Si consideri la funzione $f(x)$:

$$\frac{sinx^2(log(1+tg(xsinx)+x^3arctg(xsinx)}{e^{xtgx}-cos3x+x^3cosx}$$

per $x \neq 0$ e uguale a 0 per $x=0$. Si dimostri che ammette un minimo nel punto $x=0$.

Osserviamo che potremmo usare il metodo standard, ovvero dimostrare che la funzione ha la derivata prima che si annulla in 0 e la derivata seconda che è positiva in 0.

MA, c'è un problema, ovvero dimostrare che tali derivate esistono in zero, prima di calcolarle. E dobbiamo farlo con la definizione, ovvero con il limite del rapporto incrementale di f e poi di f' nell'origine.

Si può fare, ma è un vero casino! Possiamo risolvere il problema senza dover per forza derivare?