

UNIVERSITA' DI FIRENZE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INFORMATICA
PROVA SCRITTA PRELIMINARE "A DISTANZA"
PER L'ESAME DI "MATEMATICA DISCRETA E LOGICA" - 20200618

Avvertenze

Tutte le pagine devono essere progressivamente e ordinatamente numerate con i numeri naturali da 1 a n .

All'inizio di *ogni pagina* devono essere indicati: il nome e il cognome del candidato (in questo ordine) e il numero di matricola del candidato.

Il voto dell'elaborato risulterà dalla somma dei punteggi conseguiti nello svolgimento dei singoli esercizi diminuita di k punti, con $0 \leq k \leq 3$ dipendente da quante delle precedenti indicazioni non sono state rispettate.

Il candidato è tenuto a *scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni*: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato *non svolto*.

Questo compito è formato da 6 esercizi disposti su due pagine.

Esercizio 1 (6 punti)

La password di accesso a una banca dati è composta di sette caratteri alfanumerici anche ripetuti (scelti fra le usuali dieci cifre $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ e le ventuno lettere dell'alfabeto italiano) uno dei quali può essere sostituito dal carattere “#” che in tal caso deve comparire esattamente tre volte.

Si dica, motivando la risposta, in quante di tali password compaiono esattamente tre lettere, non necessariamente adiacenti ma disposte in ordine alfabetico.

Esercizio 2 (3 punti)

Per ciascuno dei seguenti tre enunciati si dica, motivando la risposta, se è vero oppure è falso. Se l'enunciato è vero, si faccia esplicito riferimento ai teoremi (studiati nel corso) dai quali ciò consegue; se l'enunciato è falso, si trovi un controesempio.

(a) Per ogni grafo finito \mathcal{G} senza orientamento, se \mathcal{G} ha esattamente 9 vertici dei quali 5 hanno grado 4 e i restanti hanno grado 2, allora \mathcal{G} è euleriano.

(b) Per ogni grafo finito \mathcal{G} senza orientamento, se \mathcal{G} ha esattamente 28 vertici dei quali 19 hanno grado 6 e i restanti hanno grado 5, allora \mathcal{G} è hamiltoniano.

(c) Per ogni grafo finito \mathcal{G} senza orientamento, se \mathcal{G} è 2 – connesso allora \mathcal{G} è hamiltoniano.

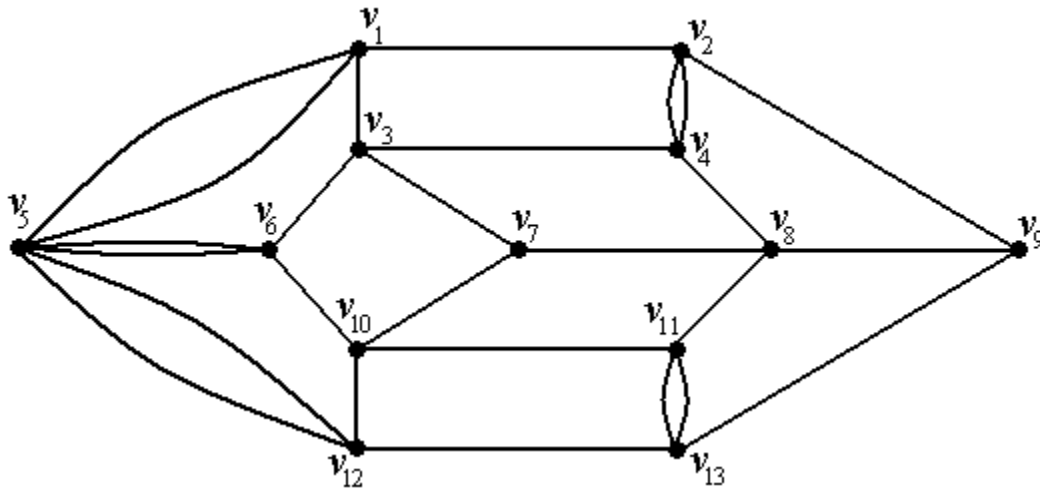
Esercizio 3 (3 punti)

Nell'anello \mathbb{Z}_{20923} delle classi di resto modulo 20923 ci sono più elementi invertibili o divisori dello zero?

Scrivete chiaramente tutti i calcoli e motivate con chiarezza il procedimento seguito per rispondere.

Esercizio 4 (6 punti)

Sia \mathcal{G} il (multi)grafo con 13 vertici qui disegnato:



Si dica, motivando ciascuna risposta:

- (i) quanti lati ha \mathcal{G} (1 punto);
- (ii) se \mathcal{G} è euleriano; se \mathcal{G} non è euleriano ma in \mathcal{G} c'è un cammino euleriano (1 punto);
- (iii) se \mathcal{G} è hamiltoniano (4 punti).

Esercizio 5 (7 punti)

Siano x, y, z, t variabili proposizionali, e siano

$$\begin{aligned}\varphi_1 &:= x \rightarrow (y \wedge (t \vee z)); & \varphi_2 &:= (t \wedge y) \rightarrow x; & \varphi_3 &:= (t \wedge z) \rightarrow x; \\ \varphi_4 &:= x \vee y \vee (\neg z); & \varphi_5 &:= t \vee x \vee y.\end{aligned}$$

Si dica, motivando la risposta, se la formula $\varphi_0 := (t \vee x \vee z) \rightarrow (y \wedge z)$ è o non è conseguenza logica di $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5\}$.

Esercizio 6 (5 punti)

Si stabilisca se dalle premesse

- (i) Qualche scimmia è un gorilla;
- (ii) nessun pesce è un gorilla;

si può dedurre logicamente che

- (iii) qualche scimmia non è un pesce;

formalizzando le (i), (ii) e (iii) in un opportuno linguaggio della logica dei predicati nel quale va precisato con chiarezza il significato dei simboli usati.

Si esprima quanto richiesto dall'esercizio attraverso lo studio della soddisfacibilità di un'opportuna formula del linguaggio; la si traduca in un insieme di clausole, e si effettui se possibile una confutazione oppure si trovi un modello adeguato al linguaggio nel quale le (i) e (ii) sono vere ma la (iii) è falsa.