

FACSIMILE di COMPITO, n.1

Esercizio 1

1) Su un conto corrente il tasso annuo applicato è stato il 3% lordo annuo dall'1/1/2014 al 31/12/2014, e l'1% dall'1/1/15. Viene applicata la capitalizzazione mista con capitalizzazione trimestrale degli interessi. Calcolare il saldo netto alla fine del giorno 31/3/2015 (quindi includendo anche il 31/3 nel conteggio dei giorni), considerando che i bolli vengono sottratti alla fine dei giorni di competenza, e sapendo che il saldo all'1/10/2014 è stato di +5000 Euro e sul che conto sono stati registrati i seguenti movimenti:

- -500 prelievo bancomat, 20/10/2014
- +1400 emolumenti, 27/10/2014
- -900 pagamento con carta di credito, 7/12/2014
- -8.55 pagamento bollo, 31/12/2014
- -600 acquisto con bancomat, 25/1/2015
- -500 prelievo bancomat, 4/2/2015
- -8.55 pagamento bollo, 31/3/2015.

2) Quale sarebbe il saldo se con gli stessi tassi netti si utilizzasse la capitalizzazione del regime dello sconto commerciale (quindi senza capitalizzazione trimestrale degli interessi)?

3) Su uno stesso piano cartesiano disegnare i grafici del montante di 1 Euro all'aumentare del tempo nei due regimi di capitalizzazione mista, con capitalizzazione degli interessi ogni 3 mesi e tasso i , e di sconto commerciale con tasso $d = i$. Fornire le espressioni algebriche dei montanti nei due rispettivi casi, al variare del tempo.

Esercizio 2 Si descriva dettagliatamente il BTP-Euro-i, specificando bene: la natura e l'emittente del titolo, se di breve o media o lunga scadenza, a quale grandezza è indicizzato, come è determinata ogni cedola, da quale momento risulta nota, la periodicità delle cedole, il motivo per cui il rendimento del titolo risulta espresso in termini reali, come avviene il rimborso del nominale, in quali termini viene fornita la quotazione, come si calcolano rateo, corso secco, corso tel quel, il taglio minimo di acquisto, cosa è il bond stripping e se è concesso per il titolo in questione.

Esercizio 3 Siano $S_0^1 = 4, S_T^1 = \begin{cases} 3 & p = 0.5 \\ 5.5 & p = 0.5 \end{cases}$; $S_0^{(2)} = 5, S_T^{(2)} = \begin{cases} 3 & p = 0.5 \\ 8 & p = 0.5 \end{cases}$;
 $\rho = 0.8, I(r) = E[r] - \lambda \sigma^2(r)$.

1) Si visualizzino sul piano $\sigma - \bar{r}$ i punti che rappresentano i rendimenti dei titoli 1 e 2, e l'insieme (con la corretta forma) dei portafogli con essi ottenibili.

2) Si dica se i 2 titoli sono efficienti e si determini il portafoglio di minima varianza.

3) Si determini il portafoglio che massimizza l'indice di preferenza $I(r)$ per $\lambda = 1$ e lo si collochi, approssimativamente, sul piano $\sigma - \bar{r}$.

4) Si spieghino le due proprietà basilari dell'indice I ed il significato del parametro λ .

AVVERTENZA. Naturalmente gli esercizi presentati nei facsimile NON esauriscono la casistica, servono solo a dare una idea di come il compito sarà strutturato. Gli esercizi del compito potranno riguardare tutto il programma svolto, ma solo quello.

SOLUZIONI FACSIMILE COMPITO N.1

EX conto corrente

1) $i_1 = 3 \cdot (1 - 26/100)/100 = 0.0222$, $i_2 = (1 - 26/100)/100 = 0.0074$,
 $M1 = 5000(1 + 92i_1/365) - 500(1 + 73i_1/365) + 1400(1 + 66i_1/365) - 900(1 + 25i_1/365) - 8.55 = 5021.459534$
 $M2 = M1(1 + 90i_2/365) - 600(1 + 66i_2/365) - 500(1 + 56i_2/365) - 8.55 = 3920.70$.

2) Nel regime dello sconto commerciale: $d_1 = 0.0222$, $d_2 = 0.0074$
 $M = 5000/(1 - 92d_1/365 - 90d_2/365) - 500/(1 - 72d_1/365 - 90d_2/365) + 1400/(1 - 66d_1/365 - 90d_2/365) - 900/(1 - 55d_1/365 - 90d_2/365) - 8.55/(1 - 90d_2/365) - 600/(1 - 66d_2/365) - 500/(1 - 56d_2/365) - 8.55 = 3919.31$

EX BTP-Euro-i. Come fatto a lezione, o descritto sul documento del Dipartimento del Tesoro.

EX frontiera efficiente 1) $r_1 = \begin{cases} -\frac{1}{3} & p = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} & p = \frac{1}{2} \end{cases}$; $\bar{r}_1 = \frac{1}{16}$, $\sigma_1 = \frac{5}{16}$;
 $r_2 = \begin{cases} -\frac{2}{3} & p = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{5} & p = \frac{1}{2} \end{cases}$; $\bar{r}_2 = \frac{1}{10} < \bar{r}_1$, $\sigma_2 = \frac{1}{2} > \sigma_1$;

siamo allora nel contesto visto a lezione, in cui $\rho = 0.8 > \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ implica che la forma dell'insieme dei portafogli ottenibili con $S^1, S^{(2)}$ è il ramo destro di una iperbole per $P_1 = (\frac{5}{16}, \frac{1}{16})$ e $P_2 = (\frac{1}{2}, \frac{1}{10})$ con vertice al di sotto e a sinistra di P_1 ,

2) quindi P_1 e P_2 sono efficienti: non ci sono portafogli, in S^1 ed $S^{(2)}$, con lo stesso rendimento atteso dei P_i ma minor rischio, né con stessa varianza ma maggior rendimento atteso.

$r = (1 - \alpha)r_1 + \alpha r_2$, $\sigma^2(\alpha) = \frac{25}{28}\alpha^2 + \frac{7}{27}\alpha + \frac{25}{28}$, il pf di minima varianza è dato dall'ascissa del vertice di questa parabola, ed è $\hat{\alpha} = -0.28$. Quindi il portafoglio di minima varianza è ottenibile solo se si vende allo scoperto $S^{(2)}$, ed ha $\bar{r} = 0.052$, $\sigma = 0.3$.

3) $I(r) = (1 - \alpha)\frac{1}{16} + \alpha\frac{1}{10} - \sigma^2(\alpha) = \frac{25}{28}\alpha^2 - \frac{11}{640}\alpha - \frac{9}{256}$ ed è massimo per $\alpha^* = -\frac{11}{125} = -0.088$.

4) I rispecchia le caratteristiche dell'avversione al rischio e della non sazietà di un investitore, ossia: tra 2 titoli con rendimento certo è preferito (è più alto il valore dell'indice per) il titolo con rendimento atteso più alto (quindi anche tra 2 titoli con stessa rischiosità è preferito il titolo con rendimento atteso più alto); tra 2 titoli con stesso rendimento atteso è preferito il titolo con minor rischiosità.

$\lambda > 0$ rappresenta la forza dell'avversione al rischio di un individuo, infatti se $\bar{r}_1 = \bar{r}_2$ e $\sigma_1 < \sigma_2 \Rightarrow I(r_1) = \bar{r}_1 - \lambda\sigma_1^2 > \bar{r}_2 - \lambda\sigma_2^2 = I(r_2)$, ossia $0 = \bar{r}_1 - \bar{r}_2 > -\lambda(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)$; se poi $\lambda' > \lambda$ allora $-\lambda'(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)$ è ancor più negativo, $0 >> -\lambda(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)$, ossia $I(r_1) >> I(r_2)$, e quindi lo stesso titolo 1 con un maggior coefficiente λ' è ancor più fortemente preferito di prima allo stesso titolo 2.