

La strada non può che essere una applicazione della formula di Taylor.  
Vediamo subito che al numeratore il termine

$$\sin x^2 (\log(1 + \operatorname{tg}(x \sin x)))$$

viaggia come  $x^4$ , mentre il termine

$$x^3 \operatorname{arctg}(x \sin x)$$

è di ordine 5. Quindi possiamo approssimare il numeratore con  $x^4 + \mathcal{O}(x^4)$ .  
Nello stesso modo vediamo che il denominatore viaggia come  $x^2(1 + \frac{9}{2})$  mentre  $x^3 \cos x$  è di ordine 3.

Quindi possiamo approssimare con  $x^2(1 + \frac{9}{2}) + \mathcal{O}(x^2)$ . In ultima analisi possiamo scrivere la nostra funzione come

$$\frac{x^4 + \mathcal{O}(x^4)}{\frac{11}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^2)}$$

Vediamo ad occhio che la funzione in un intorno dell'origine si comporta come una parabola, ma non abbiamo ancora finito: dobbiamo dimostrarlo!