

1. Studiare al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = ax^3 + \operatorname{arctg} x.$$

2. Studiare al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$ la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) n^{-(\log n)^\beta}.$$

3. Sia $g : [-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \left(\int_0^x \sqrt{t+2} \sin(t^2) dt \right)^4 \quad \text{per } x \in [-2, \infty).$$

Calcolare $g^{(13)}(0)$.