

UNIVERSITA' DI FIRENZE  
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INFORMATICA  
PROVA SCRITTA PRELIMINARE "IN PRESENZA"  
PER L'ESAME DI "MATEMATICA DISCRETA E LOGICA" - 20200923

**Avvertenze**

Leggete sempre con attenzione tutte le "avvertenze", anche se sono scritte in caratteri piccoli: può darsi che confermino istruzioni ben note, ma potrebbero contenere altre importanti precisazioni.

Leggete anche con molta attenzione il testo di ciascun esercizio: la distrazione non è ammessa, e se svolgerete un esercizio diverso da quello proposto il vostro svolgimento non sarà valutato!

Tutte le pagine devono essere progressivamente e ordinatamente numerate con i numeri naturali da 1 a  $n$ .

All'inizio di *ogni pagina* devono essere indicati: il nome e il cognome del candidato (in questo ordine) e il numero di matricola del candidato.

Il voto dell'elaborato sarà la somma algebrica tra i punteggi conseguiti nello svolgimento dei singoli esercizi e il punteggio conseguito nel questionario diminuita di  $k$  punti, con  $0 \leq k \leq 3$  dipendente da quante delle precedenti indicazioni non sono state rispettate; il candidato che nella prima pagina accanto al proprio numero di matricola scriverà la parola *balabù* avrà un punto in più.

Il candidato è tenuto a *scrivere in modo chiaro e accompagnare i passaggi di ciascun esercizio con brevi spiegazioni*: in caso contrario, l'esercizio verrà considerato *non svolto*.

Per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

**Esercizio 1 (3 punti)**

Si dica, motivando la risposta, quanti sono i numeri naturali multipli di nove che in base dieci si scrivono con sette cifre (quindi la prima cifra a sinistra non può essere zero!) anche ripetute disposte da sinistra a destra in ordine crescente.

**Esercizio 2 (5 punti)**

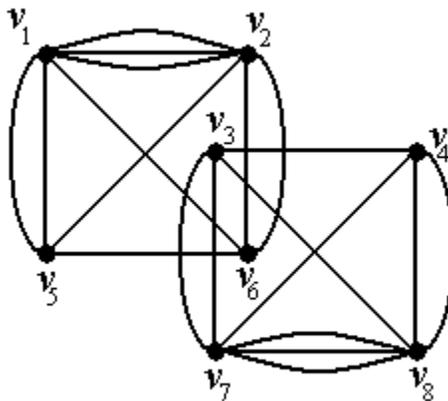
In una lotteria di quartiere vengono assegnati alcuni premi di prima categoria (consistenti ciascuno in EUR 17), alcuni premi di seconda categoria (consistenti ciascuno in EUR 12) e alcuni premi di terza categoria (consistenti ciascuno in EUR 9).

In tutto vengono assegnati EUR 305.

Sapendo che il numero dei premi di terza categoria è un quarto del numero totale dei premi, si dica quanti sono i premi assegnati di ciascuna categoria.

### Esercizio 3 (5 punti)

Sia  $\mathcal{G}$  il grafo con 8 vertici e 20 lati qui disegnato:



Si dica, motivando ciascuna risposta:

- (i) se  $\mathcal{G}$  è semplice ;
- (ii) se  $\mathcal{G}$  è piano ( = planare) ;
- (iii) se  $\mathcal{G}$  è euleriano ;
- (iv) se in  $\mathcal{G}$  esiste un cammino euleriano ;
- (v) se  $\mathcal{G}$  è hamiltoniano .

### Esercizio 4 (7 punti)

Si stabilisca se dalle premesse

- (i) Per ogni intraprendente c'è una donna che lo ama;
- (ii) chi è intelligente è intraprendente;
- (iii) Anna è una donna intelligente;

si può dedurre logicamente che

- (iv) qualcuno ama Anna;

formalizzando le (i), (ii), (iii) e (iv) in un opportuno linguaggio della logica dei predicati nel quale va precisato con chiarezza il significato dei simboli usati.

Si esprima quanto richiesto dall'esercizio attraverso lo studio della soddisfacibilità di un'opportuna formula del linguaggio; la si traduca in un insieme di clausole, e si effettui se possibile una confutazione oppure si trovi un modello adeguato al linguaggio nel quale le (i), (ii) e (iii) sono vere ma la (iv) è falsa.

### Esercizio 5 (10 punti)

(Si veda il questionario allegato)

UNIVERSITA' DI FIRENZE  
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INFORMATICA  
QUESTIONARIO PRELIMINARE  
PER L'ESAME DI "MATEMATICA DISCRETA E LOGICA" - 20200923

**Avvertenze**

Il candidato deve indicare *a stampatello* il proprio nome e cognome nell'apposito spazio.

Per ogni affermazione il candidato deve indicare se vera o falsa contrassegnando rispettivamente la lettera **V** oppure la lettera **F** nella riga corrispondente. Le risposte non devono essere giustificate, e a ciascuna domanda *non è obbligatorio rispondere*.

Al questionario verrà assegnato un punteggio (positivo o negativo) dato dalla differenza fra il numero delle risposte esatte e il numero delle risposte sbagliate.

Si ricorda che per tutta la durata della prova non è consentito uscire dall'aula per alcun motivo.

Nome e cognome: \_\_\_\_\_

Per ogni (multi)grafo finito  $\mathcal{G}$  senza orientamento, se ogni vertice di  $\mathcal{G}$  ha grado pari,  $\mathcal{G}$  è euleriano.

**V**      **F**

Per ogni grafo finito  $\mathcal{G}$  senza orientamento, semplice e senza cappi, con  $5$  vertici e  $\lambda$  lati, se  $3\lambda \leq 5(n - 2)$  allora  $\mathcal{G}$  è un grafo piano.

**V**      **F**

Il grafo completo (senza orientamento)  $\mathcal{K}_{98}$  su  $98$  vertici è euleriano.

**V**      **F**

Il grafo completo (senza orientamento)  $\mathcal{K}_{98}$  su  $98$  vertici è hamiltoniano.

**V**      **F**

Per ogni grafo finito  $\mathcal{G}$  senza orientamento, semplice e senza cappi, se  $\mathcal{G}$  è  $2$ -connesso, allora  $\mathcal{G}$  è hamiltoniano.

**V**      **F**

Per ogni grafo finito  $\mathcal{G}$  senza orientamento, semplice e senza cappi, *hamiltoniano*, con  $n \geq 3$  vertici, si ha che  $gr_{\mathcal{G}}(v) + gr_{\mathcal{G}}(w) \geq n$  comunque presi due vertici  $v, w$  non adiacenti.

**V**      **F**

Per ogni grafo finito  $\mathcal{G}$  senza orientamento, semplice e senza cappi, *non hamiltoniano*, con  $n \geq 3$  vertici, esistono due vertici  $v, w$  per i quali si ha  $gr_{\mathcal{G}}(v) + gr_{\mathcal{G}}(w) < n$ .

**V**      **F**

Per ogni grafo finito  $\mathcal{G}$  senza orientamento, se la somma dei gradi dei vertici di  $\mathcal{G}$  è  $37$ , allora  $\mathcal{G}$  è hamiltoniano.

**V**      **F**

Per ogni grafo finito  $\mathcal{G}$  senza orientamento, se la somma dei gradi dei vertici di  $\mathcal{G}$  è  $37$ , allora  $\mathcal{G}$  non è hamiltoniano.

**V**      **F**

Se  $p, q, s$  sono variabili proposizionali, l'insieme di clausole  $\mathcal{K} := \{\{p, \neg q, s, \neg p\}, \{p, \neg q\}, \{\neg p, q\}\}$  è insoddisfacibile.

**V**      **F**