

Usiamo un ragionamento che abbiamo visto per dimostrare che se la prima derivata significativa è di ordine pari abbiamo un max/min a seconda del segno. Vediamo come funziona. Scrivo

$$\frac{x^4 + \circ(x^4)}{\frac{11}{2}x^2 + \circ(x^2)}$$

in questo modo

$$\frac{x^4 + \circ(x^4)}{\frac{11}{2}x^2 + \circ(x^2)} = \frac{x^4 + \circ(x^4)}{x^2(\frac{11}{2} + \frac{\circ(x^2)}{x^2})} =$$

$$\frac{x^2 + \frac{\circ(x^4)}{x^2}}{\frac{11}{2} + \frac{\circ(x^2)}{x^2}} = \frac{x^2 + \frac{\circ(x^4)}{x^2} \frac{x^2}{x^2}}{\frac{11}{2} + \frac{\circ(x^2)}{x^2}} = \frac{x^2 + \frac{\circ(x^4)}{x^2} \frac{x^2}{x^2}}{\frac{11}{2} + \frac{\circ(x^2)}{x^2}} = \frac{x^2 + \frac{\circ(x^4)x^2}{x^4}}{\frac{11}{2} + \frac{\circ(x^2)}{x^2}} = \frac{x^2(1 + \frac{\circ(x^4)}{x^4})}{\frac{11}{2} + \frac{\circ(x^2)}{x^2}}$$

Ora abbiamo finito. Infatti, quando $x \rightarrow 0$, le quantità

$(1 + \frac{\circ(x^4)}{x^4})$ e $(\frac{11}{2} + \frac{\circ(x^2)}{x^2})$ sono definitivamente positive, come pure ovviamente x^2 . Segue che in un opportuno intorno dell'origine, con $x \neq 0$, $f(x)$ è positiva.

Ma in 0, per definizione $f(0) = 0$.