ESERCIZIO 1

$$\int \cos x \left(4\sin^2 x + \cos^2 x\right) \operatorname{arctg}\left(\sin x + 1\right) dx =$$

$$= \int \left(3\sin^2 x + 1\right) \operatorname{arctg}\left(\sin x + 1\right) \cos x \, dx$$

PER SOSTITUZIONE: $\boxed{\sin x = t}$ MA VA BENISSIMO PURE

$\boxed{\sin x + 1 = t}$ CHE SEMPLIFICA I CONTI

DA $\sin x = t$ SEGUE

$$\int \left(3t^2 + 1\right) \operatorname{arctg}\left(t+1\right) dt$$ PER PARTI È =

$$= \left(t^3 + t\right) \operatorname{arctg}\left(t+1\right) - \underbrace{\int \frac{t^3 + t}{1 + (t+1)^2} dt}$$ ← STUDIO LUI

METODO DEI FRATTI SEMPLICI PRIMA DEVO DIVIDERE

OTTENGO $$\frac{t^3 + t}{t^2 + 2t + 2} = (t-2) + \frac{3t+4}{t^2+2t+2}$$ ↖ MANCA SOLO LUI

$$\frac{3t+4}{t^2+2t+2} = \frac{3}{2}\,\frac{2t+2}{t^2+2t+2} + \frac{1}{1+(t+1)^2}$$

SEGUE $$\int \frac{t^3+t}{1+(t+1)^2} = \int \left[(t-2) + \frac{3}{2}\,\frac{2t+2}{t^2+2t+2} + \frac{1}{1+(t+1)^2}\right] dt$$

$$= \frac{t^2}{2} - 2t + \frac{3}{2} \ln\left(t^2 + 2t + 1\right) + \operatorname{arctg}(t+1) + K$$

↳ SEMPRE > 0

ORA BASTA TORNARE ALLA VARIABILE x SOSTITUENDO A t IL VALORE $\sin x$

ESERCIZIO 2.1

$\boxed{\forall \alpha \in \mathbb{R}}$ $\exists\, x_0 : g'''(x_0) = 0$ — IN PARTICOLARE $x_0 = 0$

QUESTO PERCHÈ DA g PARI, $g \in C^{\infty}$ SEGUE g''' DISPARI

E QUINDI $g'''(0) = 0$. MA VA DIMOSTRATO.

SI USA LA FORMULA DELLA DERIVATA COMPOSTA

$$\big(h(-x)\big)' = -h'(-x)$$

QUINDI SE h È PARI, h' È DISPARI

SE h È DISPARI, h' È PARI

DA g PARI SEGUE g' DISPARI, g'' PARI E g''' DISPARI

□

UN RISULTATO MENO GENERALE, MA CHE DAVA PUNTEGGIO PIENO SI TROVA SFRUTTANDO IL VALORE DI g IN $x = -3$ E $x = 1$

$g(-3) = g(3) = 1$ SE $\alpha^2 + \alpha - 5 = 1$ CHE È VERA PER $\boxed{\alpha = 2, -3}$ SI HA

$g(-3) = g(-1) = g(1) = g(3)$.

USIAMO 3 VOLTE IL T.MA DI ROLLE

1) $\exists$ 3 P.TI IN CUI $g'(x) = 0$ 2) $\exists$ 2 P.TI IN CUI $g''(x) = 0$

3) $\exists$ UN P.TO IN CUI $g'''(x) = 0$ □

ESERCIZIO (2.2)

SFRUTTO LE MITICHE TAVOLE PER SCRIVERMI LO SVILUPPO DI $e^{Tg\, x} - e^{\sin x}$ — POSSO PURE FARLO USANDO IL PRINCIPIO DI SOSTITUZIONE DEGLI INFINITESIMI, MA CON LE TAVOLE LO VEDO SUBITO

$$e^{Tg\, x} - e^{\sin x} = \frac{1}{2}x^3 + \frac{9-3}{4!}x^4 + o(x^4)$$

$$x^2 \sin \frac{\alpha x}{2} = \frac{\alpha}{2}x^3 + o(x^4)$$ IMPORTANTE

MA ALLORA, IN UN INTORNO DELL'ORIGINE

$$f(x) = \frac{1}{2}(1+\alpha)x^3 + \frac{1}{4}x^4 + o(x^4)$$

DEVO ANNULLARE IL TERMINE IN x^3 $\Rightarrow$ $\boxed{\alpha = -1}$

PER $\alpha = -1$ $\quad f(x) = \frac{1}{4}x^4 + o(x^4)$

CON ABUSO DI LINGUAGGIO "VIAGGIA" COME x^4 VICINO ALL'ORIGINE. □