

FACSIMILE di COMPITO, n.2

Esercizio 1

Per l'acquisto di un macchinario per la mia azienda mi indebito di 50'000 Euro verso una banca che mi concede un ammortamento a tasso variabile con rate semestrali posticipate, durata 6 anni e decorrenza immediata. Il tasso concordato per il primo anno e mezzo è del 4% annuo.

1) Scrivere le prime 5 righe e l'ultima riga del piano di ammortamento ipotizzato dalla banca fino a scadenza.

Alla fine del terzo semestre si viene a conoscere il tasso che verrà applicato per i successivi 3 semestri, che è del 5,5% annuo. Avendo comunque a disposizione della liquidità imprevista si vuole valutare se mantenere in vita il mutuo, estinguerlo o rinegoziarlo.

2) Calcolare la rata equa al nuovo tasso.

3) Calcolare il valore residuo al tasso 5% annuo.

4) Calcolare la durata residua del mutuo se, concordato un tasso fisso del 7% annuo, si proponesse alla banca di pagare una rata semestrale costante di 7'226 Euro.

Esercizio 2 [punti 6]

Il corso secco di un CCT con scadenza 31/12/2013 era pari a 99 Euro il giorno 14/9/2012. Il rendimento annuo lordo dei BOT semestrali collocati sul mercato dopo l'asta di fine Giugno 2012 fu 2.90%.

1) Disegnare lo scadenziario delle entrate e uscite (al lordo delle tasse) che l'acquisto del CCT comporta, in riferimento ad un nominale di 100. Calcolare il corso tel quel del CCT (con la convenzione giorni effettivi/giorni effettivi). Approssimare alla seconda cifra decimale.

2) Alle aste di fine dicembre 2012 e fine giugno 2013 vennero collocati sul mercato bot a 6 mesi di rendimenti lordi annui rispettivamente del 2% e dell'1.8%, determinare l'importo di tutti i pagamenti dello scadenziario.

3) Scrivere l'equazione del TIR annuo dell'operazione di acquisto del CCT, usando qui la convenzione dell'anno commerciale. Dare una approssimazione di tale TIR usando il metodo di Newton con punto di partenza 1% e con errore minore di 10^{-2} sul tasso annuo.

4) Tra i titoli di Stato, cosa differenzia CCT, CCTEu, BTP e BTP indicizzati all'inflazione nella determinazione delle cedole?

Esercizio 3

Dire in cosa consistono le vendite allo scoperto di titoli e dire cos'è un arbitraggio. Spiegare cosa giustifica che il valore equo di una operazione composta uguagli la somma dei valori dei singoli importi coinvolti.

AVVERTENZA. Naturalmente gli esercizi presentati nei facsimile NON esauriscono la casistica, servono solo a dare una idea di come il compito sarà strutturato. Gli esercizi del compito potranno riguardare tutto il programma svolto, ma solo quello.

SOLUZIONI

EX amm.to tasso variabile

- 1) $i_2 = \sqrt{1.04} - 1 = 0.019803903$, $R = 50000 \cdot i_2 / (1 - 1.04^{-6}) = 4721.36$,
 $I_1 = 50000 \cdot i_2 = 990.1951500$, $C_1 = R - I_1 = 3732.092616$, $D_1 = 50000 - C_1 =$
 46267.90738 ,
 $I_2 = D_1 \cdot i_2 = 916.2851498$, $C_2 = R - I_2 = 3806.002616$, $D_2 = D_1 - C_2 =$
 42461.90476 ,
 $I_3 = D_2 \cdot i_2 = 840.9114431$, $C_3 = R - I_3 = 3881.376323$, $D_3 = D_2 - C_3 =$
 38580.52844 ,
 $I_4 = D_3 \cdot i_2 = 764.0450429$, $C_4 = R - I_4 = 3958.242723$, $D_4 = D_3 - C_4 =$
 34622.28572 ,
 $I_5 = D_4 \cdot i_2 = 685.6563880$, $C_5 = R - I_5 = 4036.631378$, $D_5 = D_4 - C_5 =$
 30585.65434 ,
 $C_{12} = C_4 \cdot (1 + i_2)^8 = 4630.584144$, $I_{12} = R - C_{12} = 91.703622$, $D_{12} = 0$.
 2) Nuova rata $\tilde{R} = D_3 \cdot (\sqrt{1.055} - 1) / (1 - 1.055^{-4.5}) = 4888.997932$
 3) Valore residuo $V = \tilde{R} \cdot (1 - 1.05^{-4.5}) / (\sqrt{1.05} - 1) = 39025.66233$
 4) Tasso semestrale equivalente al 7% annuale: $j = \sqrt{1.07} - 1 = 0.034408043$;
 $n = -2 \log(1 - j \cdot D_3 / 7226.3) / \log(1.07) = 6.000245260 \approx 6$.

EX CCT

- 1) $2.9/2 + 0.15 = 1.6$ quindi il tasso cedolare della prima cedola è 1.6% semestrale $\Rightarrow$ cedola $c_1 = 1.6$, quindi corso tel quel $= 99 + 1.6 \cdot \frac{75}{184} = 99.65$ Euro.
 2) $c_2 = 2/2 + 0.15 = 1.25$, $c_3 = 1.8/2 + 0.15 = 1.05$, quindi l'ultimo importo dello scadenzario è pari a 101.05: l'operazione è la seguente:

$$\{-99.65, 1.6, 1.25, 101.05\} / \{14/9/12, 31/12/12, 30/6/13, 31/12/13\}.$$

- 3) Siano i tasso annuo e

$$V(i) = (1 + i)^{-107/360} \left(1.6 + 1.25(1 + i)^{-0.5} + 101.05(1 + i)^{-1} \right) - 99.65,$$

allora l'equità dell'operazione al 14/9/2012 è data da $V(i) = 0$. Applicazione del metodo di Newton:

$$V'(i) = -\frac{107}{360(1 + i)^{1+107/360}} \left(1.6 + \frac{1.25}{(1 + i)^{0.5}} + \frac{101.05}{(1 + i)} \right) +$$

$$+ \frac{1}{(1 + i)^{107/360}} \left(-\frac{0.625}{(1 + i)^{1.5}} - \frac{101.05}{(1 + i)^2} \right);$$

$$i_0 = 0.01;$$

$$i_1 = i_0 - V(i_0)/V'(i_0) = 0.03807564290; |i_0 - i_1| \sim 2.8 \cdot 10^{-2};$$

$$i_2 = i_1 - V(i_1)/V'(i_1) = 0.03212655098; |i_2 - i_1| \sim 5.9 \cdot 10^{-3} < 10^{-2};$$

$TIR \approx 3\%$ annuo.

- 4) I BTP hanno cedola fissa, il tasso a cui viene calcolata la cedola è fissato all'emissione e rimane costante per tutta la vita del titolo; il CCT è indicizzato al rendimento dei BOT semestrali; il CCTEu ai tassi Euribor a 6 mesi; i BTP indicizzati all'inflazione hanno cedole calcolate a partire dal livello generale dei prezzi al consumo.

EX Valore di operazione composta

Come a lezione