

Geometria e Algebra Computazionale
Corso di Laurea in Matematica - Università di Firenze
terza prova intermedia 8.6.2020

Il file di Macaulay2 `cognome.m2` che contiene la soluzione degli esercizi va inviato entro le 13.00 a `giorgio.ottaviani@unifi.it` dal proprio indirizzo istituzionale `stud.unifi.it`. Si prega di ripetere il proprio nome, cognome e matricola nella prima riga del file. I commenti e le eventuali risposte devono apparire in righe commentate.

Ogni candidato è tenuto a svolgere il compito in autonomia e senza ricorrere ad aiuti o suggerimenti esterni. L'invio del compito sottintende l'accettazione di questa norma etica.

Il testo del compito inviato verrà discusso in colloqui di 20 minuti nel pomeriggio, insieme ad approfondimenti teorici, a partire dalle 14.30, il calendario sarà pubblicato su Moodle intorno alle 13.30.

1. Si consideri il polinomio di grado 6 $f_a(x) = \prod_{i=1}^3(x-i)^2 + ax$ al variare del parametro reale a .

i) Si trovi il discriminante $d(a)$ di f_a rispetto a x . Si calcoli in aritmetica esatta il numero di radici reali e la relativa molteplicità di $d(a)$.

ii) Si calcoli in aritmetica approssimata le radici a_i di $d(a)$.

iii) Si calcoli al variare di $a \in \mathbb{R}$ il numero di radici reali di f_a (*Suggerimento: tale numero è costante nelle componenti connesse di $\mathbb{R} \setminus \cup_i \{a_i\}$*).

2. Si consideri la curva piana C di equazione

$$y^2 = x(x+1)(x+2)$$

i) Si calcoli in aritmetica approssimata le intersezioni di C con la retta $y - 1 = \frac{1}{4}(x - 1)$.

ii) Si trovi l'equazione delle rette per il punto $P = (1, 1)$ che sono tangenti a C e si verifichi in aritmetica esatta quante sono e quante sono reali (*Suggerimento: ci si può ricondurre ad un discriminante in una variabile, oppure in alternativa si può considerare che due curve $f = 0$ e $g = 0$ sono tangenti nei punti soluzione dell'ideale $(f, g, f_x g_y - f_y g_x)$*).

iii) Si calcoli i punti di tangenza su C delle rette trovate al punto precedente, esplicitando quale punto corrisponde a ciascuna retta.