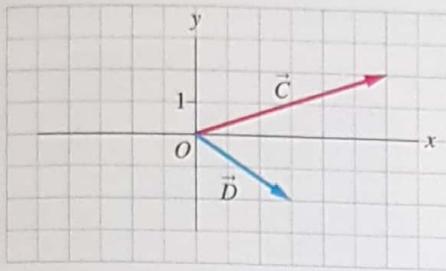
- a) scrivi le loro componenti cartesiane;
- b) disegna il vettore somma $\vec{A} + \vec{B}$.



$$[A_x = 4, A_y = 3; B_x = 6, B_y = -3]$$

8 Dati i vettori \vec{C} e \vec{D} rappresentati in figura:

- a) scrivi le loro componenti cartesiane;
b) disegna il vettore differenza $\vec{C} - \vec{D}$.

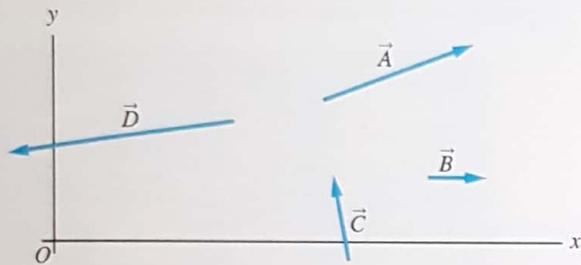


$[C_x = 6, C_y = 2; D_x = 3, D_y = -2]$

9 Due vettori sono perpendicolari. Supponi che vengano entrambi moltiplicati per 2.

- a) Come varia il modulo del vettore somma?
b) Come varia l'angolo di direzione del vettore somma?

10 Osserva i vettori disegnati in figura:



- a) Elenca i vettori in ordine crescente rispetto al loro modulo.
b) Elenca i vettori in ordine crescente rispetto alla loro componente x.

11 Due vettori \vec{A} e \vec{B} formano un angolo di 60° .

- a) Qual è l'angolo che formano i vettori \vec{A} e $-3\vec{B}$?
b) Qual è l'angolo che formano i vettori $-3\vec{A}$ e \vec{B} ?
[a) 120° ; b) 120°]

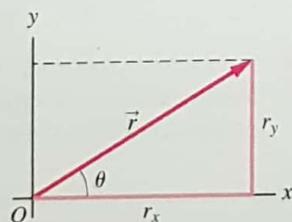
12 Calcola il modulo del vettore \vec{A} di componenti $A_x = 75,5$ m e $A_y = 6,20$ m.
[A = 75,8 m]

IN ENGLISH

A vector \vec{A} has components $A_x = 12$ m and $A_y = 5,0$ m. What is the magnitude of A?
[A = 13 m]

14 PROBLEMA SVOLTO

Il vettore \vec{r} disegnato in figura ha modulo $r = 1,30$ m. Se l'angolo θ è di 28° , quali sono le componenti cartesiane di \vec{r} ?



SOLUZIONE

Le componenti cartesiane r_x e r_y del vettore \vec{r} si ottengono applicando le relazioni $r_x = r \cos \theta$ e $r_y = r \sin \theta$. Abbiamo quindi:

$r_x = r \cos \theta = (1,30 \text{ m}) \cos 28^\circ = (1,30 \text{ m}) 0,8829 = 1,15 \text{ m}$

$r_y = r \sin \theta = (1,30 \text{ m}) \sin 28^\circ = (1,30 \text{ m}) 0,4695 = 0,610 \text{ m}$

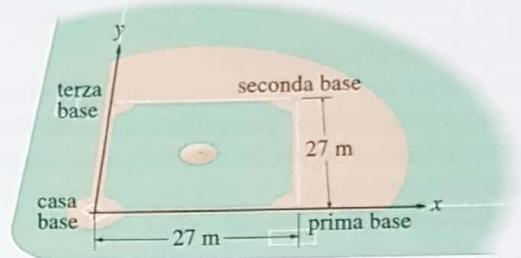
15 Il vettore \vec{A} ha modulo 7,25 m. Calcola le componenti A_x e A_y del vettore nel caso in cui l'angolo di direzione sia:

- a) $\theta = 5^\circ$ b) $\theta = 75^\circ$ [a) $A_x = 7,22$ m; $A_y = 0,632$ m;
b) $A_x = 1,88$ m; $A_y = 7,00$ m]

16 Il giocatore di baseball

Nel baseball il "diamante" è un quadrato di lato lungo 27 m. Se il verso positivo dell'asse x punta dalla casa base alla prima base e il verso positivo dell'asse y dalla casa base alla terza base, scrivi le componenti del vettore posizione \vec{r} di un giocatore quando:

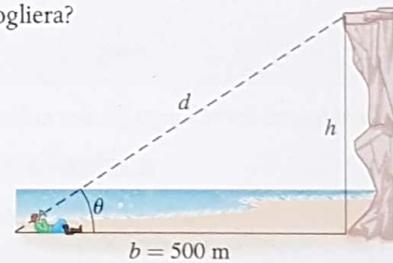
- a) si trova in seconda base; b) si trova in terza base;
c) ha fatto un giro completo ed è tornato alla casa base.



[a) $r_x = 27$ m, $r_y = 27$ m; b) $r_x = 0$ m, $r_y = 27$ m; c) $r_x = 0$ m, $r_y = 0$ m]

17 L'altezza della scogliera

Nel libro *L'isola misteriosa* di Jules Verne, il capitano Cyrus Smith vuole determinare l'altezza di una scogliera. Egli si mette con le spalle alla base della scogliera, poi cammina dritto davanti a sé per 500 m; a questo punto si sdraia per terra e misura l'angolo fra la linea orizzontale e la direzione in cui vede la cima della scogliera. Se l'angolo è di 34° , quanto è alta la scogliera?
[h = 337 m]



18 Allo stadio

La postazione della stampa in uno stadio si trova 9,75 m più in alto del campo. Un giornalista al suo interno vede la base della porta con un angolo di $15,0^\circ$ rispetto all'orizzontale. Qual è la distanza orizzontale fra il giornalista e la porta?
[36,4 m]

19 Passeggiata nel bosco

Un escursionista decide di fare una passeggiata in un bosco. Lascia l'auto in un posteggio e si avvia per un sentiero, spostandosi di 4,5 km in direzione nord-est e poi di 1,1 km in direzione sud. Di quanto si è spostato l'escursionista rispetto alla sua auto? In che direzione?

[3,8 km; 33° in direzione da est a nord]

20 Componenti di un vettore

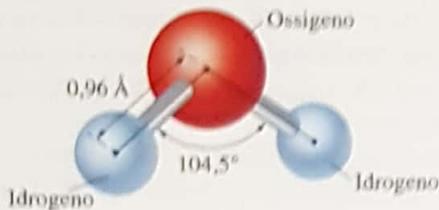
Il vettore \vec{A} ha modulo pari a 50 unità ed è diretto lungo l'asse x positivo. Un secondo vettore, \vec{B} , ha modulo pari a 120 unità e direzione che forma un angolo di 70° al di sotto dell'asse x. Quale tra i due vettori ha:

- a) la componente x maggiore;
b) la componente y maggiore?

[a) $A_x > B_x$, infatti $A_x = 50$ unità, $B_x = 41$ unità;
b) $B_y > A_y$, infatti $A_y = 0$, $B_y = 113$ unità]

21 Molecola di acqua

La figura mostra schematicamente la struttura di una molecola di acqua. La distanza fra il centro dell'atomo di ossigeno e il centro dell'atomo di idrogeno è di $0,96 \text{ \AA}$ ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$) e l'angolo fra i due atomi di idrogeno è di $104,5^\circ$. Determina la distanza fra i centri dei due atomi di idrogeno. [1,5 \AA]



22 Che profondità raggiunge?

Una balena emerge dall'acqua per respirare e successivamente si immerge con un angolo di 20° sotto l'orizzontale, come mostrato in figura. Se la balena continua a muoversi in linea retta per 150 m:

- a) che profondità raggiunge?
- b) di quanto si è spostata orizzontalmente?



[a) 51,3 m; b) 141 m]

27 Disco da hockey

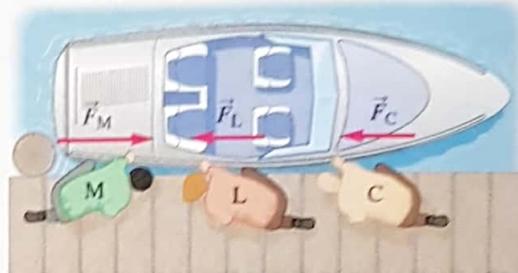
Un disco da hockey è sottoposto a una o più forze, come mostrato in figura. Disponi i quattro casi, A, B, C e D, in ordine crescente di modulo della forza che agisce sul disco.



[A < C < B < D]

28 Sul molo

Marco (M), Luca (L) e Carlo (C) spingono una barca esercitando delle forze parallele al molo di intensità, rispettivamente, 90 N, 60 N e 60 N. Qual è la forza risultante \vec{R} se Marco spinge verso la prua e Luca e Carlo spingono nel verso opposto?



[\vec{R} è diretta verso la poppa e ha intensità 30 N]

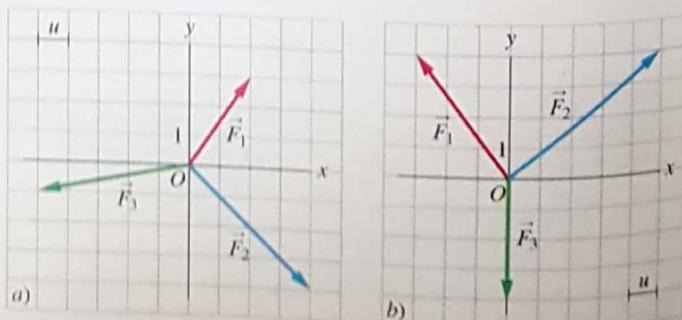
29 Considera le seguenti coppie di forze. In ciascuno dei due casi disegna su un foglio i due vettori in un opportuno sistema cartesiano, quindi determina graficamente l'intensità della risultante delle due forze. Controlla il valore ottenuto calcolando la risultante attraverso le componenti cartesiane dei due vettori.

Che direzione e verso ha la risultante rispetto all'asse x?



[a) 8 N; 22°; b) 5 N; -90°]

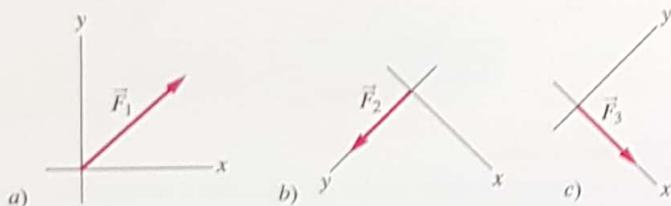
30 Considera le seguenti forze. In ciascuno dei casi disegna la forza risultante e determinane l'intensità utilizzando le componenti cartesiane dei tre vettori.



[a) 2,2 N; b) 4,5 N]

Le forze

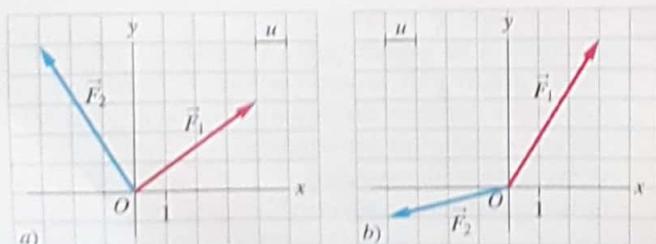
23 Scomponi le seguenti forze lungo gli assi indicati:



24 Calcola l'intensità della forza risultante di due forze tra loro perpendicolari, entrambe di intensità 10 N. [14 N]

25 Calcola l'intensità della forza risultante di due forze che formano un angolo di 180° , entrambe di intensità 10 N. [0 N]

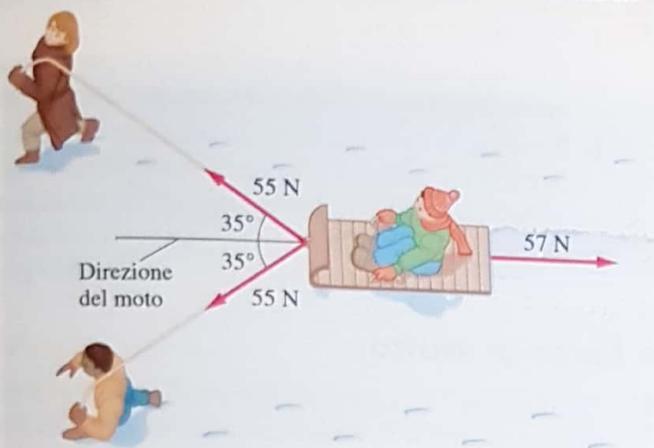
26 Considera le forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 rappresentate nelle seguenti figure. Scrivi le componenti cartesiane delle due forze. Calcola poi il modulo delle forze.



[a) $F_1 = 5; F_2 = 5,8$; b) $F_1 = 5,8; F_2 = 4,1$]

31 Giochi sulla neve

- ♦♦ Due ragazzini tirano una slitta con una forza di 55 N secondo un angolo di 35° rispetto alla direzione del moto, come mostrato in figura. La neve esercita sulla slitta una forza resistente di modulo 57 N nella stessa direzione, ma in verso opposto a quello del moto. Determina la forza risultante \vec{R} .



$[\vec{R}$ ha direzione e verso del moto e intensità 33 N]

La forza peso

32 Bullone lunare

- ♦♦ Qual è il peso sulla Terra e sulla Luna di un bullone di massa $m = 32$ g? [0,31 N sulla Terra; 0,052 N sulla Luna]

33 Cubo di acciaio

- ♦♦ La densità dell'acciaio è di $7,8 \cdot 10^3$ kg/m³. Quanto pesa un cubo di acciaio di 10 cm di lato? [76 N]

34 Sulla Luna

- ♦♦ Un ragazzo ha una massa di 45 kg. Quale sarebbe il suo peso sulla Luna, dove $g = 1,62$ m/s²? [73 N]

35 Su un pianeta lontano

- ♦♦ Su un pianeta lontano, un astronauta raccoglie una roccia. La roccia ha una massa di 5,00 kg e su quel particolare pianeta il suo peso è di 40,0 N: qual è l'accelerazione di gravità sul pianeta? [8,0 N/kg]

36 Sulla Terra

- ♦♦ Un astronauta pesa 99,0 N sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è 1,62 m/s². Quanto pesa sulla Terra? [599 N]

37 Il carrello della spesa

- ♦♦ Due ragazzi vanno a fare la spesa e mettono nel carrello 2 bottiglie di succo di frutta da 1 litro (densità 1,09 g/cm³), 5 yogurt da 125 g ciascuno e 2 pacchi di gelato da 500 g. Se il carrello ha una massa di 14,0 kg, quanto pesa il carrello pieno? [175 N]

38 PROBLEMA SVOLTO

Nella serie di documentari *Pole to Pole*, il protagonista viaggia dal polo nord al polo sud attraversando l'equatore in Kenya e portando con sé uno zaino di massa 6,5 kg. Sapendo che la costante di gravità al polo nord è $g_{\text{polo}} = 9,83$ N/kg e all'equatore $g_{\text{eq}} = 9,78$ N/kg:

- a) di quanto si alleggerisce lo zaino di Michael dal polo all'equatore?
b) Qual è la variazione percentuale del peso?

SOLUZIONE

- a) Calcola la differenza fra il peso dello zaino al polo e all'equatore:

$$P_{\text{polo}} - P_{\text{eq}} = m(g_{\text{polo}} - g_{\text{eq}}) = (6,5 \text{ kg})(9,83 - 9,78) \text{ N/kg} = 0,33 \text{ N}$$

- b) Determina la variazione percentuale del peso:

$$\frac{P_{\text{polo}} - P_{\text{eq}}}{P_{\text{polo}}} \cdot 100 = \frac{0,33 \text{ N}}{(6,5 \text{ kg})(9,83 \text{ N/kg})} \cdot 100 = 0,5\%$$

39 Sulla cima dell'Aconcagua

- ♦♦ Il valore della costante di gravità g sull'Aconcagua, la più alta vetta delle Ande, è inferiore di 0,02 N/kg rispetto al valore di g ad altitudine zero. Di quanto decresce percentualmente il peso di un corpo trasportato dal livello del mare sulla cima dell'Aconcagua? [0,2%]



La forza elastica

- ♦♦ 40 Se una massa di 25,0 g viene appesa a una molla, l'allungamento della molla è di 2,00 cm. Qual è la costante elastica della molla? [12,3 N/m]

- ♦♦ 41 Quando una massa di 9,09 kg viene posta sopra una molla verticale, la molla si comprime di 4,18 cm. Determina la costante elastica della molla. [2,13 kN/m]

- ♦♦ 42 La lunghezza di equilibrio di una molla è 20 cm e la sua costante elastica è 250 N/m. Quale sarà la lunghezza della molla se a essa viene applicata una forza di 5,0 N? [22 cm]

- ♦♦ 43 A una molla con costante elastica di 80 N/m è applicata una forza di 80 N: di quanto si allunga? Se la costante elastica fosse di 40 N/m, l'allungamento sarebbe maggiore o minore? [1 m]

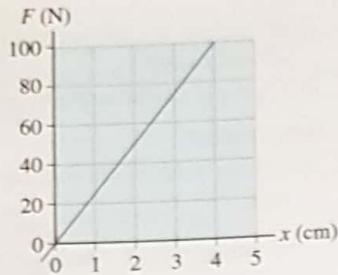
44 L'elastico della fionda

- ♦♦ Giulio sta giocando con la fionda: tirandola con una forza di 8,5 N riesce ad allungare l'elastico di 10 cm. Qual è la sua costante elastica? [0,85 N/cm]

45 Le sospensioni dell'auto

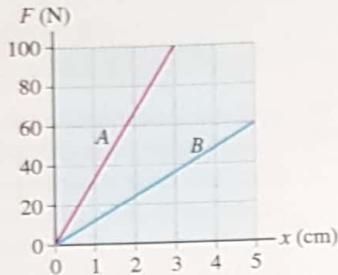
- ♦♦ Uno scatolone di 110 kg è caricato nel bagagliaio di un'automobile. Se l'altezza del paraurti diminuisce di 13 cm, qual è la costante elastica della sospensione posteriore dell'automobile? [8,3 kN/m]

- 46 La relazione tra la forza applicata F e l'allungamento x di una molla è rappresentata dal grafico in figura. Quanto vale la costante elastica della molla? [2,5 kN/m]



- 47 Per due diverse molle si registrano gli andamenti dell'allungamento in funzione della forza elastica rappresentati nel grafico.

- a) Quale delle molle risulta più rigida?
b) Qual è la sua costante elastica?



[A: 3,3 kN/m]

- 48 **IN ENGLISH**
When a 2,5 kg mass is placed on top of a vertical spring, the spring compresses 1,5 cm. Find the spring constant.

[$k = 1,6 \text{ kN/m}$]

49 PROBLEMA SVOLTO

Uno strumento sempre più utilizzato per migliorare il flusso d'aria attraverso le narici è il cerotto nasale, formato da due molle piatte di poliesteri, ricoperte di un nastro adesivo. Alcune misure hanno evidenziato che questo cerotto può esercitare sul naso una forza verso l'esterno di 0,22 N, causando una dilatazione della narice di 3,5 mm.

- a) Considerando il naso come una molla ideale, determina la sua costante elastica in N/m.
b) Quale forza è necessaria per dilatare la narice di 4,0 mm?



SOLUZIONE

- a) Utilizza la formula della legge di Hooke, $F = kx$, per calcolare la costante elastica k :

$$k = \frac{F}{x} = \frac{0,22 \text{ N}}{0,0035 \text{ m}} = 62,857 \text{ N/m} = 63 \text{ N/m}$$

- b) Utilizza l'equazione $F = kx$ per calcolare la forza richiesta per dilatare la narice di 4,0 mm:

$$F = (62,857 \text{ N/m}) \cdot (0,004 \text{ m}) = 0,25 \text{ N}$$

- 50 **Cerotti nasali**
Supponi che in farmacia sia in vendita un nuovo tipo di cerotti nasali che hanno la stessa costante elastica di quelli del problema 49, ma che esercitano sul naso una forza verso l'esterno di 0,32 N. Di quanto si dilatano le narici usando questo tipo di cerotto? [5,1 mm]

- 51 **Molla verticale**
Ponendo un blocco di acciaio su una molla verticale, la molla si comprime di 3,15 cm. Determina la massa del blocco, sapendo che la costante elastica della molla è 1750 N/m. [5,62 kg]

- 52 La lunghezza di equilibrio di una molla con costante elastica $k = 250 \text{ N/m}$ è 0,18 m.
a) Qual è il modulo della forza necessaria per allungare la molla fino al doppio della sua lunghezza di equilibrio?
b) Il modulo della forza necessaria per comprimere la molla fino a metà della sua lunghezza di equilibrio è uguale a quello della forza calcolato al punto a)? Giustifica la risposta. [a) $F = 45 \text{ N}$; b) $F = 23 \text{ N}$; è la metà della forza calcolata al punto a)]

■ Forze di attrito

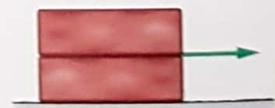
- 53 Quanta forza è necessaria per far scivolare un vaso di fiori di 14 kg, sapendo che il coefficiente di attrito statico tra il vaso e la superficie sulla quale è posto è 0,64? [88 N]

- 54 **Baule da spostare**
Devi spostare un baule che pesa 1100 N lungo il corridoio di casa. Applicando una forza di 450 N riesci a stento a metterlo in moto. Qual è il coefficiente di attrito statico fra il baule e il pavimento? [0,41]

- 55 **PREVEDI/SPIEGA**
Spingi due mattoni identici sopra un ripiano, come mostrato in figura. Nel caso 1 i mattoni sono posizionati uno accanto all'altro, nel caso 2 sono uno sopra l'altro.
a) La forza di attrito dinamico nel caso 1 è maggiore, minore o uguale a quella nel caso 2?
b) Quale fra le seguenti è la spiegazione migliore per la risposta?
1) La forza perpendicolare al ripiano nel caso 2 è maggiore e quindi i mattoni premono maggiormente sul ripiano.
2) La forza perpendicolare al ripiano è la stessa nei due casi e l'attrito è indipendente dall'area della superficie di contatto.
3) Nel caso 1 la superficie di contatto con il ripiano è maggiore e ciò provoca maggiore attrito.



Caso 1



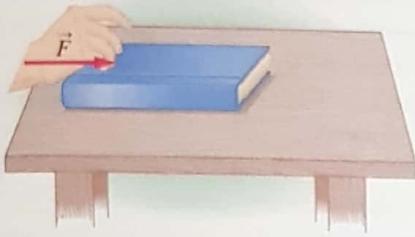
Caso 2

- 56 **Blocco di legno**
Un blocco di legno di 325 g fermo su un piano viene tirato con un dinamometro, come mostrato in figura. Il blocco inizia a muoversi quando il dinamometro indica una forza di 0,71 N. Calcola il coefficiente di attrito statico fra il piano e il blocco. [$\mu_s = 0,22$]



57 Passami il libro

Per spingere un libro di 1,80 kg fermo sul piano di un tavolo è necessaria una forza di 2,25 N perché esso cominci a scivolare. Il libro comincia poi a muoversi ed è sufficiente una forza di 1,50 N per compensare l'attrito dinamico. Quali sono i coefficienti di attrito statico e dinamico tra il libro e il piano del tavolo?



$[\mu_s = 0,127; \mu_d = 0,0849]$

58 Blocco di granito

Un blocco di granito di 10 kg è fermo su una superficie. Spinendolo con una forza orizzontale di 20 N, il blocco non si muove.

- Quanto vale la forza di attrito statico sul blocco?
- Se sul blocco appoggiamo un martello di 1,5 kg, di quanto cambia la forza di attrito statico? Giustifica la risposta.

[a) 20 N, opposta alla forza applicata; b) non cambia]

59 IN ENGLISH

Find the coefficient of kinetic friction between a 3,85 kg block and the horizontal surface on which it rests if the frictional force acting on the block has a magnitude $F_d = 24$ N.

$[\mu_d = 0,64]$

60 Attrito al supermercato

Asja spinge un carrello della spesa di massa 12,5 kg con una forza di 15,0 N in una direzione inclinata di 33° rispetto all'orizzontale. Quanto vale l'intensità della forza di attrito dinamico se il coefficiente di attrito fra le gomme del carrello e il pavimento è 0,851?

[111 N]

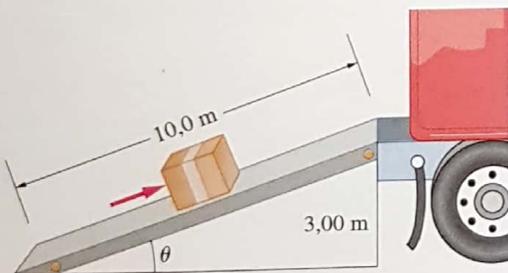


RISOLVI i PROBLEMI di RIEPILOGO

61 Rampa di carico

Supponi di spingere una scatola su una rampa di carico lunga 10,0 m. In cima alla rampa la scatola si trova a un'altezza di 3,00 m. Quanto misura l'angolo formato dalla rampa e dal piano orizzontale?

[$17,5^\circ$]



62 Esperimento sulla Luna

Un astronauta sulla Luna ($g_{Luna} = 1/6 g_{Terra}$) appende una massa di 0,5 kg a una molla ideale di costante elastica 80 N/m. Qual è l'allungamento della molla?

[1 cm]

63 Materasso a molle

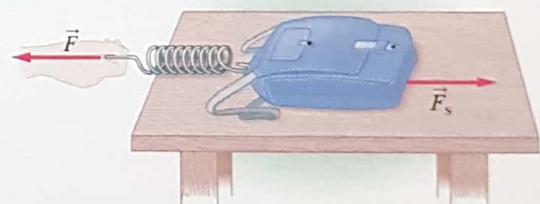
Una molla all'interno di un materasso ha una costante elastica di 580 N/m. Di quanto si comprime quando su di essa agisce una forza di 51 N?

[8,8 cm]

64 Esperimento in classe 1

Uno zaino pieno di libri, che pesa 52,0 N, è fermo su un tavolo nell'aula del laboratorio di fisica. Lo zaino viene agganciato a una molla di costante elastica 150 N/m che poi è tirata orizzontalmente, come mostrato in figura.

- Se la molla è tirata fino a che si allunga di 2,00 cm e lo zaino rimane fermo, qual è l'intensità della forza di attrito esercitata sullo zaino dal tavolo?
- La risposta alla domanda a) cambia se la massa dello zaino viene raddoppiata?

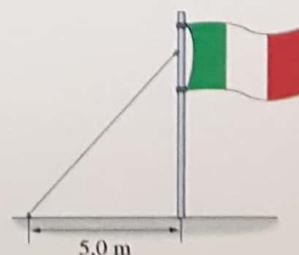


[a) $F_s = 3,00$ N; b) no]

65 L'asta della bandiera

L'asta di una bandiera, lunga 15 m, è mantenuta verticale da un cavo lungo 12 m avente un'estremità fissata a terra a una distanza di 5,0 m dall'asta, come mostrato in figura.

- A quale altezza sull'asta è fissato il cavo?
- Il cavo esercita sull'asta una forza di 250 N; disegna la forza, scomponila nelle sue componenti in direzione orizzontale e verticale e calcolane il modulo.



[a) 11 m;

b) $F_x = 104$ N, $F_y = 229$ N]