Meccanica Sperimentale

(A. A. 2019/2020)

Analisi dei segnali

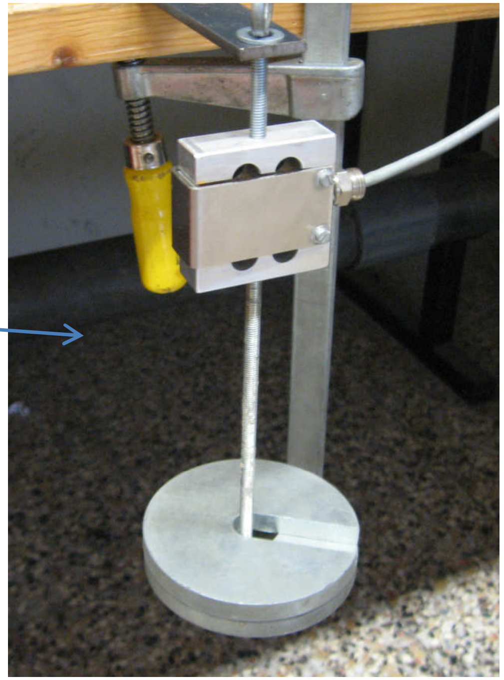
Grandezze statiche e grandezze dinamiche

- Grandezze tempo-invarianti:

  grandezze che non variano nel tempo (escludendo le variazioni dovute ad errori); ad esempio le misure svolte durante la taratura della cella di carico.

- Grandezze tempo-varianti:

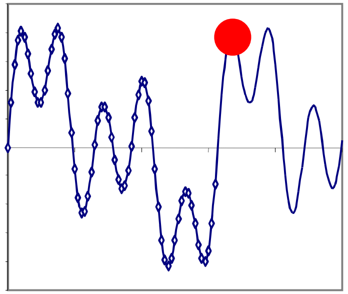
  grandezze derivate da fenomeni variabili nel tempo; ad esempio suoni, ultrasuoni, accelerazioni, urti, ecc.



Grandezze statiche e grandezze dinamiche

Es.: voltmetro

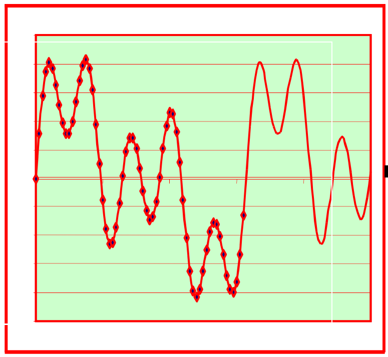
Misura singola **(grandezza del segnale in un determinato istante)**



strumento

Acquisizione **(dell'intero segnale o di una sua porzione)**

Es.: oscilloscopio

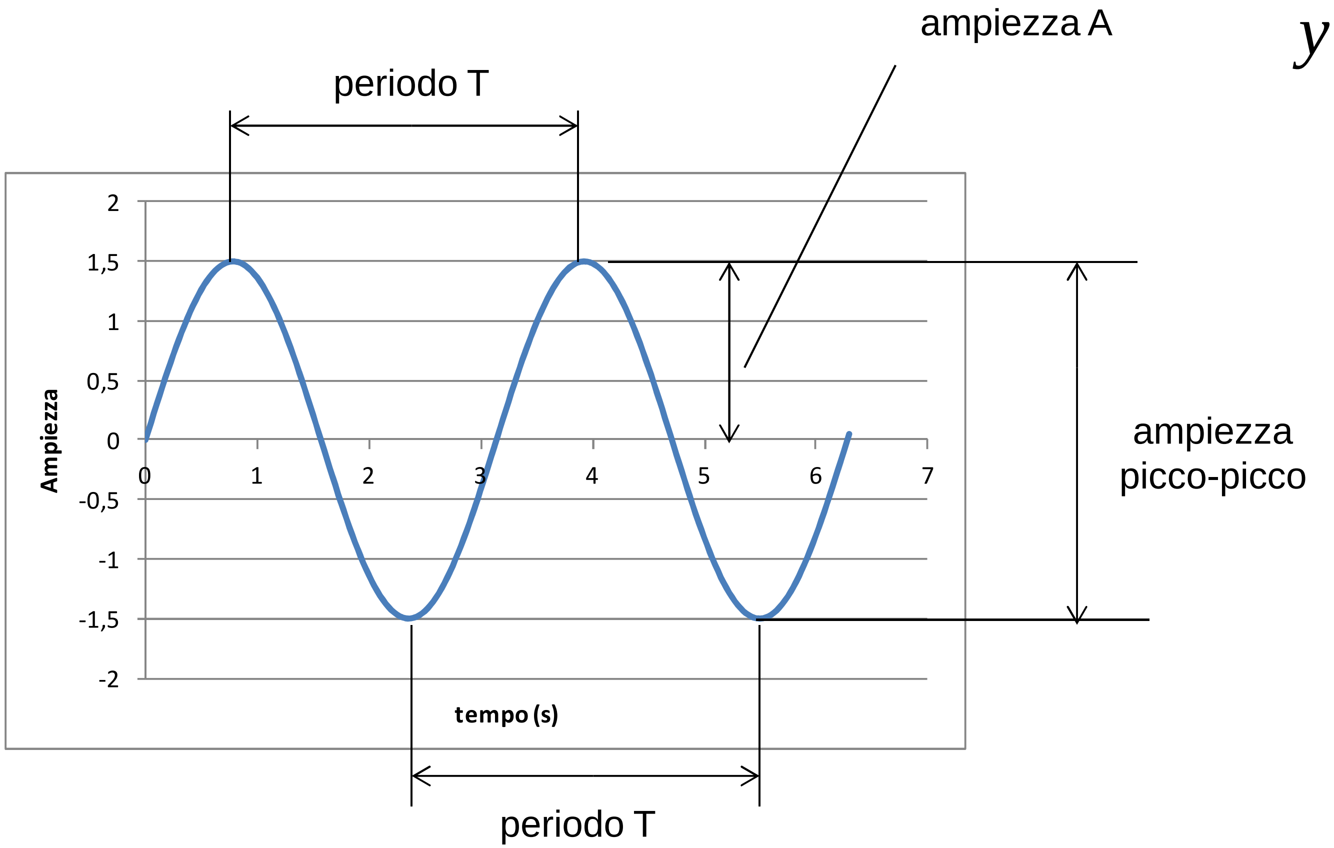


strumento

Grandezze dinamiche

Il segnale variabile più semplice è la sinusoide (periodico):

(A è l'ampiezza, ω è la pulsazione = $2\pi f$; f è la frequenza = 1/T; T è il periodo; ϕ è la fase)



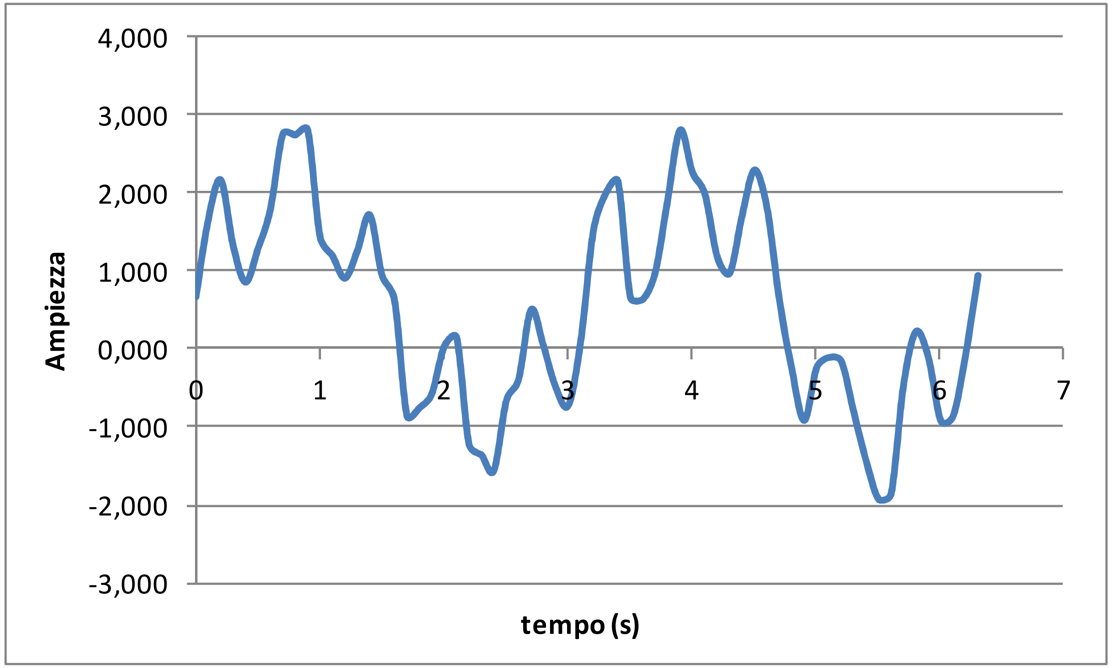
$$y = Asen\left(\omega t + \phi\right)$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{T} \qquad [Hz]$$

Grandezze dinamiche

Un generico segnale può essere molto più complicato:



In questo esempio si individuano almeno due sinusoidi sovrapposte (una con oscillazione più lenta e una più rapida), insieme a rumore casuale e a una componente costante. In genere è necessario sapere quali frequenze sono contenute in un segnale.

Grandezze dinamiche

Mentre le grandezze statiche possono essere valutate (cioè misurate) in un istante qualsiasi (essendo per definizione costanti), per le grandezze dinamiche si deve decidere quando valutarle e per quanto tempo.

Si deve infatti includere nel tempo di osservazione un numero adeguato di periodi delle oscillazioni comprese nel segnale; ad esempio, se possibile, occorrono almeno 5-10 periodi dell'oscillazione più lenta. Così si tiene conto anche dell'effetto degli errori (cioè del rumore casuale).

Considerando più periodi, infatti, si può tenere conto delle variabilità dovute a disturbi di vario genere (es. gli errori casuali).

Rappresentazione del segnale

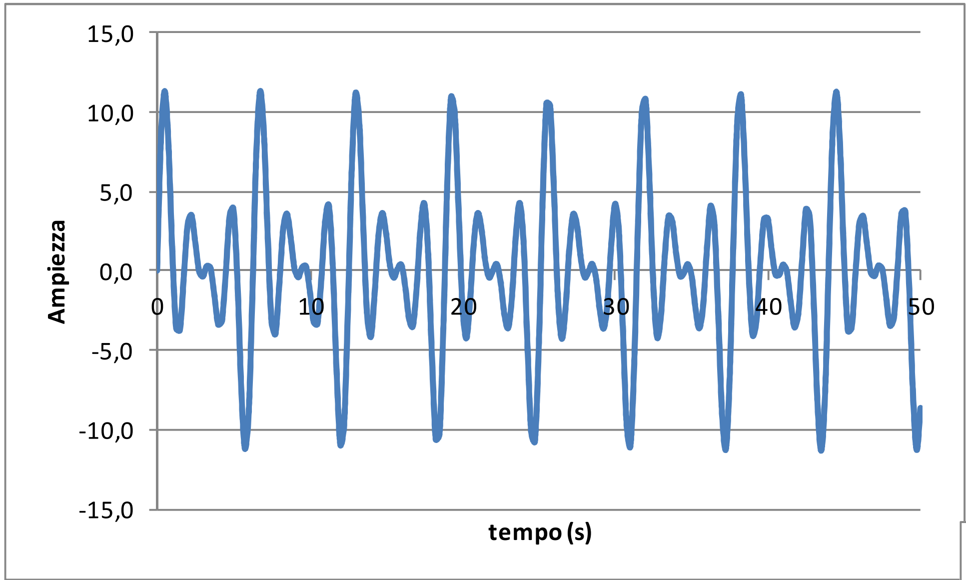
Un segnale può essere rappresentato secondo due modalità equivalenti:

- Nel dominio del tempo (è il segnale stesso, rappresentato come una funzione del tempo)

- Nel dominio delle frequenze (ovvero una rappresentazione che evidenzia il "contenuto in frequenza" del segnale)

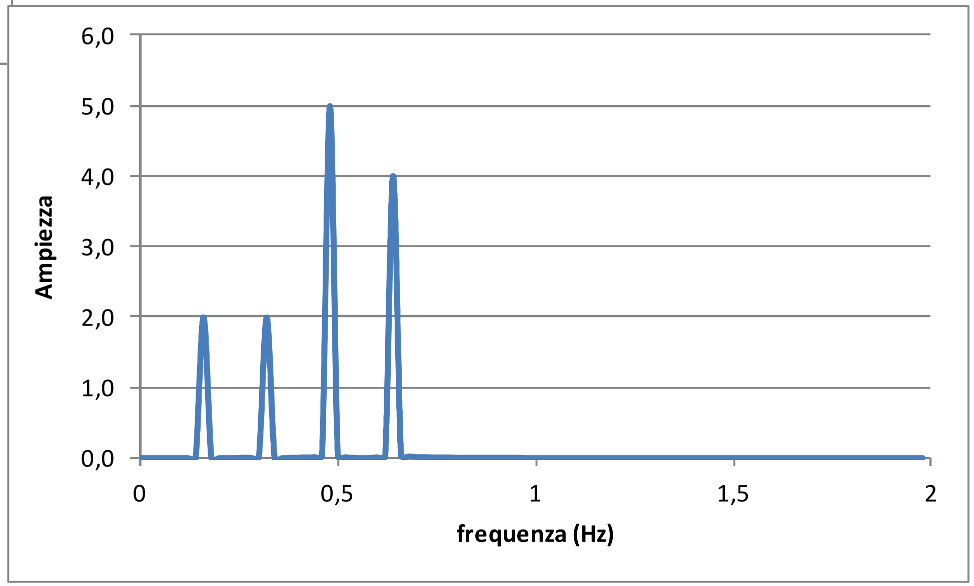
Rappresentazione del segnale

es.: y = 2sent + 2sen2t + 5sen3t + 4sen4t



Dominio del tempo
(segnale)

Dominio della frequenza
(spettro del segnale)



Serie di Fourier

Si può passare da un dominio all'altro mediante un procedimento matematico (trasformata di Fourier).

- Serie Fourier = contenuto armonico dei segnali:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk2\pi f_0 t}$$

- FFT = Fast Fourier Transform – Trasformata veloce di Fourier - algoritmo di J. W. Cooley e J. W. Tukey (1965)

Trasformata di Fourier

dominio del tempo → FFT → dominio della frequenza

$x(t)$ → FFT → $X(f)$

Trasformata

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

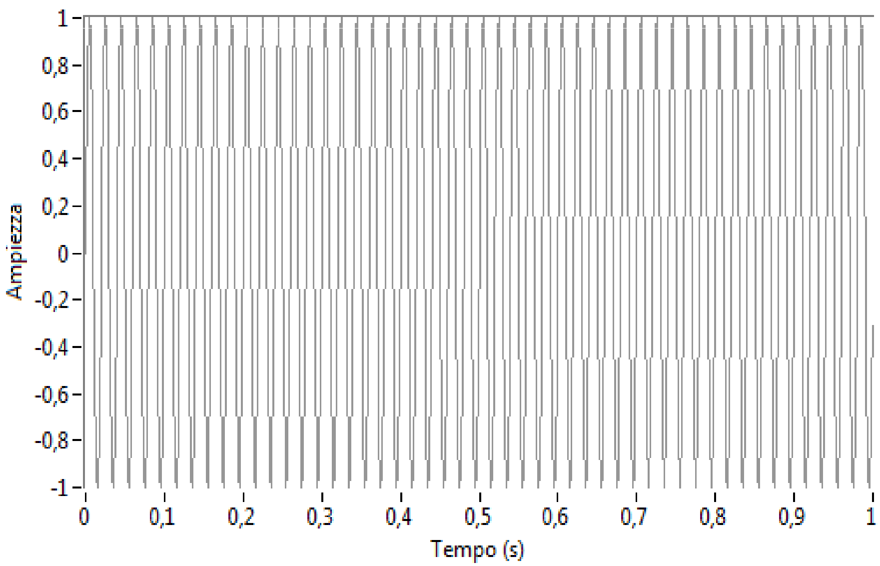
Antitrasformata

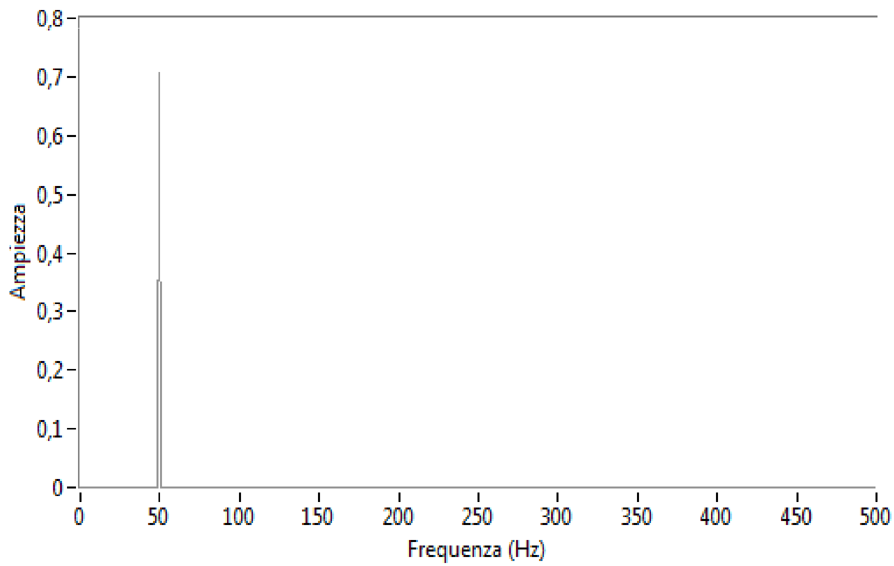
$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{+j2\pi ft} df$$

Sotto determinate condizioni il processo è reversibile.

Trasformata di Fourier: spettro

dominio del tempo → **FFT** → dominio della frequenza

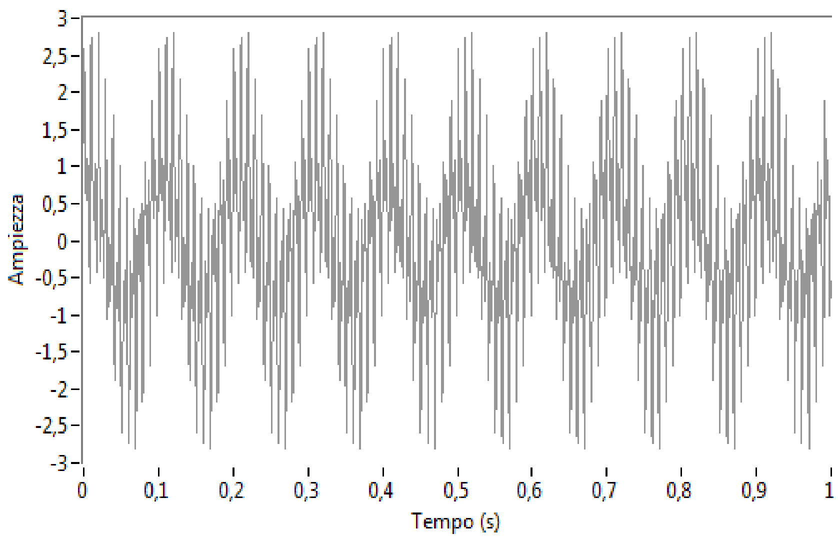




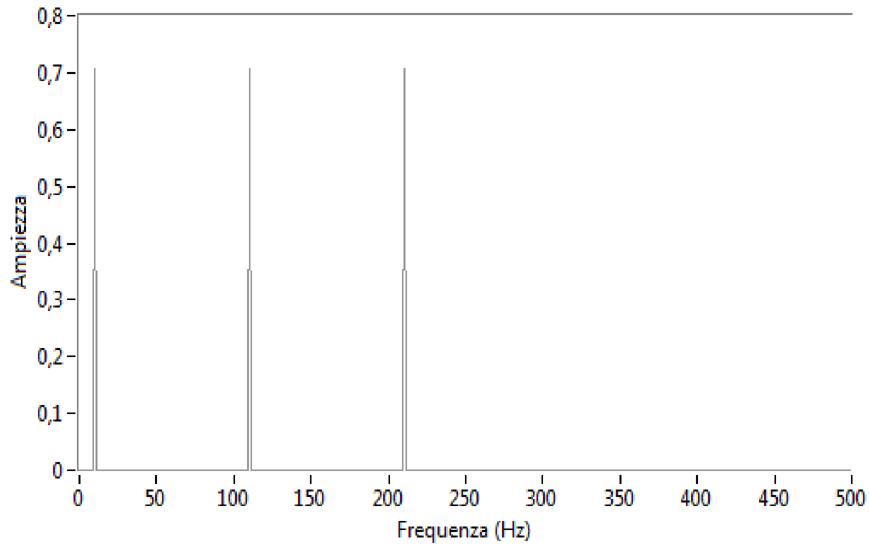
(segnale tono singolo a 50 Hz)

Trasformata di Fourier: spettro

dominio del tempo → **FFT** → dominio della frequenza

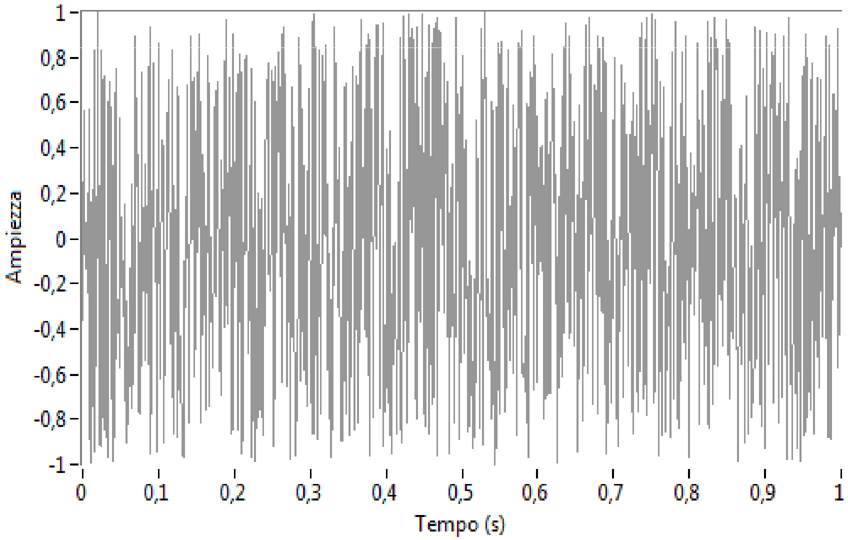


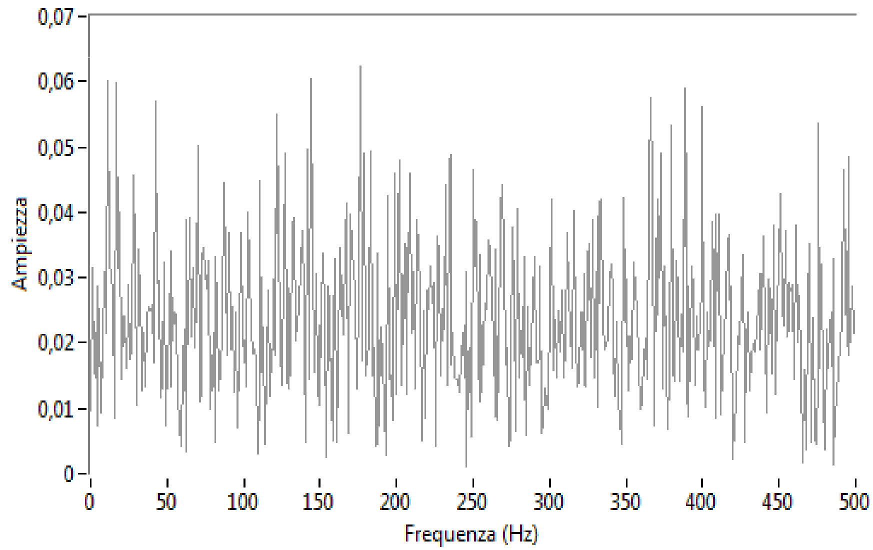
(segnale multitono)



Trasformata di Fourier: spettro

dominio del tempo → FFT → dominio della frequenza

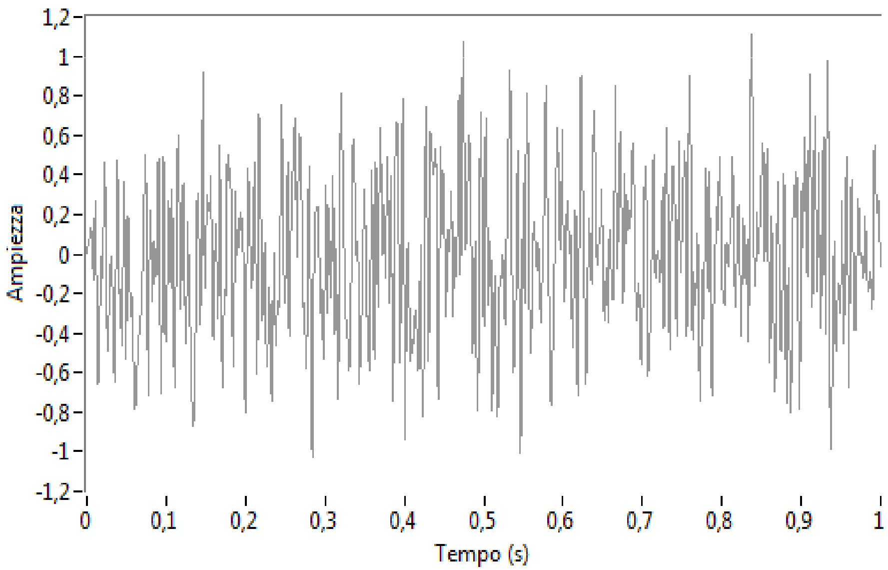


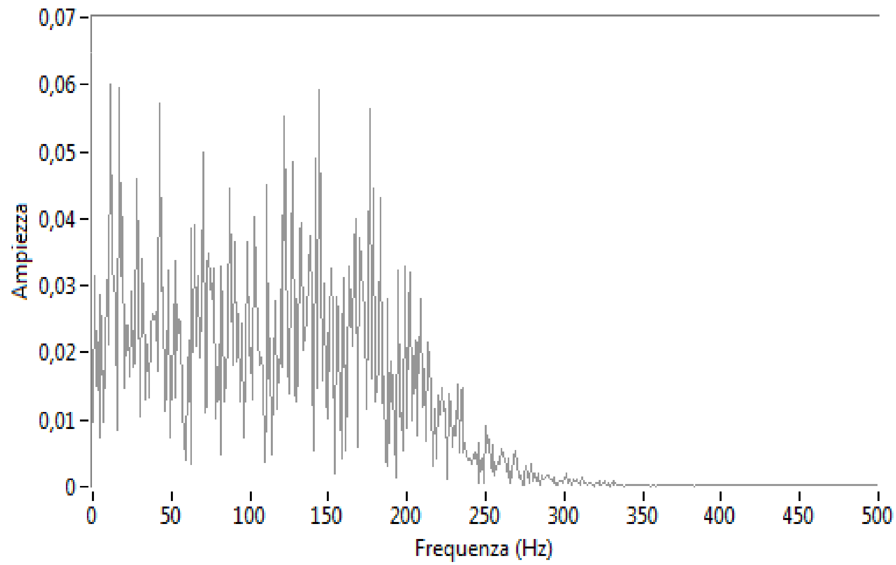


(rumore bianco)

Trasformata di Fourier: spettro

dominio del tempo → FFT → dominio della frequenza





(rumore bianco filtrato passa-basso)

Risposta di uno strumento

Oltre alle proprietà "statiche" uno strumento deve comportarsi correttamente anche nei confronti di grandezze variabili; si parla quindi di:

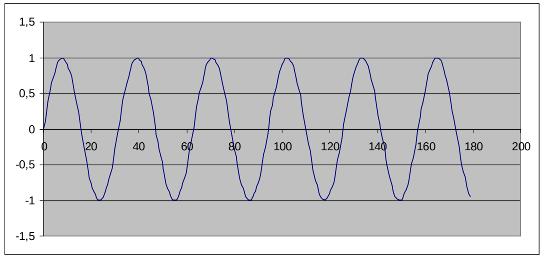
- Risposta in
  - Ampiezza (risposta all'impulso)
  - Frequenza (funzione di trasferimento: modulo)
  - Fase (funzione di trasferimento: fase)

Risposta di uno strumento

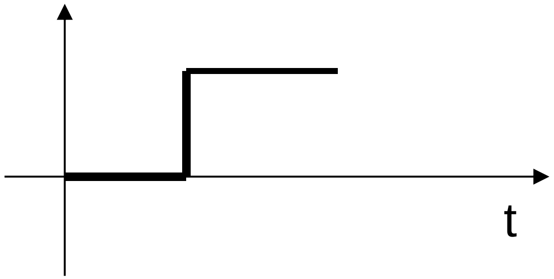
Risposta del sistema di misura a segnali “standard” di ingresso

Sinusoidale

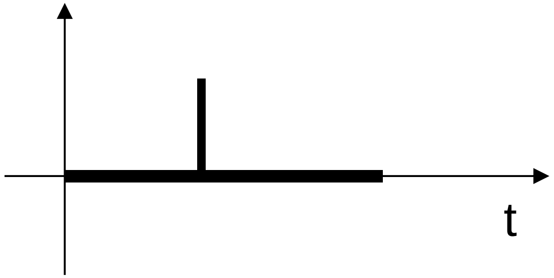
$$y = A \sin(\omega t + \varphi)$$



Gradino



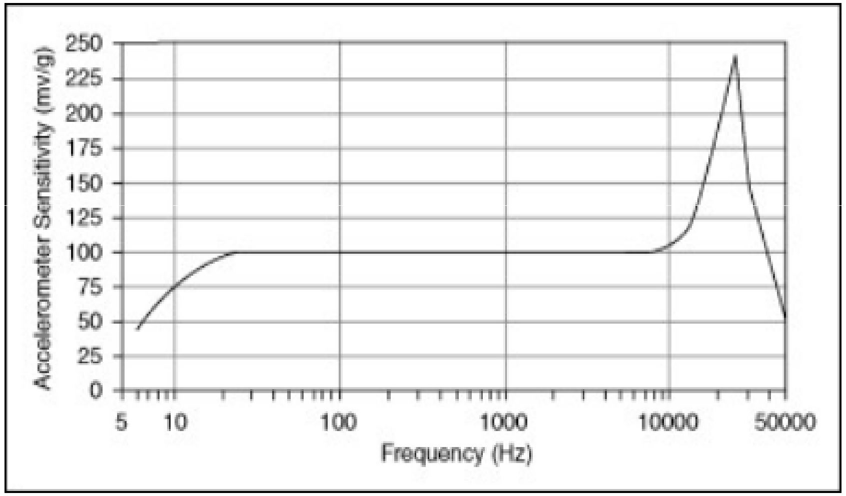
Impulso



Risposta di uno strumento

Esempio: risposta in frequenza

Accelerometro



Si vede che la sensibilità di questo strumento dipende dalla frequenza dell'accelerazione; esiste comunque un range di frequenze con sensibilità costante.

Risposta di uno strumento

Esempio: risposta all'impulso

Risposta all'impulso di un trasduttore per ultrasuoni.

Nel dominio del tempo

Nel dominio della frequenza.

PANAMETRICS
221 Crescent St Waltham MA 02154
Tel: 800-225-8330, 617-899-2740
Fax: 617-899-1552

TRANSDUCER CERTIFICATION

TRANSDUCER DESCRIPTION

PART NO.: A544S FREQUENCY: 10.00 MHz
SERIAL NO.: 97176 ELEMENT SIZE: .25" DIA.
DESIGNATION: CONTACT

TEST INSTRUMENTATION

PULSER/RECEIVER: PANAMETRICS 5052 UA: #1
DIGITAL OSCILLOSCOPE: LECROY 9400-V2.06FT #3
COMPUTER PROGRAM: VER 1.5 SETUP: DWG. #5979
CABLE: RG-174/U LENGTH: 4 FT.

TEST CONDITIONS

PULSER ENERGY: 1
PULSER DAMPING: 50 ohm
RECEIVER SETTING: 40 dB GAIN / 50 dB ATTENUATION
TARGET: BACK WALL OF .50" POLYSTYRENE

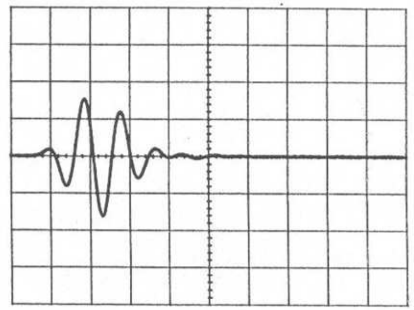
MEASUREMENTS PER ASTM E1065

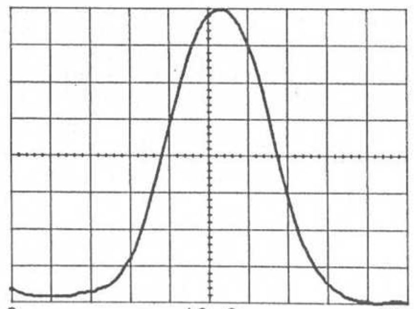
PEAK FREQUENCY ---- 10.65 MHz WAVEFORM DURATION:
CENTER FREQUENCY-- 10.50 MHz @—14dB LEVEL -- .213 us
UPPER FREQ @—6dB-- 13.50 MHz @—20dB LEVEL -- .280 us
LOWER FREQ @—6dB-- 7.50 MHz @—40dB LEVEL -- .460 us
BANDWIDTH @—6dB--- 57.1 % FOCAL LENGTH ----

COMMENTS:

TECHNICIAN: (3) DATE: 08-18-93

WAVEFORM
VERTICAL SENSITIVITY: 200 mv/div
HORIZONTAL RESOLUTION: .10 us/div



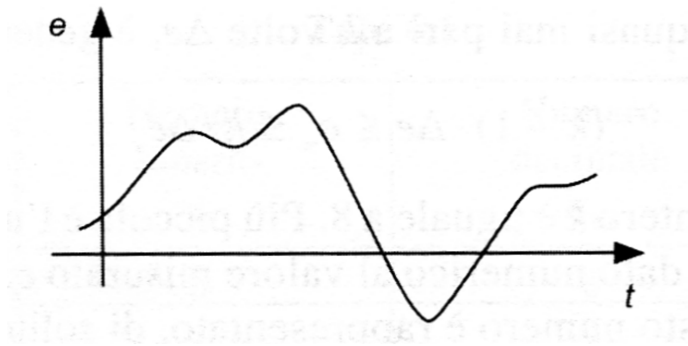


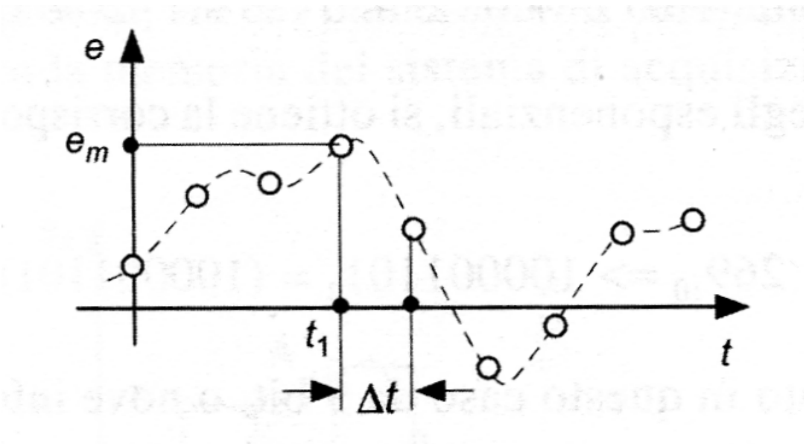
SPECTRUM
VERTICAL: LINEAR FORMAT
HORIZONTAL: (MHZ)

Conversione analogico-digitale e digitale-analogica

I segnali elettrici provenienti dai sensori sono solitamente continui nel tempo (tempo-continui), cioè sono rappresentabili mediante una funzione continua.

Per poter essere usati con i calcolatori i segnali devono essere trasformati in forma digitale (cioè in una serie discreta di numeri: ADC)



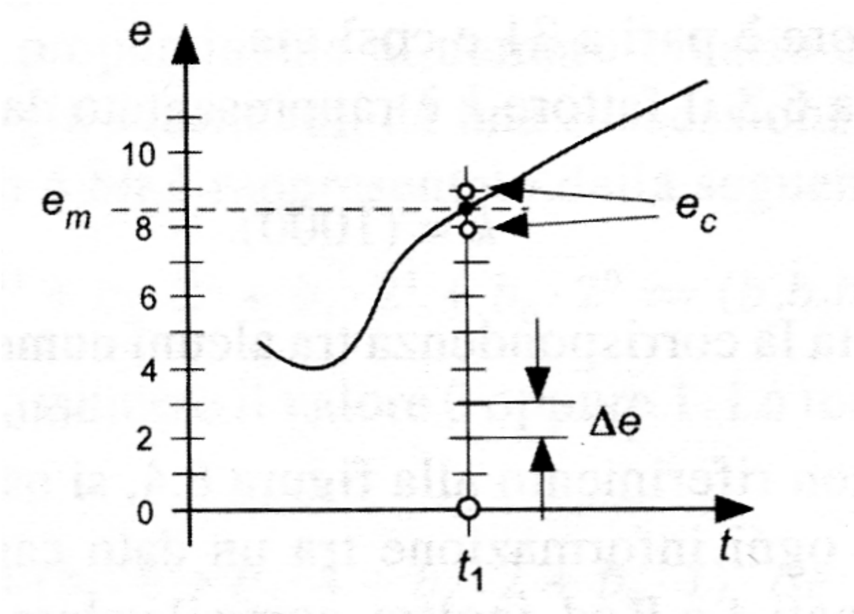


Il segnale viene prelevato in determinati istanti di tempo t_i e convertito, di solito su base binaria.

L'intervallo fra due dati successivi Δt si chiama intervallo di campionamento e il suo reciproco è la frequenza di campionamento (Hz)

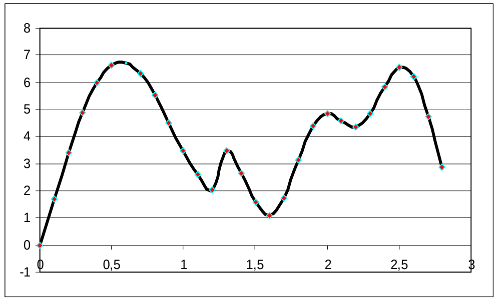
Conversione analogico-digitale e digitale-analogica

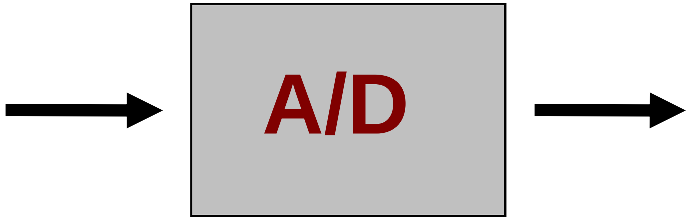
Anche l'ampiezza del segnale deve essere discretizzata, usando numeri a base binaria; tale operazione si chiama quantizzazione.



A volte è necessario effettuare l'operazione inversa: conversione digitale-analogica (DAC). Si usano opportune funzioni interpolanti.

Conversione analogico-digitale





0	-0,0218
0,1	1,689697
0,2	3,386181
0,3	4,880178
0,4	6,001631

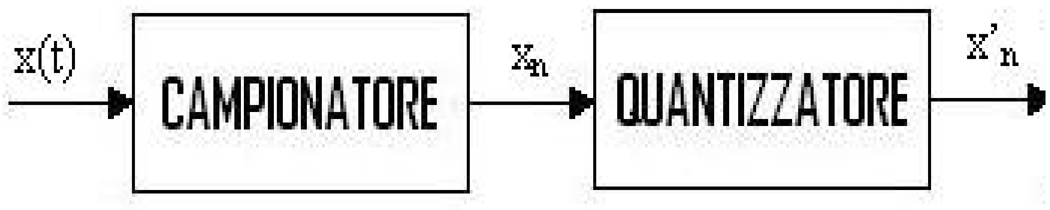
segnale analogico

segnale digitale

- Acquisizione segnale analogico
- Segnale “analogico”
- Eventuale filtraggio del segnale analogico
- Conversione A/D: **Analogico ⇨ Digitale**
- Segnale “digitale”
- Manipolazione segnale digitalizzato (es. usando il calcolatore)

Conversione analogico-digitale

La conversione avviene quindi in due fasi:



Segnale **Analogico** ⟹

– Campionamento (discretizzazione nel tempo)
– Quantizzazione (discretizzazione dell'ampiezza)

⟹ Segnale **Digitale**

Teorema del campionamento (di Shannon)

Oltre agli errori che abbiamo visto per le misure analogiche, nella conversione a digitale si possono commettere altri tipi di errore; il primo riguarda il campionamento; è un errore **evitabile** se si rispetta il teorema del campionamento:

- Mette in relazione il contenuto di informazione di un segnale campionato con la frequenza di campionamento e le frequenze contenute nel segnale analogico originale, definendo così la minima frequenza necessaria per campionare un segnale analogico senza che si incorra nella perdita di informazioni per poter ricostruire il segnale analogico "tempo-continuo" originario.
- A questa frequenza viene normalmente dato nome di *frequenza di Nyquist* f_N
- Il teorema afferma che, sotto opportune ipotesi, in una conversione analogico-digitale la minima frequenza di campionamento necessaria per evitare ambiguità e/o perdita di informazione nella ricostruzione del segnale analogico originario con frequenza massima finita, è pari al doppio di quest'ultima:

$$f_c \geq 2 \cdot f_{\max}$$

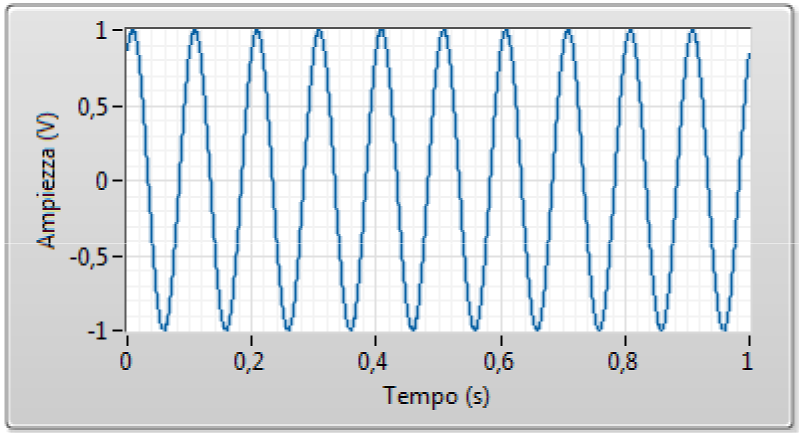
- Quindi la frequenza di Nyquist è la metà della frequenza di campionamento; il teorema di può esprimere anche: $f_{\max} \leq f_N$

Teorema del campionamento (di Shannon)

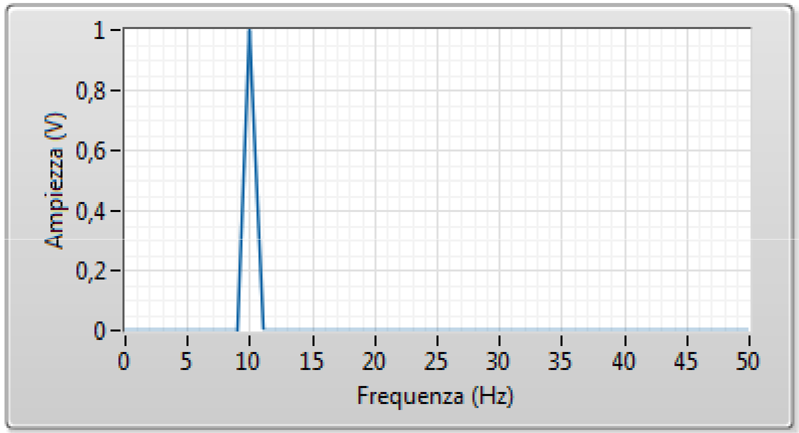
- Se viene rispettato il teorema del campionamento è allora possibile ricostruire, con l'utilizzo di apposite funzioni interpolatrici, il segnale analogico senza perdere alcuna informazione. Se non viene rispettato il teorema del campionamento, si riscontra un effetto conosciuto con il nome di **aliasing**, che comporta una distorsione del segnale analogico ricostruito rispetto a quello originale campionato. Per evitare il fenomeno dell'aliasing in un segnale con f_{max} è necessario:
  - 1) adottare una frequenza di campionamento superiore a $2f_{max}$ se non si vogliono perdere le informazioni contenute nelle componenti ad alta frequenza del segnale analogico acquisito
  - 2) adottare un filtraggio anti-aliasing (filtro passa-basso) prima del campionamento così da eliminare le frequenze contenute nel segnale analogico superiori alla frequenza di Nyquist (f_N, frequenza di campionamento diviso 2) del campionatore.
- Generalmente per una buona e fedele ricostruzione del livello analogico è richiesta una frequenza di campionamento che sia 5-10 volte superiore alla frequenza massima contenuta nel segnale campionato.

Teorema del campionamento: esempio

Dominio del tempo



Dominio della frequenza

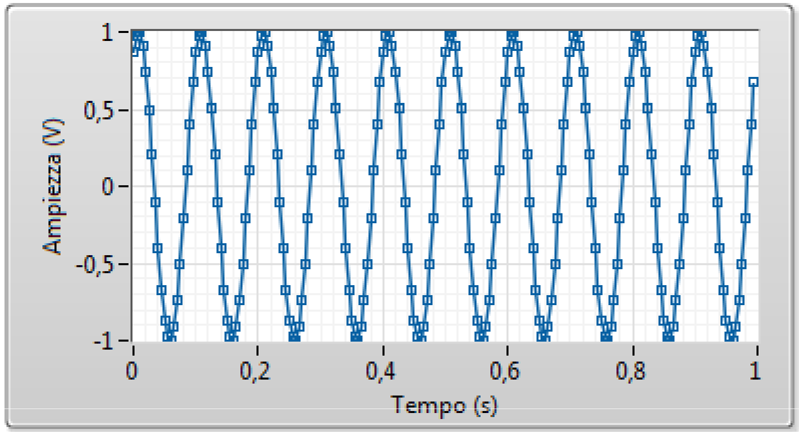


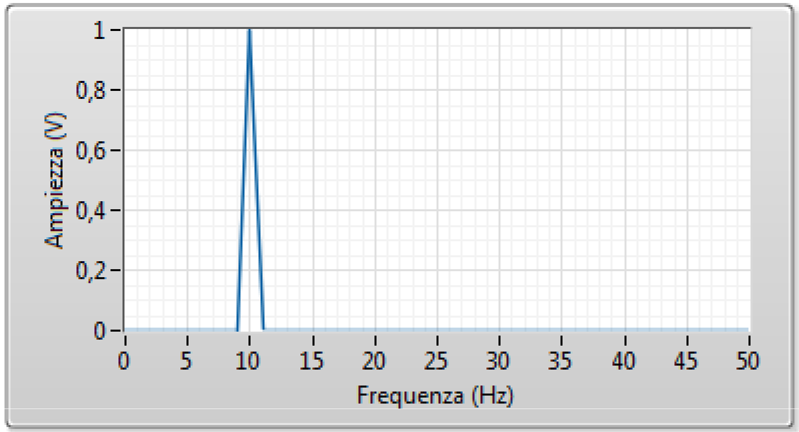
Segnale analogico, periodico con frequenza = 10 Hz

N.B. : anche ai segnali digitali si può applicare la trasformata di Fourier (Discrete Fourier Transform - DFT) e passare dal dominio del tempo a quello della frequenza e viceversa.

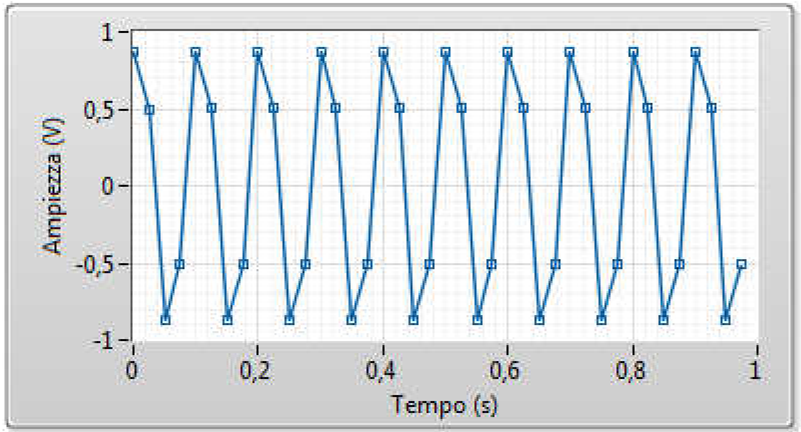
Dominio del tempo

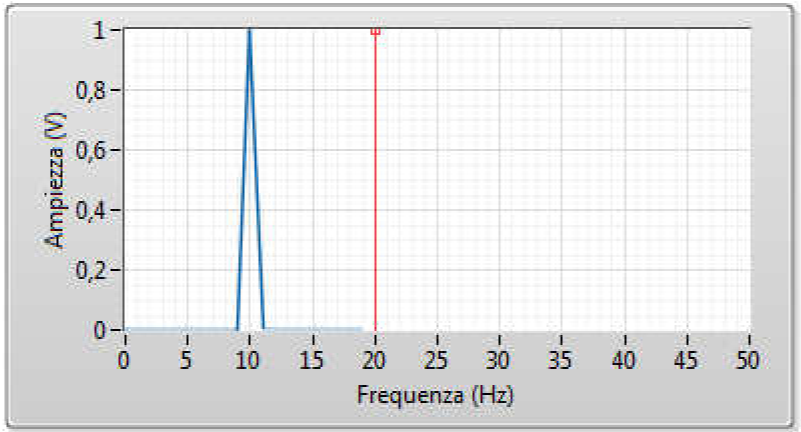
Dominio della frequenza





Segnale digitale campionato con f_c = 200 Hz (f_N = 100 Hz)

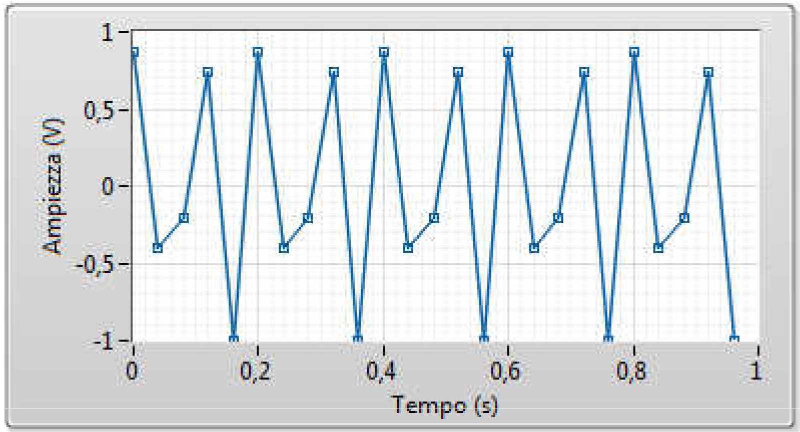


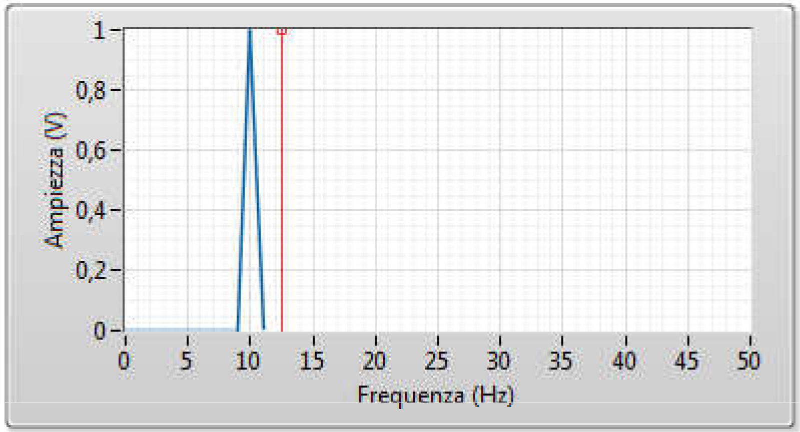


Segnale digitale campionato con f_c = 40 Hz (f_N = 20 Hz)

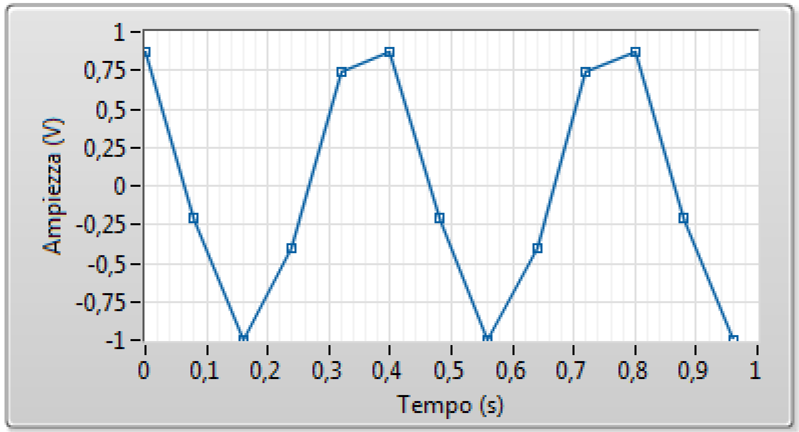
Dominio del tempo

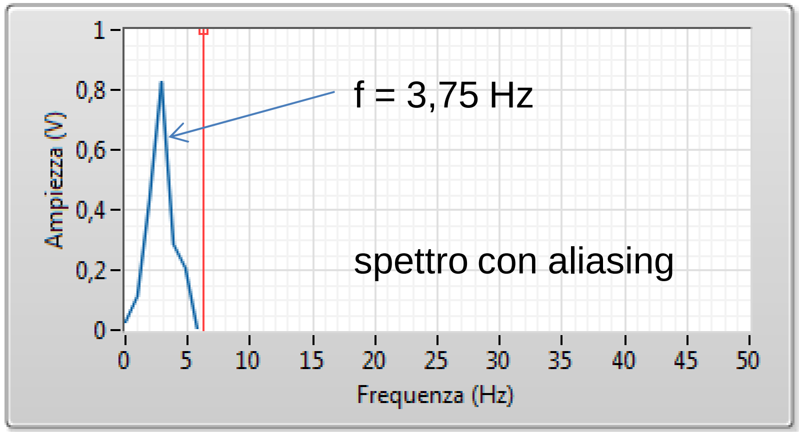
Dominio della frequenza





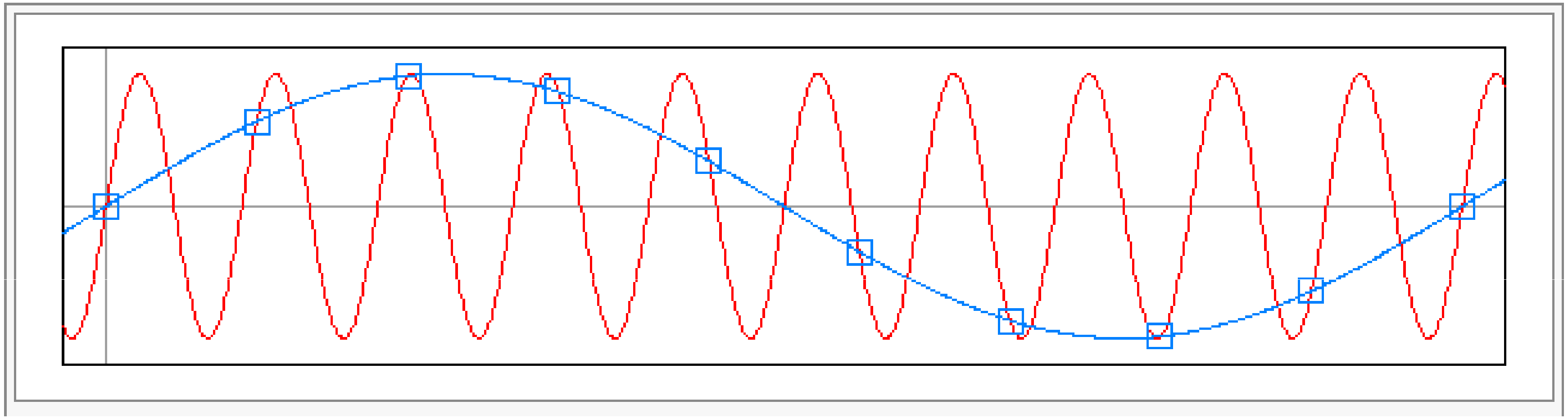
Segnale digitale campionato con f_c = 25 Hz (f_N = 12,5 Hz)





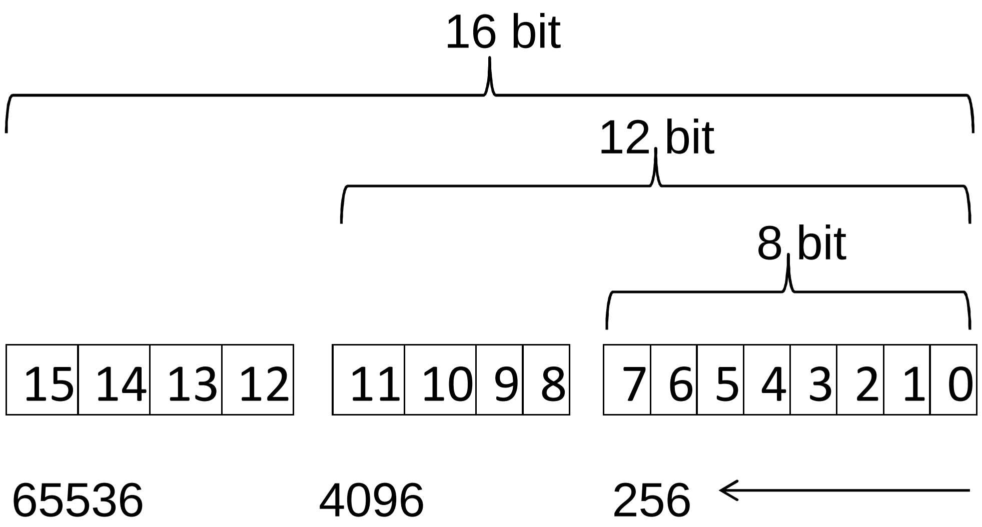
Segnale digitale campionato con f_c = 12,5 Hz (f_N = 6,25 Hz)

Teorema del campionamento: esempio

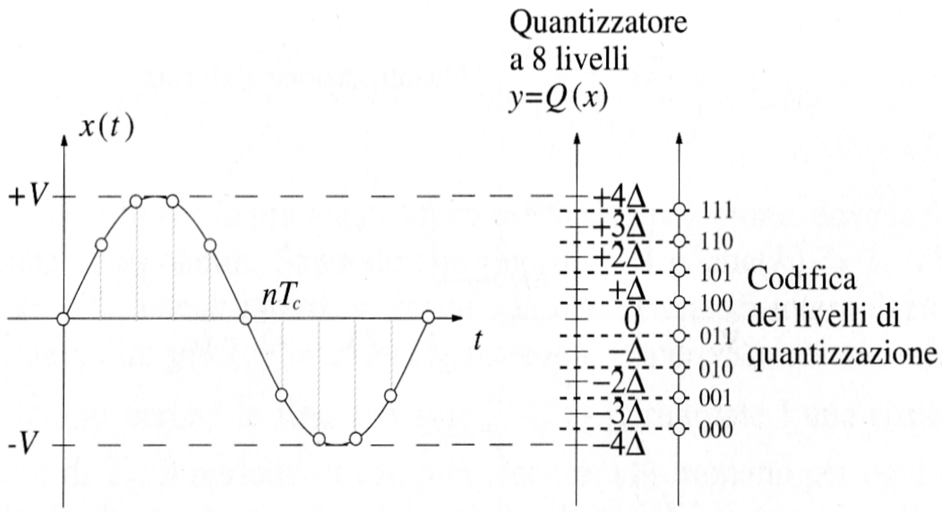


Esempio di errore di aliasing nel dominio del tempo

Quantizzazione



- $2^3 = 8$
- $2^8 = 256$
- $2^{12} = 4096$
- $2^{16} = 65536$
- ecc.



Esempio usando 3 bit

Passo di quantizzazione

Se ho un sensore con:
- range = 0 -1000 ℃
- dinamica di uscita *D* = 0-10V

⇒ 10 mV/℃

Risoluzione del quantizzatore;
passo di quantizzazione:

$$p = \frac{D}{2^b}$$

8 bit: 39,06 mV/bit ⇒ 3,91 ℃/div

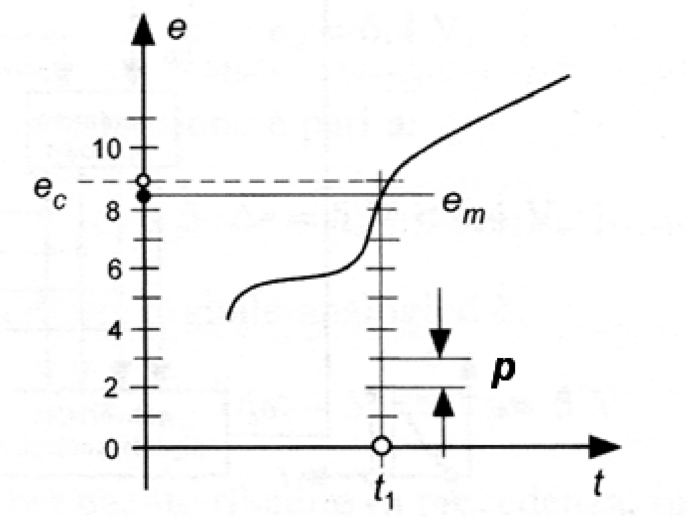
12 bit: 2,44 mV/bit ⇒ 0,244 ℃/div

16 bit: 0,153 mV/bit ⇒ 0,015 ℃/div

dove b è in numero di bit usati dal quantizzatore.

Errore di quantizzazione

I valori in ingresso devono essere approssimati al livello disponibile più vicino; l'errore di approssimazione è casuale con distribuzione uniforme. E' un errore che si può diminuire (aumentando il numero di bit) ma è **inevitabile**.



Di conseguenza l'errore massimo di quantizzazione è:

$$q = \pm \frac{p}{2}$$

8 bit: ±19,53 mV ⇒ ±1,95 °C

12 bit: ±1,22 mV ⇒ ±0,122 °C

16 bit: ±0,076 mV ⇒ ±0,008 °C

Esempio

CD audio:

- Frequenza di campionamento f_c = 44100 Hz

(quindi la frequenza di Nyquist è f_N = 22050 Hz)

Si noti che le frequenze udibili dall'orecchio umano sono inferiori a 20000 Hz nel migliore dei casi. Ovviamente il teorema del campionamento è rispettato se non si inviano al convertitore frequenze superiori a 22050 Hz. Occorre usare un filtro anti-aliasing, dato che alcuni strumenti musicali emettono a frequenze maggiori.

- Numero di bit del quantizzatore $\boldsymbol{b}$ = 16

(numero di livelli 2^b = 65536)