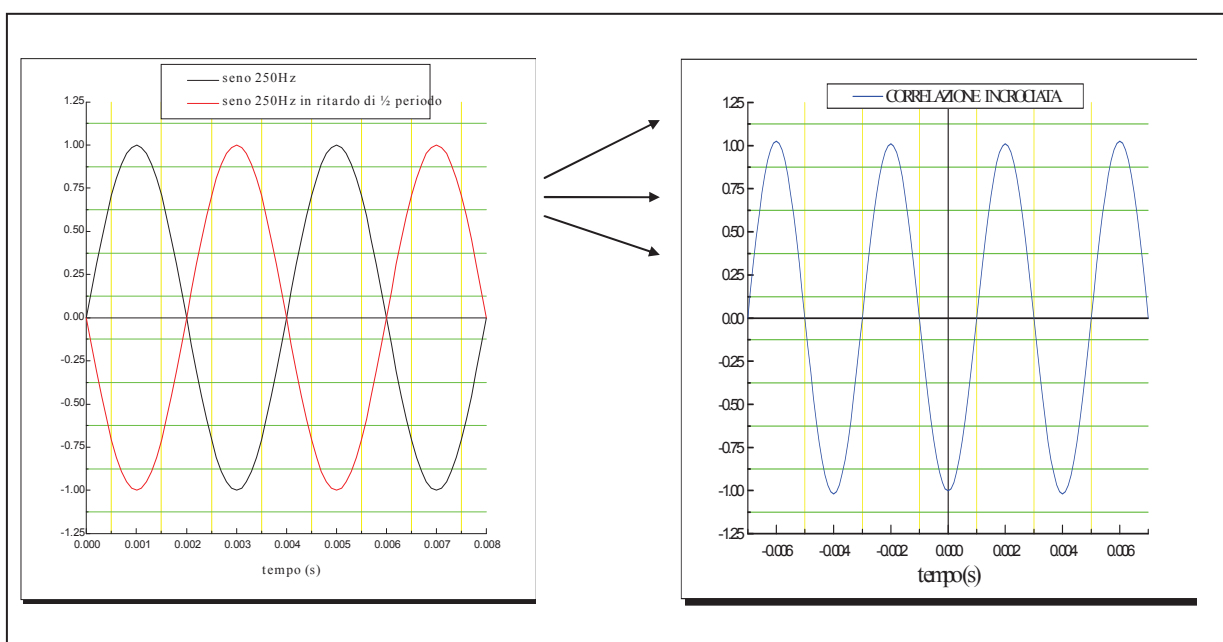


Università degli Studi di Firenze
 Dipartimento di Energetica "Sergio Stecco"
 Via Santa Marta 3, 50139



**CORSO DI FORMAZIONE E AGGIORNAMENTO
 SULL'ANALISI DEI SEGNALI DINAMICI**

*Giampaolo Manfrida
 &
 Daniele Contini*



Introduzione

Il presente corso sviluppa un'introduzione all'analisi dei segnali sperimentali includendo sia l'analisi nel dominio del tempo che l'analisi nel dominio delle frequenze di segnali singoli e di coppie di segnali fra loro correlati (analisi incrociata o bicanale). La prima parte riguarda la descrizione dei segnali ed il loro campionamento nella forma digitale fino ad ottenere le serie di dati (time histories del segnale). Si introduce la densità di probabilità sia sul segnale singolo che la densità di probabilità congiunta su due segnali, trattando in particolare dettaglio la distribuzione normale degli errori (distribuzione gaussiana). In termini di analisi statistica si descrivono i momenti statistici ed il metodo di calcolo di tali momenti insieme con la loro interpretazione fisica.

Segue poi un'introduzione alle tecniche di analisi dei dati nel dominio del tempo e delle frequenze con particolare riferimento allo spettro di potenza, alla funzione di autocorrelazione ed all'analisi bicanale di una coppia di segnali (cross-spettro e cross-correlazione). Queste metodologie di analisi di largo impiego nelle indagini a carattere tecnologico e scientifico sono descritte enfatizzando le applicazioni e la loro interpretazione fisica.

Sono inoltre descritte le catene di acquisizione dati di tipo digitale e si analizzano i vari problemi connessi con la digitalizzazione (aliasing ed errore di quantizzazione); viene introdotta la tecnica della regressione lineare basata sul metodo dei minimi quadrati ed il test del chi-quadrato per una distribuzione di probabilità. In questo ambito è anche introdotto il detrending dei dati e lo smoothing.

I vari argomenti sono trattati in modo da fornire le basi matematiche generalmente utilizzate nell'analisi dei segnali e vengono messe in particolare evidenza le metodologie atte a evidenziare le particolari caratteristiche di un segnale così come le moderne metodologie di approccio al problema della coerenza dei segnali e alle tecniche di segmentazione, overlap e finestrate ampiamente utilizzate nella costruzione degli spettri di potenza.

Una sezione finale è dedicata alla descrizione dei filtri digitali, alla loro caratterizzazione e "costruzione" mettendo in particolare evidenza le potenzialità che il filtraggio digitale offre nell'interpretazione e nella manipolazione dei dati sperimentali.

I vari argomenti sono corredati da esempi applicativi sviluppati in ambiente MATLAB, che sono parte integrante del corso, che servono per evidenziare l'interpretazione fisica di alcune grandezze tipicamente legate all'analisi dei segnali e per chiarire ed illustrare le potenzialità applicative delle varie metodologie proposte.

I dati sperimentali

Un dato sperimentale rappresenta il risultato di una misura di una certa grandezza fisica e contribuisce quindi alla rappresentazione di un particolare fenomeno fisico che può essere **deterministico** o non deterministico (**random**). I dati deterministici sono quelli che seguono una particolare legge matematica, esistono numerosi fenomeni di questo tipo, ad esempio il moto di un corpo di massa m ancorato ad una molla di costante elastica k . Esempi di fenomeni casuali possono essere il moto delle onde in un mare in tempesta od il segnale elettrico generato da un generatore di rumore. Affinché il fenomeno si possa definire deterministico deve essere oggetto di ripetute indagini sperimentali il cui risultato sia “praticamente” lo stesso. Il “praticamente” necessita di una spiegazione anche perché nell’indagine sperimentale entrano in gioco due livelli di valutazione:

- 1) l’insieme dell’indagine sperimentale, ad esempio la realizzazione di una stessa misura in diverse condizioni di equilibrio,
- 2) la misura fatta in una data condizione di equilibrio che può ad esempio essere ripetuta numerose volte per verificarne l’attendibilità.

Può verificarsi che il fenomeno sia ragionevolmente deterministico su larga scala, ovvero si verifica la ripetibilità dell’esperimento ma la singola misura ripetuta in condizioni stazionarie non fornisce mai una risposta deterministica in quanto i dati fluttuano in maniera casuale (random) intorno ad un certo valor medio.

In linea di principio possiamo quindi considerare come segnale una serie di misure ripetute successivamente nel tempo di una certa grandezza fisica i cui valori possono cambiare nel tempo in base a leggi deterministiche o random a seconda che si stia misurando l’evoluzione di un fenomeno fisico oppure un valore stazionario con sovrainpresso un “rumore”.

Per quanto ogni misura sperimentale sia affetta da errori dovuti alla limitata accuratezza dei trasduttori e/o della catena di misura in questo corso trascureremo gli errori sperimentali e considereremo le variabilità del segnale come derivanti dalla sua stessa evoluzione o dalla presenza di rumore elettronico dovuto alla catena di acquisizione.

Le serie temporali

Prima di entrare nei dettagli relativi all'analisi dei dati è bene sottolineare le caratteristiche generali delle serie temporali di dati e la metodologia di acquisizione dei medesimi. Generalmente il segnale da analizzare è un segnale elettrico che rappresenta l'uscita di un opportuno trasduttore. Il trasduttore fornisce un segnale elettrico (in corrente o in tensione) che varia, spesso, ma non sempre, linearmente, con la grandezza fisica da misurare. Il segnale di uscita del trasduttore è quindi di tipo analogico e rappresenta una funzione continua del tempo:

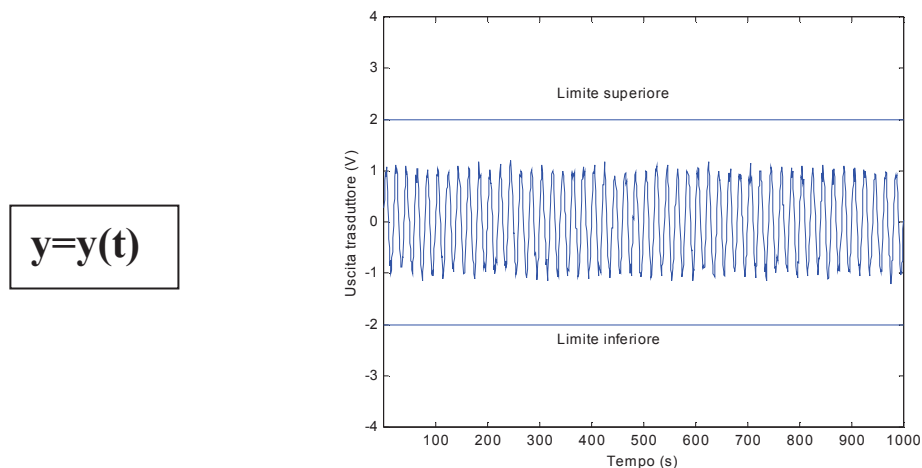


Fig. 1) Esempio di segnale analogico variabile nel tempo

Il segnale y può assumere qualunque valore, in maniera continua, nei limiti di funzionamento del trasduttore stesso ed è quindi un numero reale. **Questo tipo di segnale si dice analogico.** Il segnale analogico può essere registrato direttamente (senza alcuna conversione) su supporti di tipo magnetico tramite opportuni registratori o messo in grafico, ad esempio, con il sistema della carta che scorre sotto un apposito pennino (tipo sismografo). Si può inoltre processare direttamente il segnale analogico eseguendo operazioni sul segnale sia semplici (moltiplicazioni ed addizioni) sia complesse (derivazioni, integrazioni) sfruttando circuiti elettronici basati sia su reti passive che su amplificatori operazionali opportunamente reazionati (circuiti derivatori e circuiti integratori). In questo modo è possibile condizionare e processare direttamente il segnale analogico senza cambiare la sua “natura elettrica”.

L'alternativa al segnale analogico consiste nella digitalizzazione del segnale stesso e quindi nel campionamento dell'uscita del trasduttore a certi istanti t_i convertendo il segnale analogico all'istante t_i in un numero (da qui la dizione digitale) con un numero di cifre congruente con il numero di bit a disposizione del convertitore analogico-digitale (CAD o ADC). Il funzionamento e la precisione ottenibile dai sistemi ADC saranno argomenti discussi in seguito. Per il momento si suppone che l'ADC sia scelto in maniera tale da svolgere adeguatamente il suo compito in termini di precisione e velocità di campionamento. Il risultato è quindi quello di ottenere un campione di N dati che costituisce una serie temporale (detta anche time history)

$$y_i = y(t_i) \quad \text{con} \quad 0 < i \leq N$$

rappresentativa del segnale in uscita dal trasduttore e, in ultima analisi, rappresentativa della grandezza fisica in esame tramite la calibrazione del trasduttore stesso.

Bisogna sottolineare che spesso si lavora direttamente sull'analisi del segnale di uscita campionato dal trasduttore, tuttavia questo è lecito e corretto solo nel caso in cui la risposta del trasduttore è di pura proporzionalità diretta con la grandezza fisica in osservazione. Questo è vero per molti trasduttori, ad esempio trasduttori di pressione, misuratori laser di distanza ecc. Tuttavia per altri trasduttori, ad esempio misure di velocità di correnti aeriformi con tubi di Pitot in cui la relazione fra la velocità del fluido e la pressione dinamica effettivamente misurata è di tipo quadratico o per misure di velocità con anemometri a filo caldo in cui la relazione fra velocità e tensione del trasduttore è una potenza si avrà una legge di calibrazione che permette di passare dalla uscita elettrica del trasduttore $x(t)$ alla grandezza fisica in esame $y(t)$ del tipo:

$$x(t)=C(y(t))$$

In questi casi, per analizzare e processare la grandezza fisica, è necessario applicare dapprima la funzione C perché questo porta a delle distorsione sia nei momenti statistici che negli spettri di potenza del segnale.

Da questo momento in avanti considereremo comunque di lavorare sulla grandezza fisica e di avere quindi un campione di dati x_i che rappresenta l'evoluzione temporale della grandezza fisica in esame campionata a diversi istanti di tempo t_i a partire da un riferimento temporale noto.

L'utilizzo del segnale analogico potrebbe sembrare la scelta più naturale per le analisi dei dati, tuttavia attualmente le procedure di digitalizzazione possono essere fatte con strumenti elettronici facilmente reperibili e con costi contenuti inoltre si ha la possibilità di conservare grandi quantità di dati in comuni PC. Inoltre il segnale analogico, per sua stessa natura, è soggetto a degrado e molto sensibile a "sporcamanti" dovuti al rumore sia in fase di elaborazione ed analisi che in fase di pura conservazione su supporti magnetici. I campioni di dati digitali sono invece essenzialmente incorruttibili nel senso che non sono soggetti a sporcamente dovuti al rumore elettrico degli strumenti di conservazione ed analisi. Ecco quindi come, dal punto di vista pratico, le serie di dati digitali sono alla lunga preferibili e sono di gran lunga le più utilizzate in ambito tecnico e scientifico.

Il teorema del campionamento afferma che per avere una corretta descrizione di un segnale armonico alla frequenza f_s si deve campionare il segnale analogico ad una frequenza di campionamento almeno doppia: $f_c=2f_s$.

Questo significa che per descrivere correttamente il contenuto in frequenza di una sinusoidale occorre avere almeno due misure per ogni periodo della sinusoidale stessa. In pratica se si campiona un segnale qualunque $x(t)$ trasformandolo in una serie di dati digitalizzati campionando ad una frequenza costante f_c si descrive correttamente i contenuti in frequenza del segnale originale $x(t)$ fino alla frequenza cosiddetta di Nyquist $f_N=f_c/2$. Qualunque componente del segnale ad una frequenza maggiore della frequenza di Nyquist subirà il fenomeno dell'aliasing (descritto in seguito). Diventa quindi necessario utilizzare un filtro passa basso durante il campionamento che elimini, o comunque riduca fortemente, le componenti del segnale a frequenze maggiori di f_N . Si sottolinea fin da ora che il filtro da utilizzare in questo caso deve essere un filtro di tipo analogico che agisce prima del campionamento stesso in quanto un segnale che è stato campionato erroneamente e che ha subito l'aliasing non è più correggibile con tecniche di filtraggio digitali. In altre parole una volta avvenuto il fenomeno dell'aliasing è irreversibile.

Il campionare correttamente un segnale non implica soltanto l'utilizzo di una corretta frequenza di campionamento, come prima descritto, ma anche il registrare un campione di dati che sia, da un punto di vista temporale, sufficientemente lungo per descrivere correttamente i fenomeni in esame.

Infatti un segnale deve essere campionato per un tempo pari ad almeno un periodo relativo alla più lenta oscillazione presente nel segnale stesso.

Questo vuole dire che se si deve valutare correttamente una oscillazione si deve avere un campionamento almeno lungo quanto un periodo dell'oscillazione stessa e quindi evitando di campionare solamente in una fase di transitorio.

Nella pratica spesso non è sufficiente campionare per un solo periodo una oscillazione in quanto può essere utile, e talvolta necessario, avere a disposizione un campionamento su più periodi completi di una oscillazione per aumentare la convalida statistica dei risultati ottenuti durante l'analisi (in particolare per quanto riguarda l'analisi nel dominio delle frequenze). Inoltre l'aver a disposizione un campione contenente un certo numero di periodi di oscillazione è utile per mettere in atto le procedure di segmentazione del campione nella determinazione degli spettri di potenza.

Come regola di massima si tende ad acquisire campioni abbastanza lunghi da contenere almeno 10 periodi della più lenta oscillazione presente nel segnale.

Ad esempio se si deve registrare, per la successiva analisi, un segnale in cui sono presenti rilevanti contributi di oscillazione in un intervallo di frequenze compreso fra 1Hz e 10000 Hz si deve campionare ad una frequenza minima $f_c=20000$ Hz acquisendo cioè almeno 20000 dati al secondo. Inoltre essendo pari ad 1 s il più lungo dei periodi di oscillazione si dovrebbe acquisire il segnale per almeno 10s e questo porta a dovere registrare un campione di 200000 dati.

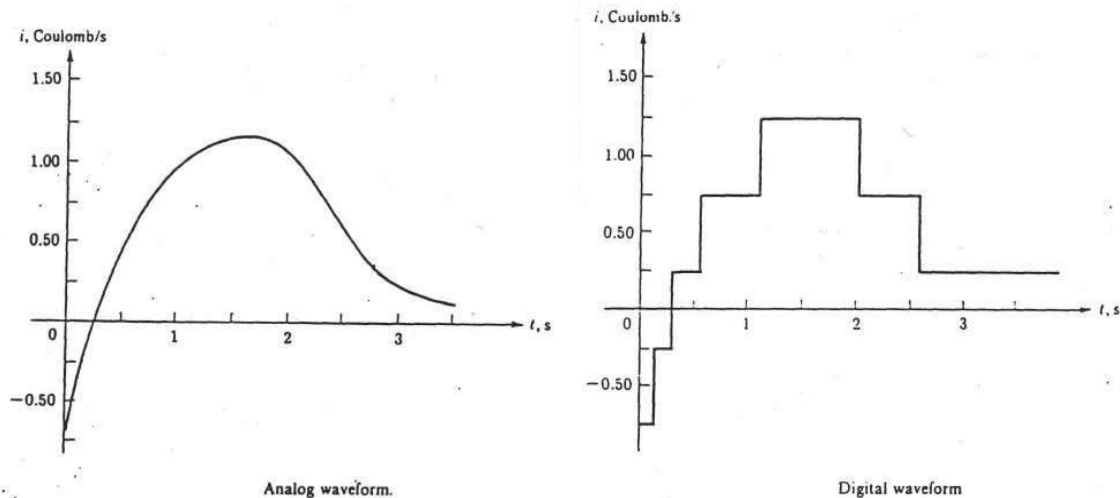


Fig. 2) Esempio di campionamento digitale di un segnale di uscita di un trasduttore con frequenza di campionamento variabile.

Un segnale di uscita da un trasduttore è solitamente campionato ad una certa frequenza di campionamento fissa f_c , il che vuole dire che i vari intervalli di tempo fra due istanti successivi di campionamento sono costanti:

$$t_{k+1} - t_k = \Delta t = \text{costante} = \frac{1}{f_c} \quad \text{per ogni valore di } k$$

Questo tipo di campionamento, il più comune, è estremamente utile per l'analisi del segnale in quanto permette di passare facilmente da formule integrali a formule basate su sommatorie e questo facilita molto il calcolo dei momenti statistici nell'analisi nel dominio del tempo ed anche i calcoli

nel dominio delle frequenze relativi alla determinazione degli spettri di potenza e delle varie trasformate.

Tuttavia si deve tenere presente che esistono delle eccezioni a questa procedura, come quella mostrata nel campionamento esemplificato nella figura precedente. Una prima eccezione viene dall'analisi di segnali legati a rotazioni con velocità di rotazione non costanti (motori in fase di accelerazione o decelerazione) per i quali può essere utile utilizzare un metodo di campionamento a frequenza variabile per le interpretazioni degli spettri di potenza del segnale con il metodo dell'analisi RPM che sarà descritto in seguito. Altri esempi tipici sono quelli relativi all'analisi di serie temporali lente (ad es. le misure della qualità dell'aria in una rete di monitoraggio, situazione nella quale capita spesso che si verifichi l'indisponibilità temporanea di un analizzatore per problemi di manutenzione o di collegamento). Altre eccezioni si presentano per quei metodi di misura che utilizzano, per loro natura, un campionamento a frequenza non costante. Un esempio è il metodo di Velocimetria Laser-Doppler (LDV) utilizzato per la misura istantanea della velocità di una corrente fluida. Questa tecnica ottica permette la misura della velocità istantanea locale di particelle sospese nel flusso (inseminante) e, quindi, non disturba il flusso. Ambienti ostili, come ad esempio apparati di combustione, precludono l'uso di sonde meccaniche; per questi risulta ideale la caratteristica di non intrusività della tecnica LDV. Resta comunque da osservare che questa tecnica anemometrica fornisce serie temporali non omogenee per quanto riguarda il campionamento. Questo deriva dall'imprevedibilità della frequenza di passaggio delle particelle di inseminante all'interno del volume sonda. I dati acquisiti con questa tecnica non possono essere elaborati immediatamente utilizzando procedure che tipicamente vengono usate per serie temporali a campionamento costante (ad esempio FFT per la valutazione dello spettro di potenza). Si puntualizza quindi che si rende necessario un **ricampionamento del segnale** oppure un condizionamento dell'acquisizione.

Il metodo più semplice per ricampionare le serie temporali è il cosiddetto "Sample and Hold" digitale (ovvero un'interpolazione polinomiale di ordine zero che, tra l'altro, può essere eseguita direttamente in fase di acquisizione, disponendo dell'attrezzatura adatta; il metodo non si deve confondere con i dispositivi S&H analogici, di cui si parlerà nel seguito, che hanno in comune soltanto il principio di "congelamento" temporaneo della misura precedente).

Da osservare che la tecnica del "Sample and Hold" digitale porta comunque ad una distorsione delle caratteristiche spettrali del segnale. Infatti lo spettro di potenza della serie ricampionata differisce da quello "vero" a causa dei seguenti effetti:

- * "Step Noise" che deriva dalla natura "a gradini" del segnale ricampionato. L'effetto decresce con l'aumentare della densità delle particelle;
- * Effetto di "Filter". Le fluttuazioni della componente di velocità ad alta frequenza vengono soppresse poiché il segnale viene mantenuto costante nell'intervallo di tempo tra l'arrivo delle particelle. Da notare che anche lo "Step Noise" viene filtrato.

Il ricampionamento, in definitiva, definisce da un lato il limite di risposta alle alte frequenze e dall'altro modifica il profilo dello spettro alle basse frequenze. In figura è riportato un esempio della distribuzione dei tempi di campionamento del segnale con la tecnica LDV e dell'effetto del ricampionamento su di uno spettro di potenza costante.

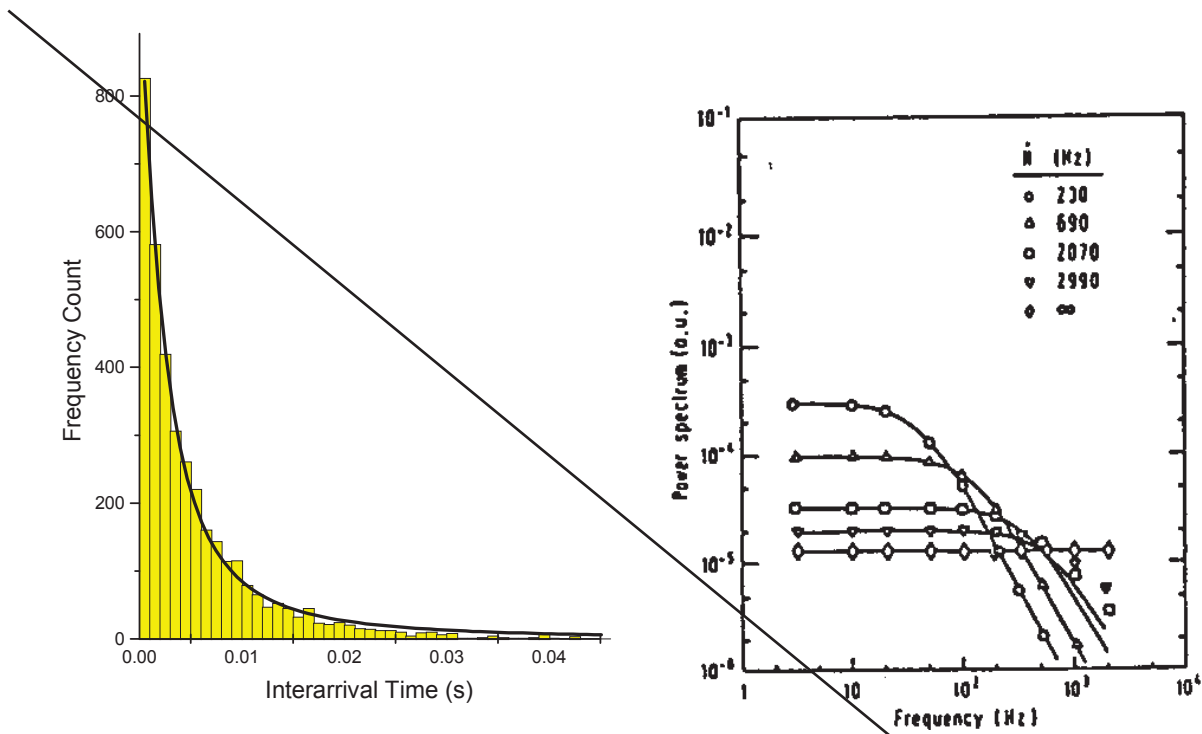
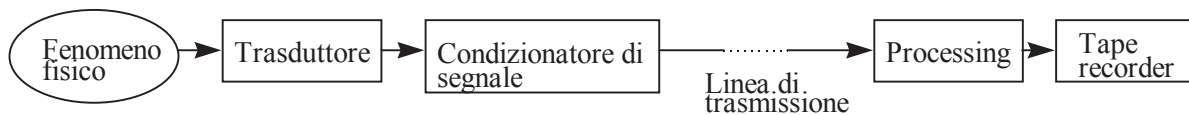


Fig. 3) Esempio di distribuzione di tempi di arrivo di un segnale ottenuto con la tecnica LDV e dell'effetto del ricampionamento sullo spettro di potenza del segnale.

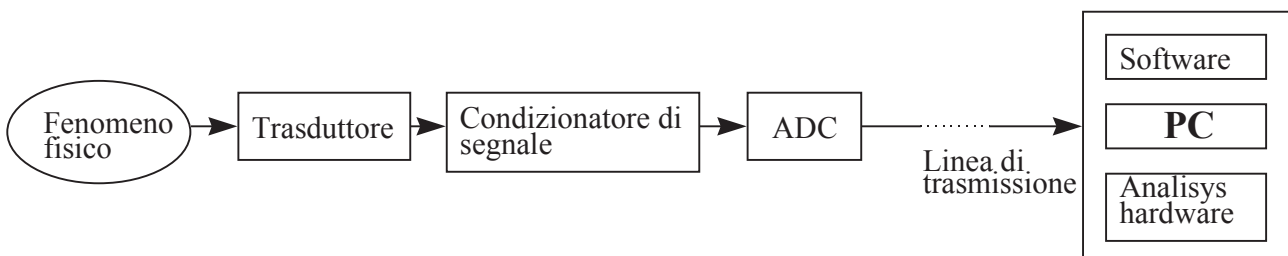
La tecnica del ricampionamento viene qui ricordata anche in vista di possibili applicazioni di annullamento dello sfasamento per l'analisi di sistemi bicanale privi di S&H analogico in ingresso.

Acquisizione dei dati

L'acquisizione di dati può avvenire tramite una catena di tipo **ANALOGICO**:



oppure tramite una catena di tipo **DIGITALE**:



Può esserci più di uno stadio di condizionamento del segnale e possono inoltre essere presenti strumenti atti a codificare il segnale prima della trasmissione e a decodificarlo in ricezione (es. trasmissioni via radio).

In passato le registrazioni ed elaborazioni dei dati erano fatte quasi esclusivamente con catene di misura completamente analogiche; questo presentava alcuni vantaggi, relativamente alle possibilità offerte dall'elettronica del tempo, in quanto le misure non erano affette dagli errori tipici della digitalizzazione (es.: aliasing ed errori di quantizzazione). Era inoltre possibile eseguire delle elaborazioni in tempo reale sui dati utilizzando catene elettroniche analogiche basate su amplificatori operazionali opportunamente reazionati.

E' importante rendersi conto che sia nelle catene analogiche che in quelle digitali, alcuni problemi di possibile perdita di informazione presente nei dati originari sono comuni: nella fattispecie, si fa riferimento alla risposta in frequenza (sia per le alte frequenze, con limiti spesso costituiti dalla risposta in frequenza del singolo componente della catena; che per le basse frequenze, con limiti determinati dalla lunghezza temporale del campione), al rapporto segnale/rumore (che ad esempio, nel campo analogico, comporta la limitazione di sistemi con catene di retroazione, e la preferenza di strumenti con ingresso-uscita diretti e componentistica di alta qualità), alla deriva termica (sia dello zero od offset che del guadagno) ed ai fenomeni di non linearità ed isteresi. Vale inoltre la pena ricordare che, per molti sensori, il limite della risposta alle alte frequenze é strettamente correlato alle dimensioni del sensore, in quanto esiste un legame fisico tra risoluzione spaziale e risoluzione temporale della misura, fortemente dipendente dalla velocità.

Lo sviluppo dell'elettronica ha permesso di produrre dei convertitori analogico/digitale (ADC) molto veloci e degli elaboratori che, con costo relativamente basso, permettono una gestione rapida ed efficiente di grandi quantità di dati. Questo, aggiunto alle caratteristiche tipiche dei segnali digitali (maggiore insensibilità al rumore nella trasmissione dei dati, capacità di archiviazione compatta e con minore degrado nel tempo) ha portato alla diffusione su larga scala delle catene di acquisizione, elaborazione ed archiviazione dei dati basate su segnali digitali. E' a questo tipo di catene di misura ed elaborazione che si fa quindi riferimento nel seguito.

Trasduttori

I trasduttori sono dei sensori sensibili al fenomeno fisico che vogliamo investigare e di solito producono un segnale elettrico, generalmente una corrente o una tensione, relazionato in maniera nota alla grandezza da misurare. Tipici esempi sono:

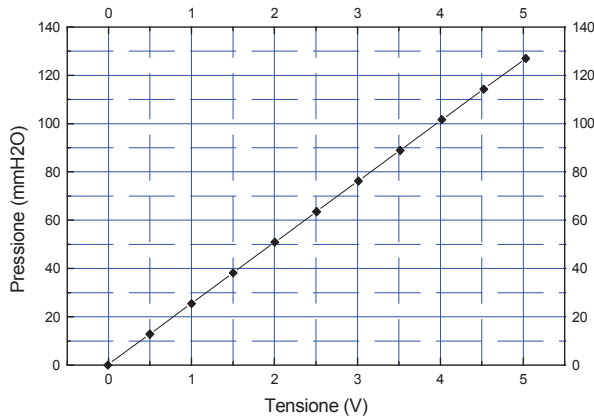
- trasduttori di pressione
- trasduttori di forza (celle di carico, bialce) e coppia (torsimetri)
- trasduttori di spostamento, velocità ed accelerazione
- trasduttori di deformazione
- trasduttori di temperatura (termocoppie, termometri a resistenza)
- trasduttori di velocità (tubi di Pitot, sonde aerodinamiche, anemometri a filo caldo)
- trasduttori di variabili fisico/chimiche (es. pH, concentrazioni,)

Un dato importante dei trasduttori è la **linearità** (cfr. Figure seguenti). Un trasduttore lineare presenta sostanzialmente un guadagno costante su tutta la gamma di utilizzo; ciò – oltre a semplificare le procedure di calibrazione, in quanto é sufficiente un numero limitato di punti di verifica (teoricamente due) – presenta anche vantaggi nell'analisi dei sistemi dinamici. Infatti, se il valore della fluttuazione (rms) risulta una frazione importante del valore medio, la non linearità si riflette in una distorsione del segnale (in sostanza, il trasduttore risponde in maniera diversa a fluttuazioni negative e positive attorno al valore medio).

La **linearizzazione** dell'uscita – spesso effettuata per via digitale – risolve solo parzialmente il problema: infatti, ad es. per le curve con effetto di saturazione (frequenti in molti principi di

misura) la sensibilità del trasduttore si attenua procedendo verso la parte alta della gamma di utilizzo. Poiché la sensibilità della catena di misura (analogica o digitale) è costante, l'errore di misura in queste condizioni risulta più rilevante. In tali situazioni – non linearità della catena di misura - risulta molto utile l'applicazione della teoria della propagazione dell'incertezza, in quanto in tal modo è almeno possibile associare ad ogni misura una fascia precisa di incertezza, che ne descrive l'affidabilità.

TRASDUTTORE DI PRESSIONE



ANEMOMETRO A FILO CALDO

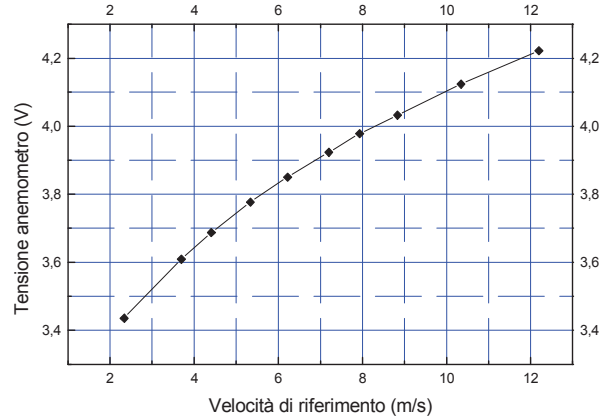


Fig. 4) Esempio di risposta lineare (trasduttore di pressione) e non-lineare (anemometro a filo caldo).

Condizionamento del segnale

I segnali in uscita dai trasduttori devono spesso essere “condizionati” prima di venire acquisiti. Tale operazione, nella catena di acquisizione, può avvenire attraverso uno o più stadi sia prima che dopo la digitalizzazione e sia prima che dopo la trasmissione dal luogo di misura a quello di storage.

Tipiche operazioni di Signal Conditioning sono:

Amplificazione

Attenuazione

Bufferizzazione

Linearizzazione

Filtraggi (ad esempio i passa basso anti-aliasing)

Preparazione dei dati per la trasmissione

Convertitori analogico-digitali (ADC)

Tali strumenti sono utilizzati per convertire un livello analogico di tensione in un numero proporzionale alla tensione da misurare. Possono essere ottimizzati per la conversione di tensioni continue prediligendo caratteristiche quali la precisione, la stabilità e la linearità. La velocità di conversione diviene invece importante quando si deve convertire, ad alta frequenza di campionamento, un segnale rapidamente variabile.

➔ **ADC a conversione tensione-frequenza**

L'uscita di questo convertitore è proporzionale al rapporto fra la tensione da misurare ed una di riferimento. La sua taratura dipende dai valori di resistori e capacità e, di conseguenza, la sua accuratezza dipende dalla stabilità dei componenti utilizzati.

➔ **ADC a pendenza duale (o doppia rampa)**

Particolarmente adatto all'impiego nei multimetri digitali date le sue caratteristiche di precisione e l'indipendenza della sua taratura dalla stabilità dei componenti.

➔ **ADC ad approssimazioni successive (o a pesiera)**

Convertitore particolarmente veloce che necessita di un'accurata messa a punto. La sua precisione dipende dalla stabilità dei componenti.

le principali caratteristiche di un ADC che devono essere prese in considerazione per deciderne l'uso in una certa catena di misura sono:

➔ **Linearità (differenziale ed integrale)**

➔ **Stabilità**

➔ **Range (R)**

➔ **Guadagno (G)**

➔ **Numero di bits (N)**

➔ **Tempo di campionamento**

➔ **Risoluzione data da:**

$$ris = \frac{R}{G(2^N - 1)}$$

Ad esempio, la risoluzione di un ADC a 16 bits utilizzato con guadagno 1 nel range tra -5 e +5 Volts sarà:

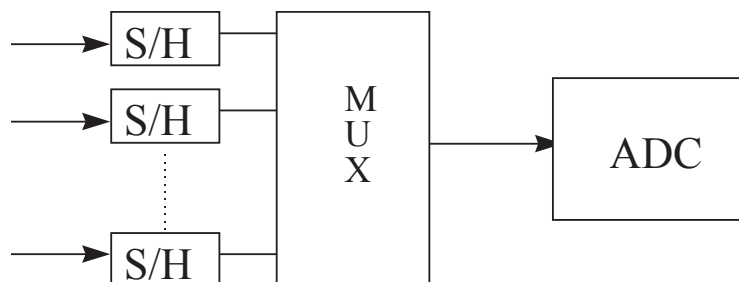
$$ris = \frac{10}{1} \frac{1}{2^{16} - 1} V \approx 152.6 \mu V$$

Il range dinamico RD in dB sul rapporto fra il massimo ed il minimo segnale risolvibile sarà quindi dato da:

$$RD = 20 \log_{10} \left(\frac{5}{152.6 * 10^{-6}} \right) = 90.3 \text{ dB}$$

Multiplexer

Il multiplexer è una matrice di interruttori (spesso switch CMOS a stato solido) che permette di gestire molti canali analogici di input con una sola linea analogica di output.



La commutazione dei canali risente inevitabilmente di effetti di disturbo dai canali adiacenti; questo tipo di disturbo è più sensibile nella commutazione a stato solido, che risulta peraltro molto veloce non essendovi parti in movimento. Per applicazioni che richiedono un'elevata immunità al disturbo da canali adiacenti (ad esempio per la commutazione di segnali di bassissimo livello, quali quelli provenienti da termocoppie od estensimetri, che richiedono a volte la misura di tensioni con sensibilità inferiore a $0,1 \mu\text{V}$) si ricorre ancora oggi alla commutazione meccanica, mediante relé magnetici (Reed) che hanno però una velocità di commutazione ed una vita limitate (max 3000 commutazioni/s).

Il multiplexing è una comune tecnica che può essere utilizzata per aumentare il numero di canali che un ADC può gestire. Per ottenere la contemporaneità del campionamento, è auspicabile completare la commutazione con dei dispositivi ("Sample and Hold") capaci di "congelare" la tensione presente su ogni canale ad un certo istante (determinato da un opportuno segnale di sincronizzazione o "Trigger"): l'ADC converte il primo canale, si sposta al successivo e lo converte e così via. La tecnica del multiplexing, quando è utilizzata per aumentare il numero di canali di una scheda di acquisizione ne diminuisce quindi la frequenza massima di acquisizione:

$$f_a = \frac{(f_a)_{sc}}{N_c}$$

$(f_a)_{sc}$ Frequenza massima di acquisizione su di un singolo canale.
 (f_a) Frequenza effettiva di acquisizione massima.
 N_c Numero di canali

La presenza di dispositivi S/H su ogni canale garantisce comunque la simultaneità del campionamento ed elimina i fenomeni di sfasamento temporale tra i canali, pur non aumentando la velocità del campionamento (per farlo, è necessario adottare dispositivi ADC separati, possibilmente sincronizzati da uno stesso trigger).

Di solito, per le schede di acquisizione, viene indicato il massimo rate di acquisizione (samples/s) che risulta indipendente dal numero di canali e non la frequenza di acquisizione massima. E' in genere possibile espandere le potenzialità di una scheda con un multiplexer esterno di basso costo, in genere sprovvisto di S/H in ingresso. In tal caso è comunque possibile apportare correzioni alle serie temporali (interpolazione dei dati) per eliminare lo sfasamento, che risulterebbe (anche se soltanto alle frequenze più elevate) nelle analisi multicanale (ad es. correlazioni e spettri incrociati).

La tecnica del multiplexing può essere estesa in cascata per ogni singolo canale, moltiplicando gli ingressi: ad esempio, per una scheda National Instr. NI-AT-MIO-16H-9 i 16 canali principali possono diventare fino a 256 con l'uso di un sub-multiplexer AMUX-64T.

Sistemi di acquisizione dati

Poco dopo l'introduzione dei PC IBM cominciarono ad apparire sul mercato delle schede dedicate all'acquisizione di dati (DAQ boards) direttamente collegabili al PC. Tali schede trattavano input analogici e/o digitali ma non esisteva un protocollo di comunicazione standard con il PC ed il guadagno dell'ADC era fisso o modificabile solo via hardware. Con il passare del tempo le schede DAQ sono diventate più potenti e sofisticate ed attualmente ci sono degli standard che ogni scheda, indipendentemente dal costruttore, è in grado di rispettare.

Alla connessione elettrica che porta il segnale dal trasduttore alla scheda di acquisizione (o comunque all'ADC) deve essere rivolta particolare cura. Ci sono sostanzialmente 3 metodi, l'utilizzo dei quali deve essere determinato in base all'intensità del segnale ed alla strumentazione disponibile.

- (1) Connessione single-ended, in cui un terminale di input è riferito a terra. Possono insorgere dei ground-loops ed è perciò adeguata quando il segnale da misurare è relativamente intenso.
- (2) Connessione double-ended, evita i ground-loops ed è adeguata per misurare piccole differenze di tensione.
- (3) Connessione tramite isolatore, permette di connettere strumenti riferiti a terre fra cui intercorrono anche centinaia di Volts di differenza di potenziale senza che questo influisca sul segnale.

Le principali differenze riguardano la distinzione tra linea di ritorno del segnale e linea di terra (che riguarda la sicurezza).

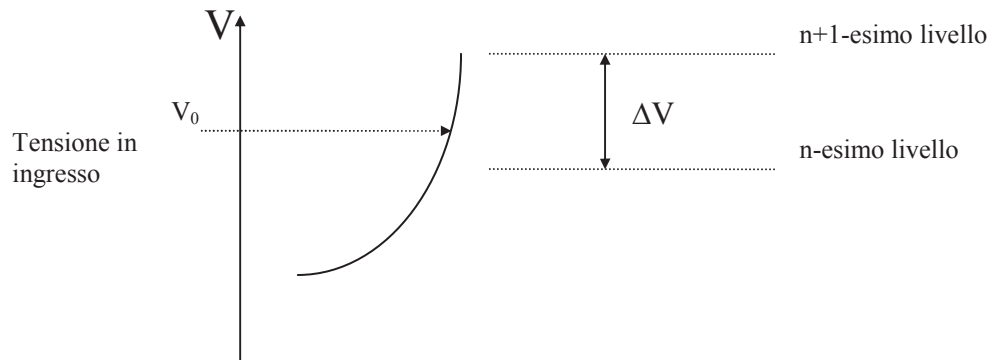
Quando un segnale viene acquisito e memorizzato da una catena di tipo digitale si hanno indubbiamente dei vantaggi per quanto riguarda la flessibilità dei dati per le elaborazioni numeriche e la trasmissione dei dati. Tuttavia anche in questo caso si va incontro ad alcuni problemi che sono tipici dell'acquisizione digitale e che non hanno corrispondenza nell'acquisizione con catene analogiche. I due principali inconvenienti sono:

- ◆ **L'errore di quantizzazione**
- ◆ **Il fenomeno dell'aliasing**

Possono insorgere altre fonti di incertezza imputabili principalmente al convertitore analogico-digitale; tipicamente il segnale acquisito non sarà una rappresentazione istantanea della tensione in ingresso ma rappresenterà piuttosto una sorta di media fatta sul tempo necessario all'ADC ad effettuare la conversione (aperture error). Tale errore può essere drasticamente ridotto utilizzando un Sample&Hold in ingresso ed un ADC veloce. IL fenomeno del Jitter riguarda le fluttuazioni casuali dell'intervallo di tempo fra un campionamento ed il successivo. Fenomeni di non linearità possono derivare dall'errore di linearità dell'ADC che in alcuni casi può portare alla presenza di codici mancanti. Questo tipo di inconvenienti sono in genere ridotti fino ad essere trascurabili grazie all'elevata qualità dei convertitori analogico-digitali utilizzati nelle moderne catene di misura. L'errore di quantizzazione ed il fenomeno dell'aliasing sono invece strettamente connessi con la digitalizzazione di un segnale analogico e meritano di essere analizzati più a fondo.

Quantizzazione

A causa del fatto che la conversione di una tensione analogica in un numero binario deve essere fatta con un numero finito di bits (usualmente 12 o 16) si introduce un'incertezza sul valore finale. Non importa quanto fine sia la scala, una scelta fra due codici numerici successivi deve sempre essere fatta come illustrata in figura.



Se la quantizzazione del valore V_0 di tensione in ingresso è fatta correttamente sarà scelto il codice il cui livello è il più vicino possibile a V_0 (in questo caso il codice n-esimo). Ad ogni valore di tensione convertito dall'ADC potrà quindi essere assegnato un errore di quantizzazione valutabile a priori in $\Delta V/2$. Infatti $\Delta V/2$ è la massima variazione di tensione in ingresso che può non provocare variazioni sull'uscita dell'ADC. Il valore di ΔV viene ad essere determinato dal range R delle tensioni in ingresso convertibili dall'ADC e dal suo numero n di bits dalla seguente relazione:

$$\Delta V = \frac{R}{2^n - 1}$$

Ad esempio consideriamo di avere una scheda di acquisizione con un range $R=10V$ (cioè un ADC che converte tensioni comprese fra -5 e $+5V$) la risoluzione ΔV sarà data da:

$n=10$ bits	$n=12$ bits	$n=16$ bits
$\Delta V = 9.7mV$	$\Delta V = 2.4mV$	$\Delta V = 0.15mV$

Nelle figure seguenti è illustrato il problema dell'errore di quantizzazione sul campionamento di una sinusoide fatta con ADC a diverso numero di bits e con diverso guadagno.

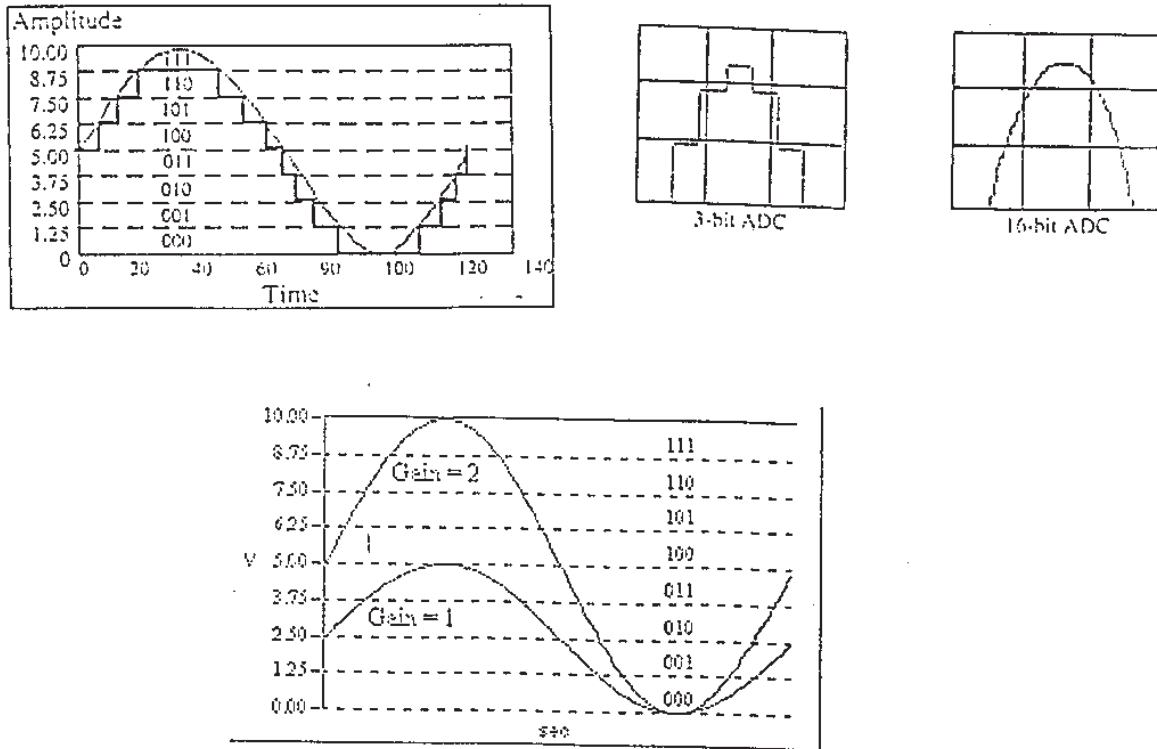
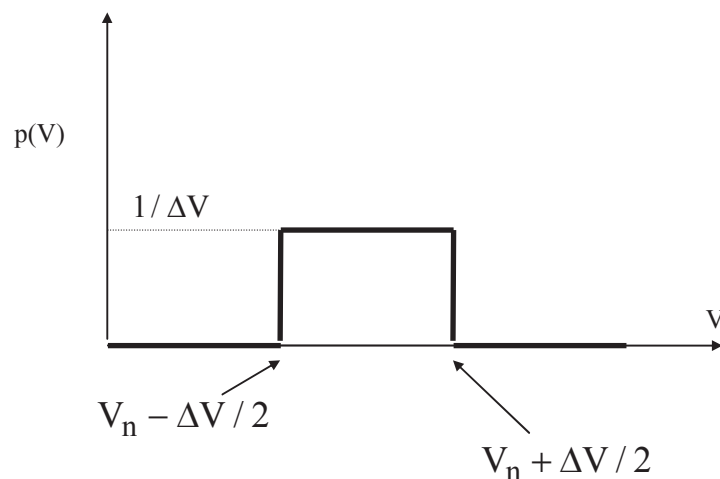


Fig. 5) Illustrazione della quantizzazione

Dal punto di vista statistico questo errore è da ritenersi di tipo casuale ma con una distribuzione di probabilità non gaussiana. Infatti supponiamo di avere in uscita il codice n-esimo che corrisponda ad una tensione media in ingresso di V_n , la distribuzione $p(V)$ di probabilità delle tensioni in ingresso corrispondente a questa uscita dell'ADC è data da:

$$\begin{cases} p(V) = \frac{1}{\Delta V} & \text{per } V_n - \Delta V/2 < V < V_n + \Delta V/2 \\ p(V) = 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$



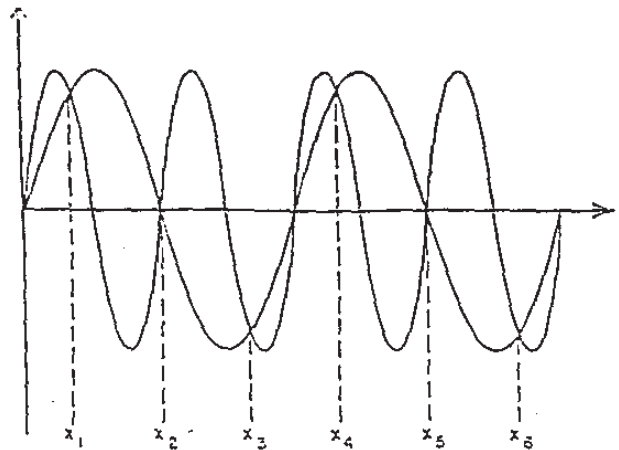
il valore medio della tensione in ingresso è ovviamente dato da V_n mentre la sua deviazione standard σ è data da:

$$\begin{aligned}\sigma &= \left[\frac{1}{\Delta V} \int_{V_n - \Delta V/2}^{V_n + \Delta V/2} p(V)(V - V_n)^2 dV \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{\Delta V} \int_{-\Delta V/2}^{+\Delta V/2} x^2 dx \right]^{1/2} = \\ &= \left(\frac{\Delta V^2}{12} \right)^{1/2} = \frac{\Delta V}{\sqrt{12}} \approx 0.29\Delta V\end{aligned}$$

Questa deviazione standard, pur esprimendo significativamente l'incertezza dovuta all'errore di quantizzazione, non ha l'usuale significato che è possibile associarvi nel caso di distribuzioni gaussiane.

Aliasing

Il campionamento dei dati è caratterizzato da un intervallo di tempo τ (di solito costante) che intercorre tra un rilievo ed il successivo. La frequenza di acquisizione f_a è data da $1/\tau$. Il teorema del campionamento di Nyquist ci dice che per avere una corretta descrizione del segnale nel dominio delle frequenze è necessario campionare ad una frequenza almeno doppia rispetto alla massima frequenza del segnale. Alternativamente possiamo dire che con una frequenza di acquisizione pari ad f_a si descrive correttamente il segnale fino alla frequenza massima $f_n = f_a/2$. f_n è detta frequenza di Nyquist o di folding.



Per ogni frequenza f nell'intervallo compreso fra zero e la frequenza di folding si ha aliasing con le frequenze date da:

$$2kf_n \pm f \quad \text{con } k \text{ un numero intero.}$$

Ad esempio, se si campiona alla frequenza di 200Hz avremo una frequenza di Nyquist di 100Hz; un segnale a 30Hz presenterà effetti di "alias" alle frequenze di 170, 230, 370, 430Hz e così via.

Il fenomeno dell'aliasing se presente in una serie di dati impedisce di valutarne correttamente i contributi in frequenza e quindi lo spettro della densità di potenza. Da un punto di vista della densità spettrale di potenza il fenomeno dell'aliasing fa sì che i contributi, nel segnale, a

frequenze maggiori di f_n vengano riportati nello spettro a frequenze minori di quella di folding come si vede in figura.

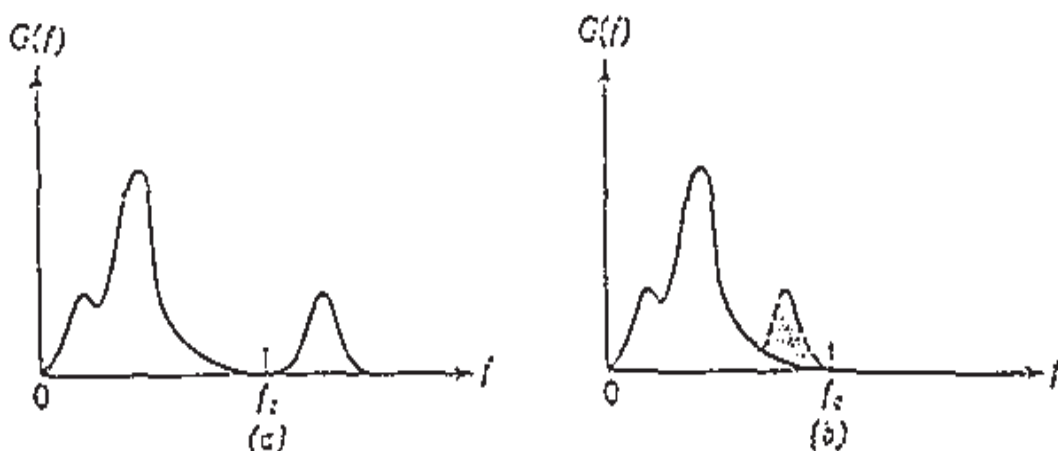


Fig. 6) *Illustrazione del fenomeno dell'aliasing*

Questo fenomeno può essere eliminato, od almeno ridotto fino ad essere trascurabile, tramite un filtraggio analogico, **effettuato quindi prima della digitalizzazione**, con un filtro passa-basso che riduca notevolmente i contributi a frequenza maggiore di quella di folding.

Come esempio pratico del fenomeno di aliasing si consideri un'onda triangolare con frequenza fondamentale di 26.6 kHz campionata a 1000 kHz, 500kHz e 200 kHz. L'onda triangolare presenta, oltre alla frequenza principale, tutte le armoniche di ordine dispari con ampiezza progressivamente calante (e nessuna delle pari). L'analisi spettrale in termini di spettro di potenza è riportata nella figura seguente. Nel primo caso (in alto, 1000 kHz) si rilevano chiaramente le prime 17 armoniche; nel secondo caso (figura intermedia, 500 kHz) si osservano solo le prime nove armoniche, mentre quelle di ordine superiore hanno subito alias e sono spostate verso le basse frequenze; nell'ultimo caso (in basso, 200 kHz) si rilevano soltanto le prime tre armoniche e gli altri picchi rilevabili sono risultato di alias.

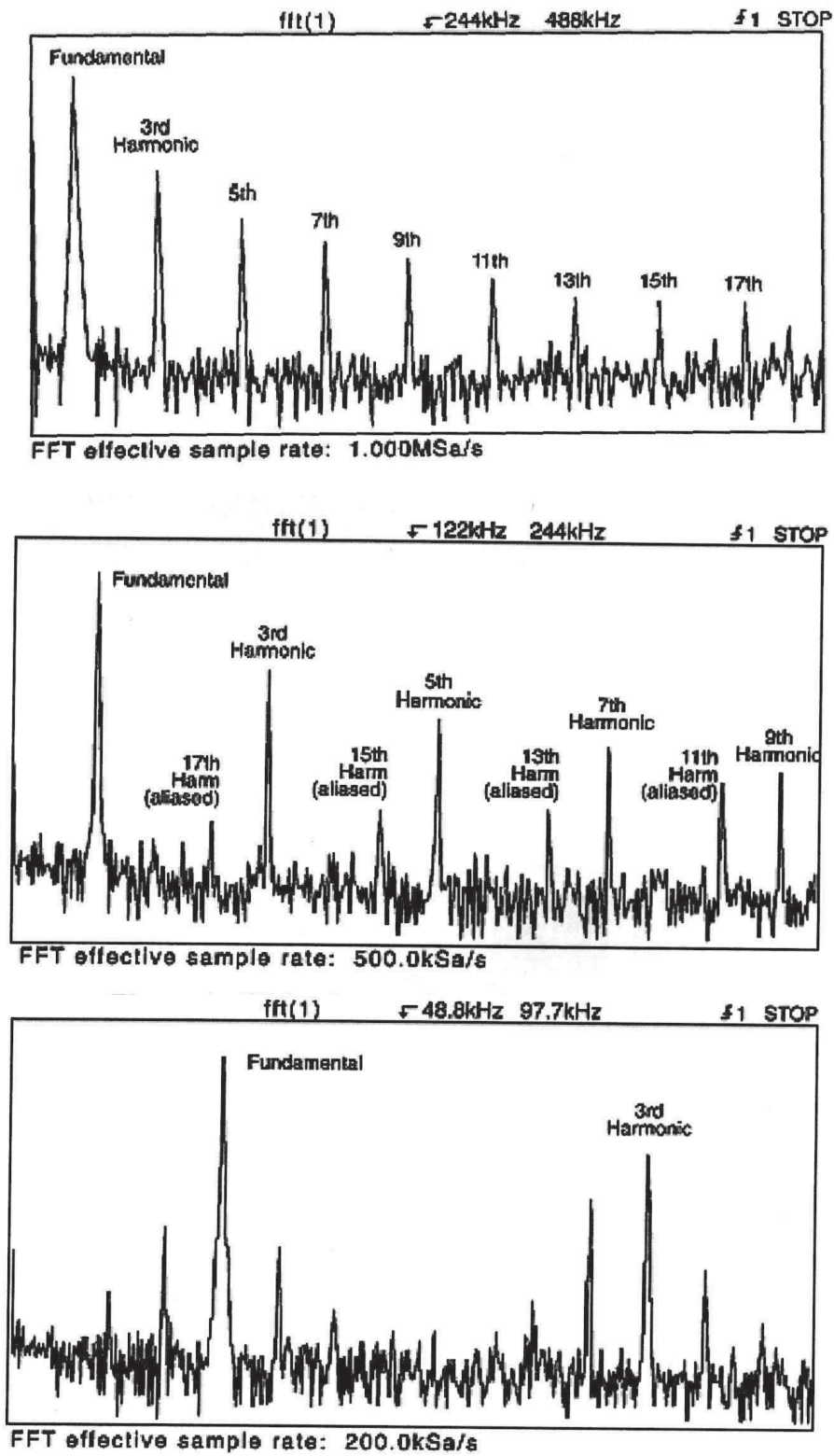


Fig. 7) Esempio che mostra l'effetto dell'aliasing su di uno spettro di potenza