

ALGEBRA VETTORIALE

- 1) Teoria dei vettori
- rappresentazione
 - decomposizione
 - operazioni tra vettori

2) Forze e condizioni di equilibrio

Teoria dei Vettori

Le grandezze fisiche si distinguono in 2 tipi

1) GRANDEZZE SCALARI

Sono grandezze espresse solamente da un numero, detto 'modulo' o 'intensità', accompagnato da un' 'unità' di misura

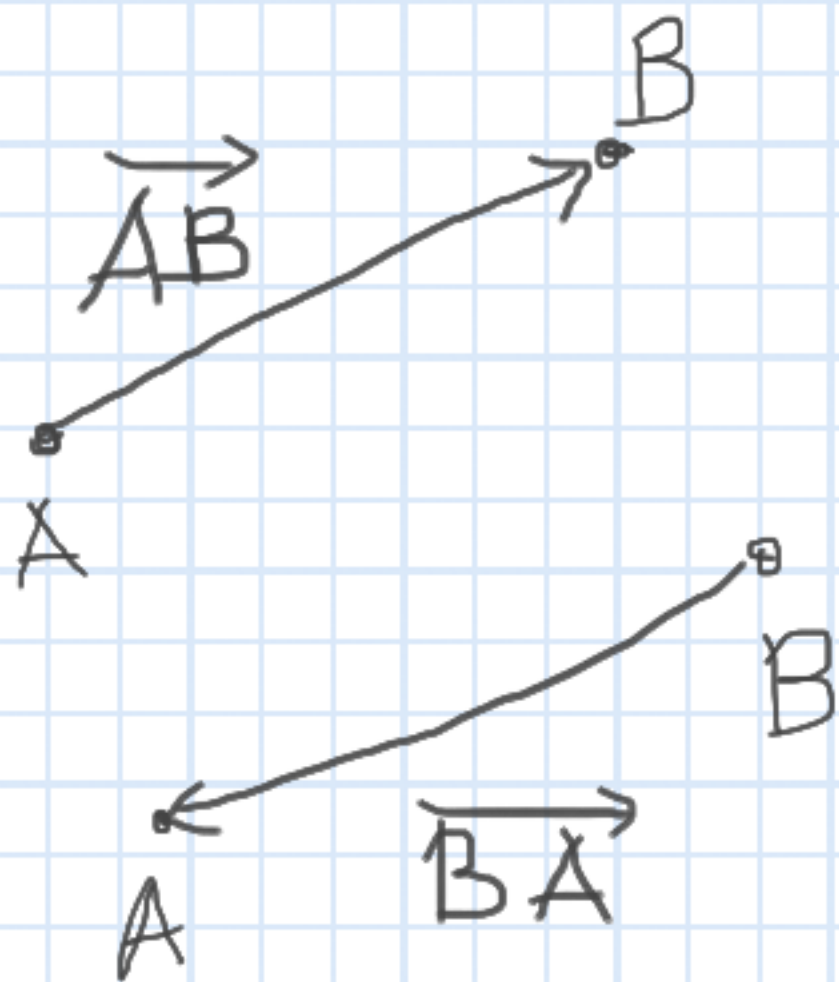
Esempio:

una lunghezza	$l = 2 \text{ m}$
un volume \longrightarrow	3 cm^3
il tempo \longrightarrow	$5 \text{ s}, 2 \text{ h}$
una massa \longrightarrow	$10 \text{ kg}, 100 \text{ g}$

2) GRANDEZZE VETTORIALI

Una grandezza vettoriale è una grandezza fisica rappresentata matematicamente da un vettore.

Un vettore è un ente matematico definito da un MODULO, DIREZIONE e VERSO



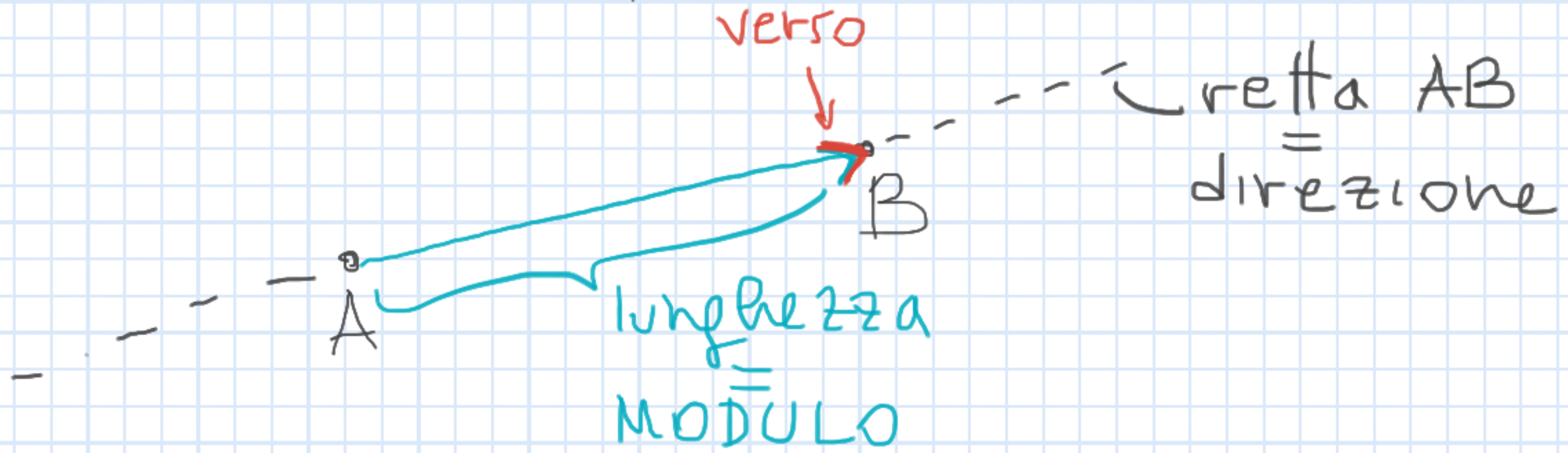
\vec{AB} e \vec{BA} sono 2 SEGMENTI ORIENTATI

In \vec{AB} si ha che A è il PRIMO ESTREMO del segmento e B è il SECONDO ESTREMO del segmento.

In \vec{BA} si ha viceversa

Il segmento orientato \vec{AB} (come \vec{BA}) è caratterizzato da

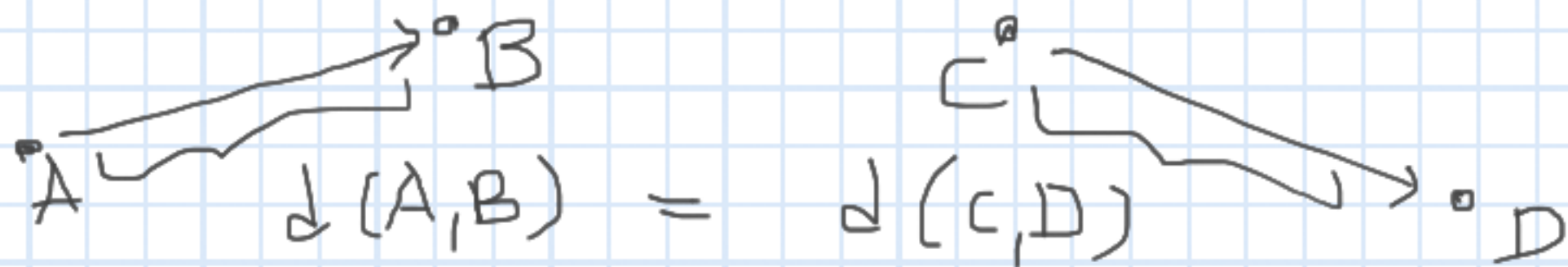
- 1) la lunghezza del segmento
- 2) la direzione della retta AB
- 3) il VERSO di percorrenza della retta



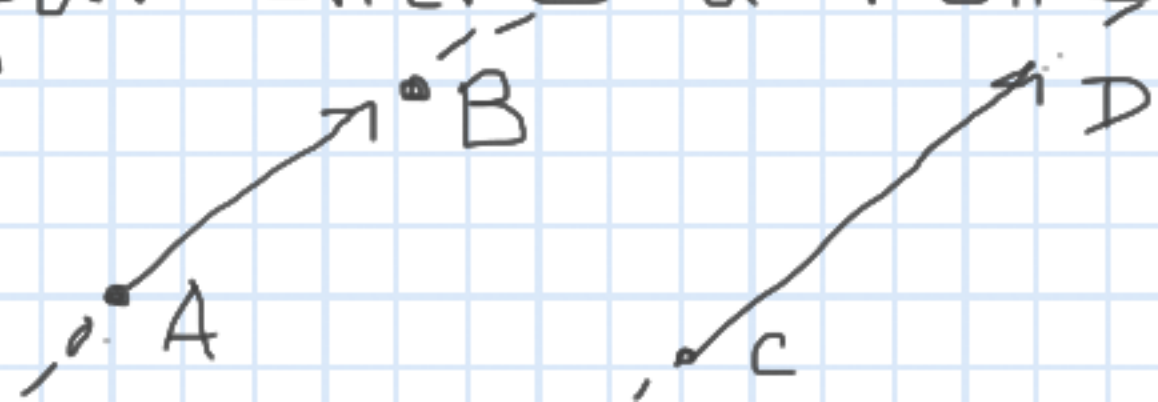
Si definisce la seguente relazione tra segmenti orientati

Def Due segmenti \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{CD} si dicono **EQUIPOLLENTI**, e scriviamo $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ se

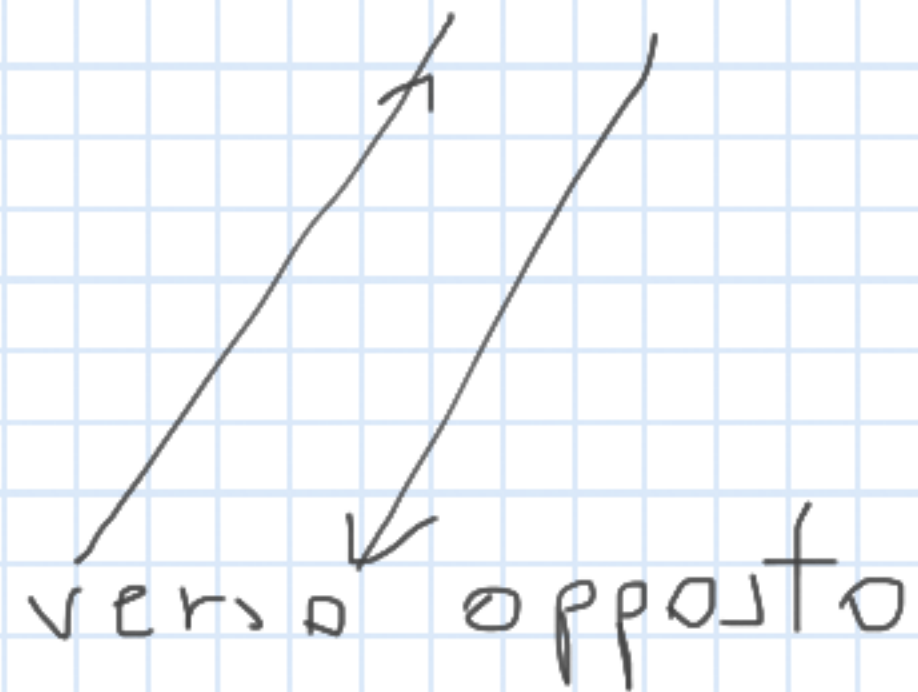
1) hanno stessa lunghezza, (sono congruenti)



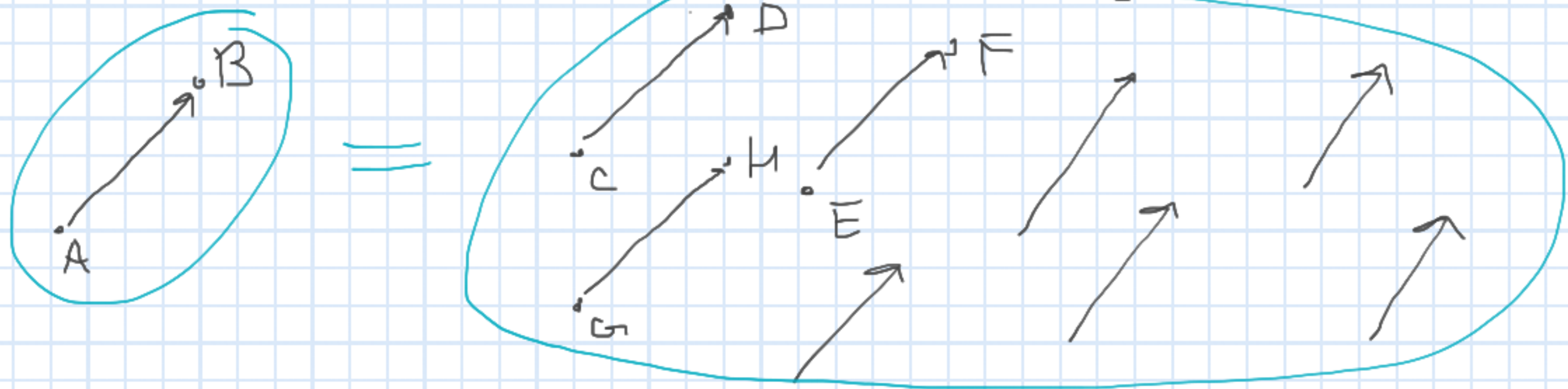
2) hanno stessa direzione, cioè devono appartenere a rette parallele



3) hanno stesso verso



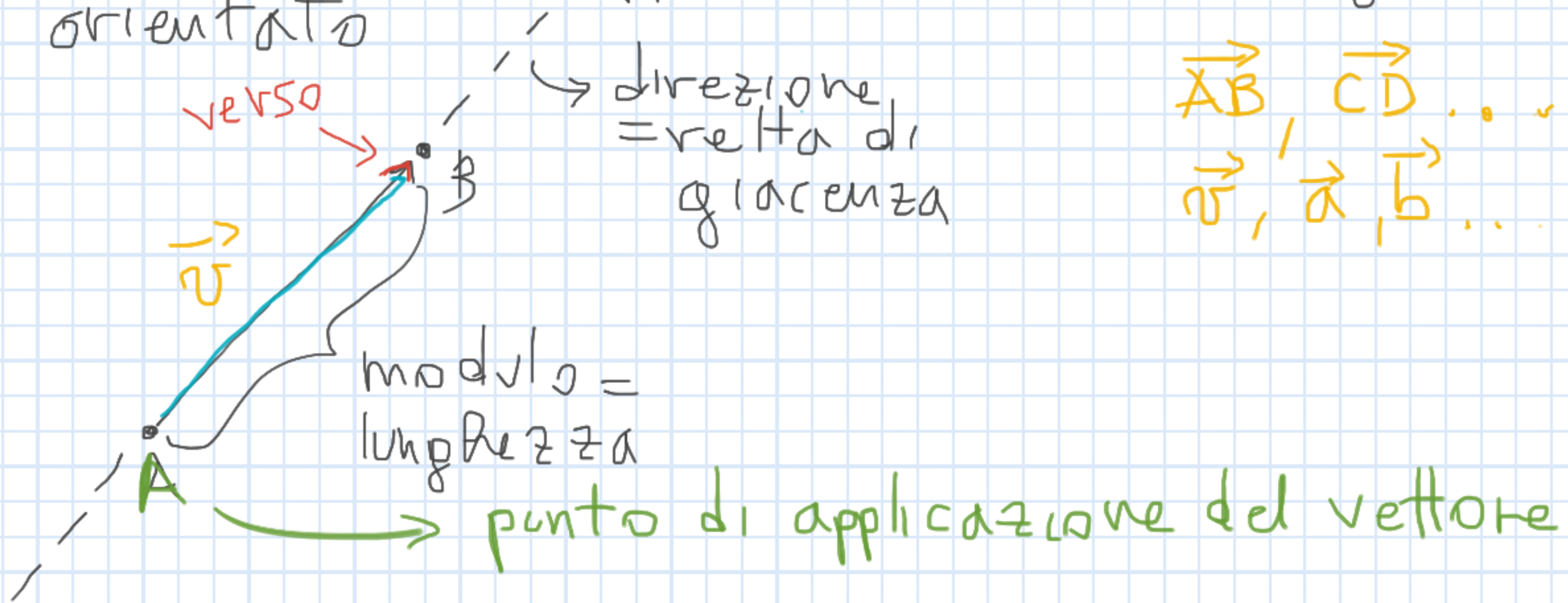
Dato un segmento orientato \overrightarrow{AB} , questo è equipollente ad infiniti altri segmenti orientati,



Tutti questi segmenti rappresentano lo stesso vettore

Ricapitolando

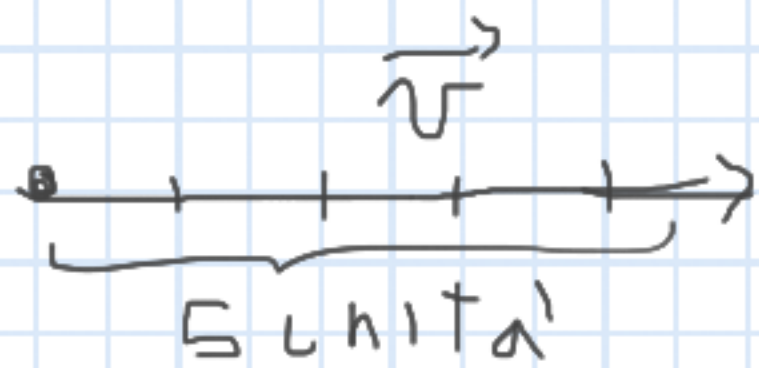
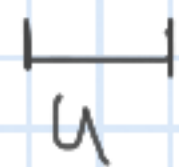
Un vettore è rappresentato da un segmento orientato



Il modulo di un vettore \vec{v} lo si può indicare con questi simboli:

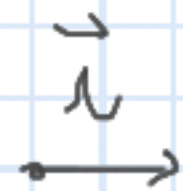
$$\|\vec{v}\|, \quad v, \quad |\vec{v}|$$

Esempio



$$\|\vec{v}\| = 5$$

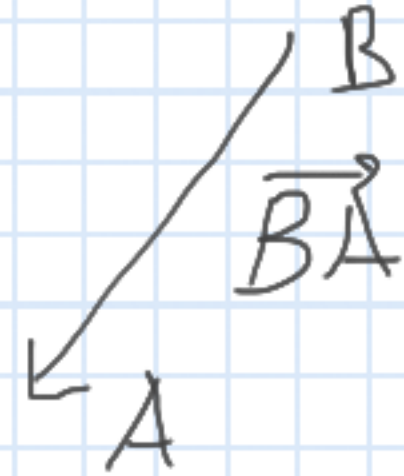
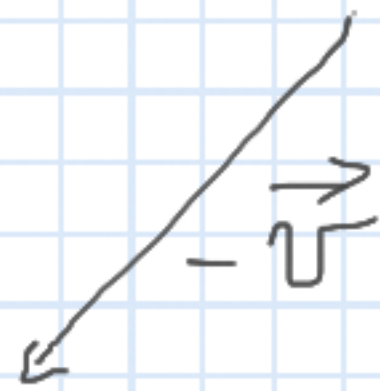
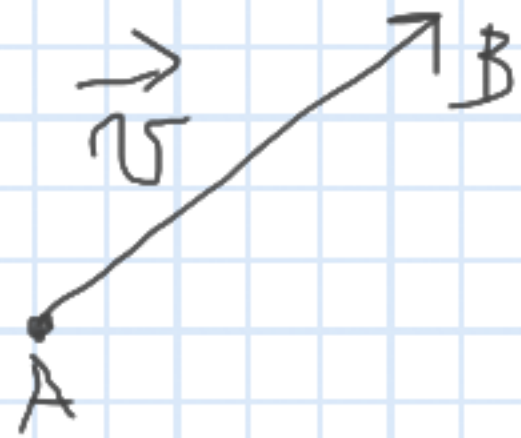
VERSORE di un vettore $\vec{v} = e'$ è il vettore con stessa direzione e verso di \vec{v} ma modulo unitario



VETTORE NULLO corrisponde al segmento orientato con estremi coincidenti $\vec{AA} = \vec{0}$
 $\vec{0}$ ha direzione e verso indeterminati

VETTORE OPPOSTO

Dato un vettore $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$, si chiama il vettore opposto di \vec{v} , $-\vec{v}$, cioè il vettore con stesso modulo, stessa direzione ma verso opposto.



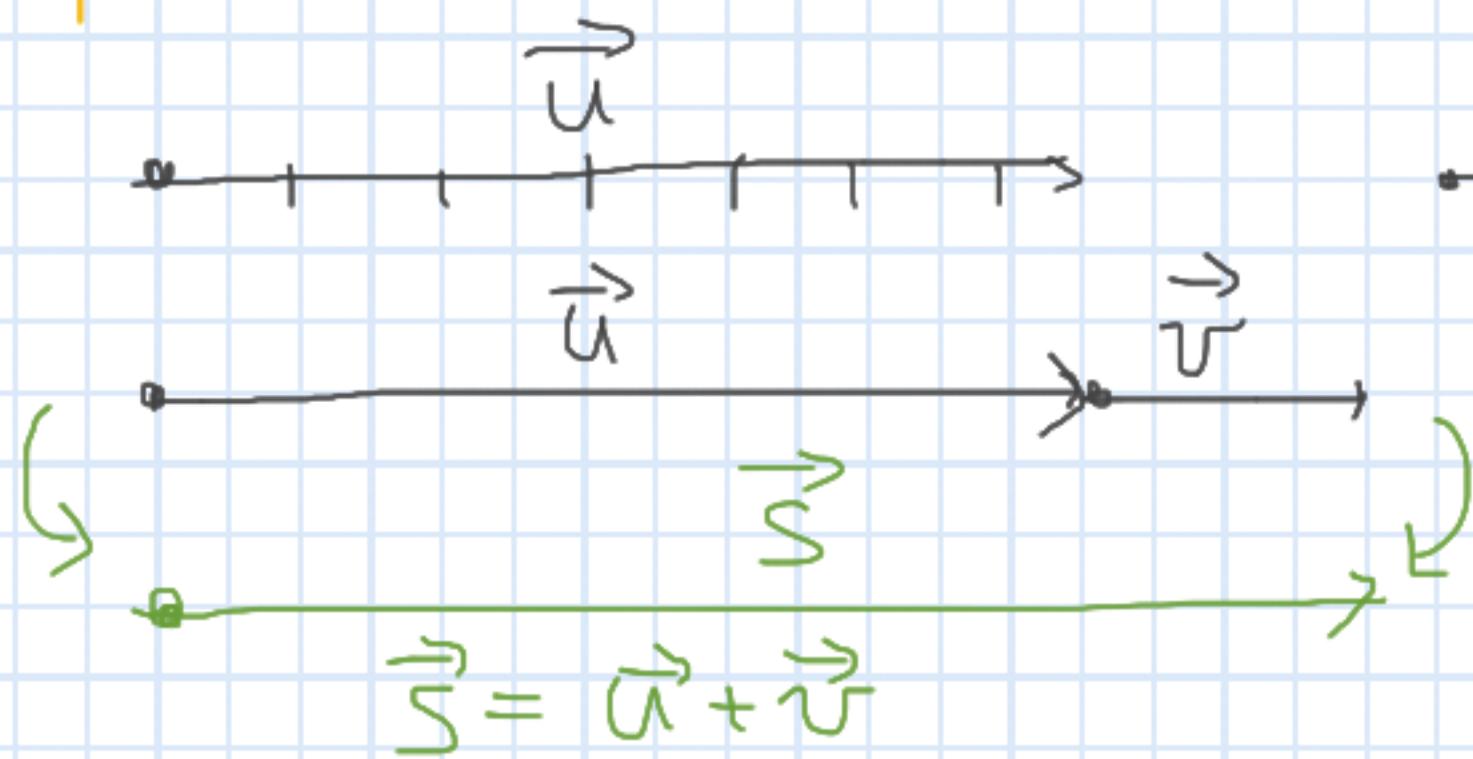
OPERAZIONI TRA VETTORI

Somma tra vettori

Dati 2 vettori \vec{u}, \vec{v} andiamo a vedere come si trova il vettore $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$

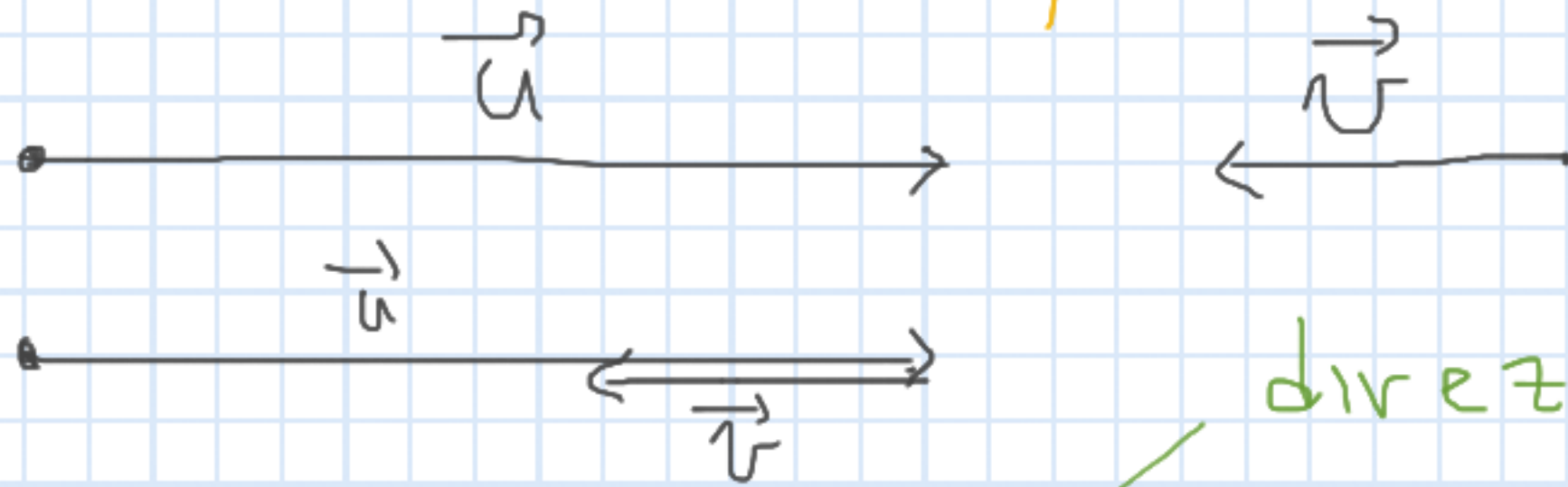
$$\begin{array}{l} \vec{u} = \overrightarrow{AB} \\ \vec{v} = \overrightarrow{BC} \end{array}$$

1) \vec{u}, \vec{v} stessa direzione e verso



direzione come \vec{u}
verso come \vec{u} e \vec{v}
modulo = somma dei moduli

2) \vec{u}, \vec{v} stessa direzione, versi opposti



$$\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$$

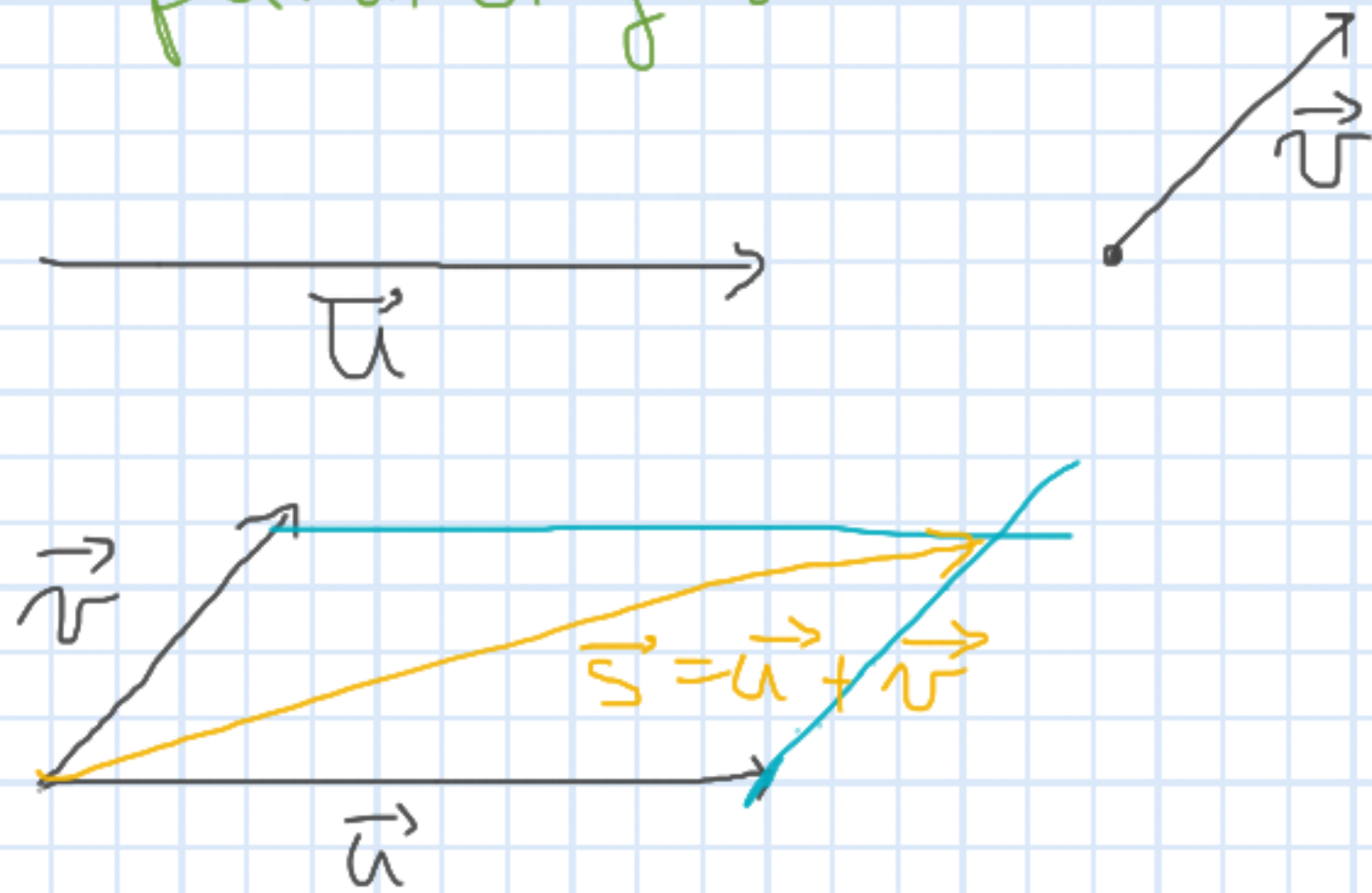
direzione come \vec{u} e \vec{v}

verso = verso del vettore
di modulo maggiore

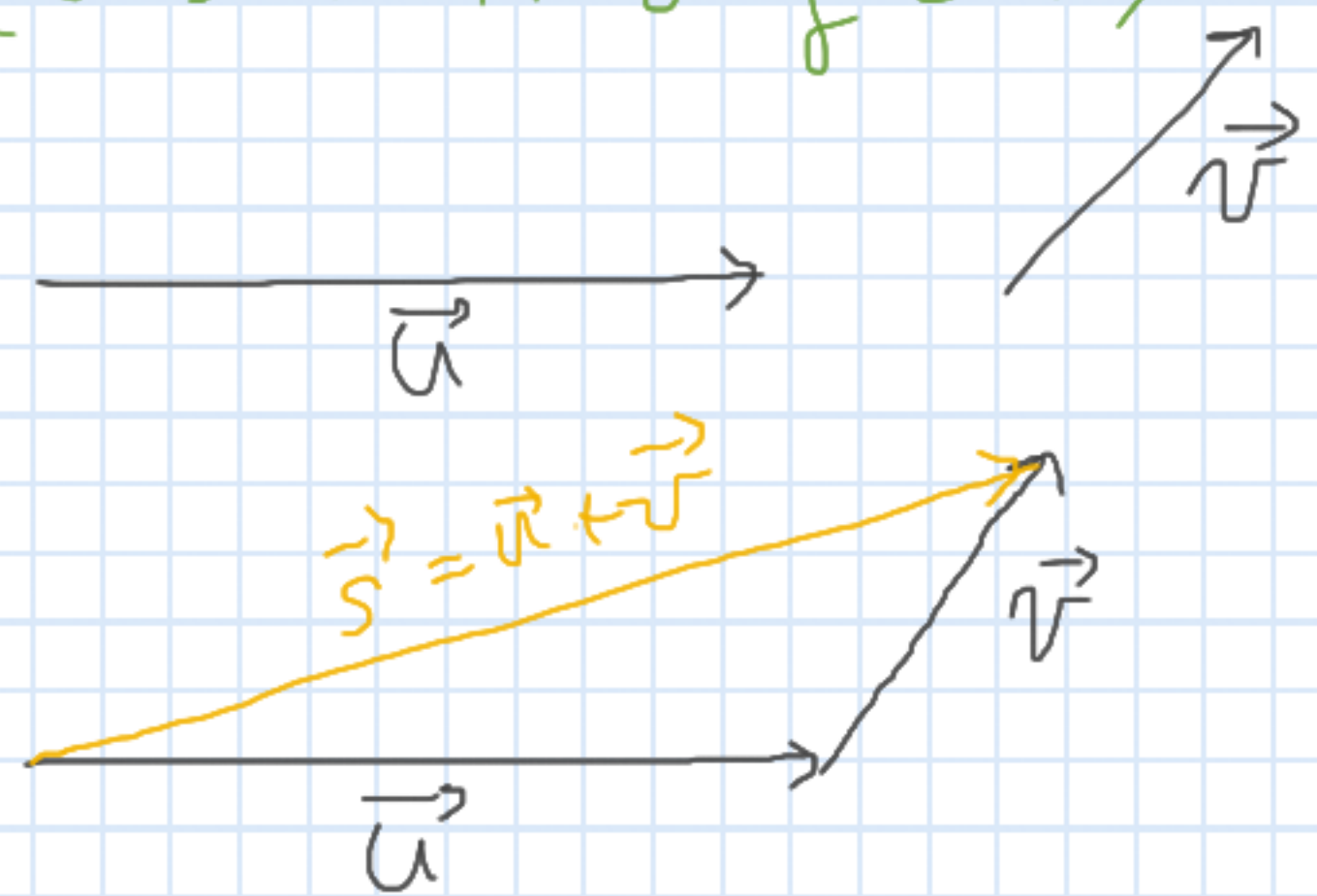
modulo = differenza dei
moduli

3) \vec{u}, \vec{v} hanno direzioni diverse

metodo del
parallelogramma

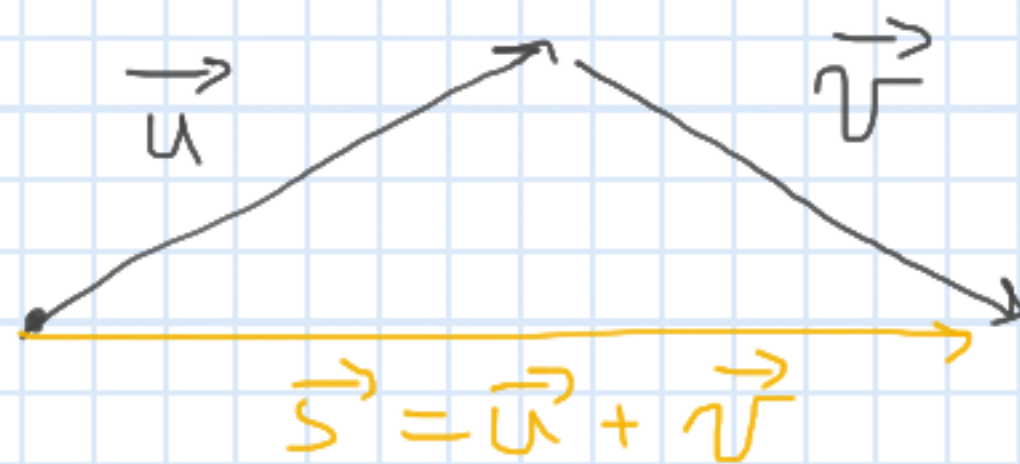
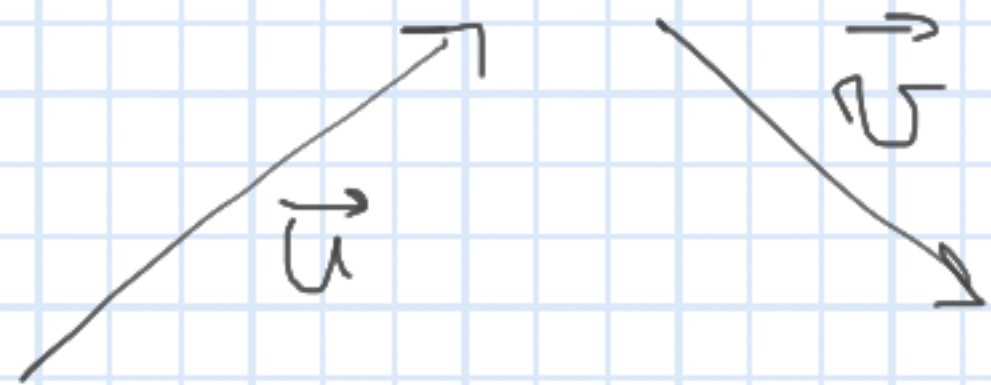


metodo punta-coda
(o del triangolo)

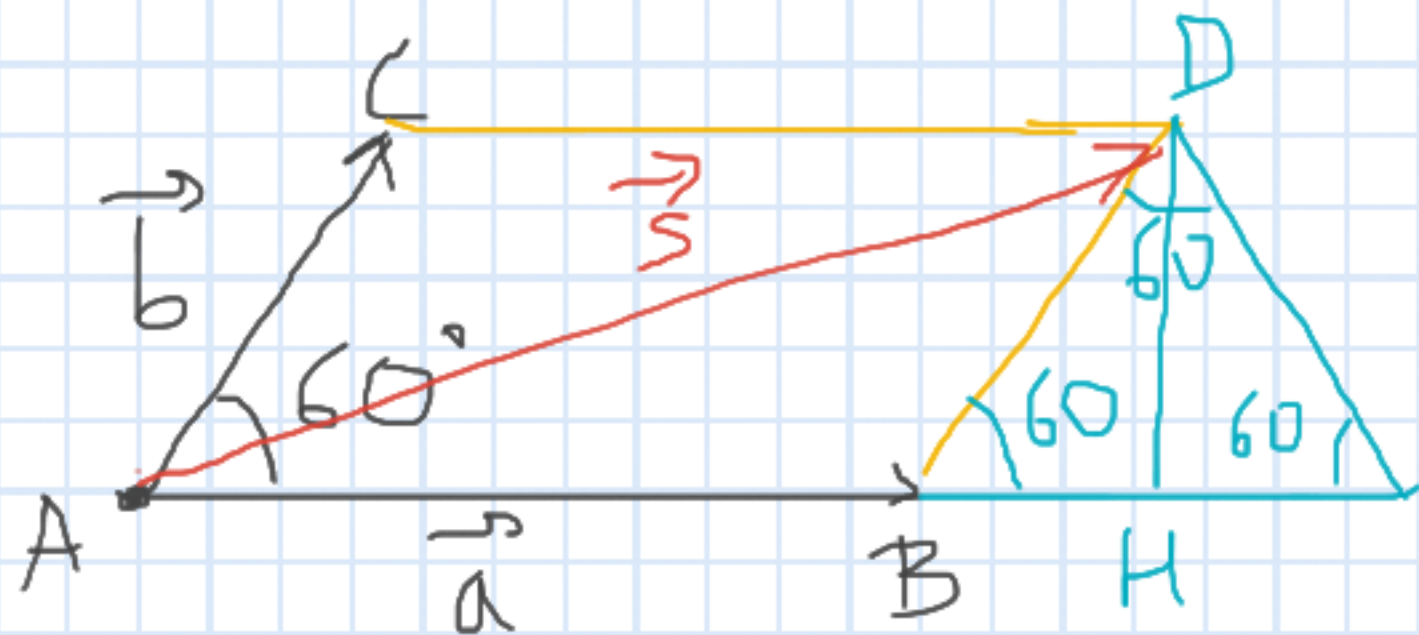


SOMMA TRA VETTORI

Il vettore somma \vec{s} di 2 vettori \vec{u} e \vec{v} è rappresentato da un segmento orientato che si ottiene raffigurando consecutivamente i vettori dati e considerando come primo estremo il 1° estremo di \vec{u} e come secondo estremo il 2° estremo di \vec{v}



Esempio (somma fra vettori)



trovare il vettore somma
dei vettori \vec{a} e \vec{b}

$$a = 48$$

$$b = 20$$

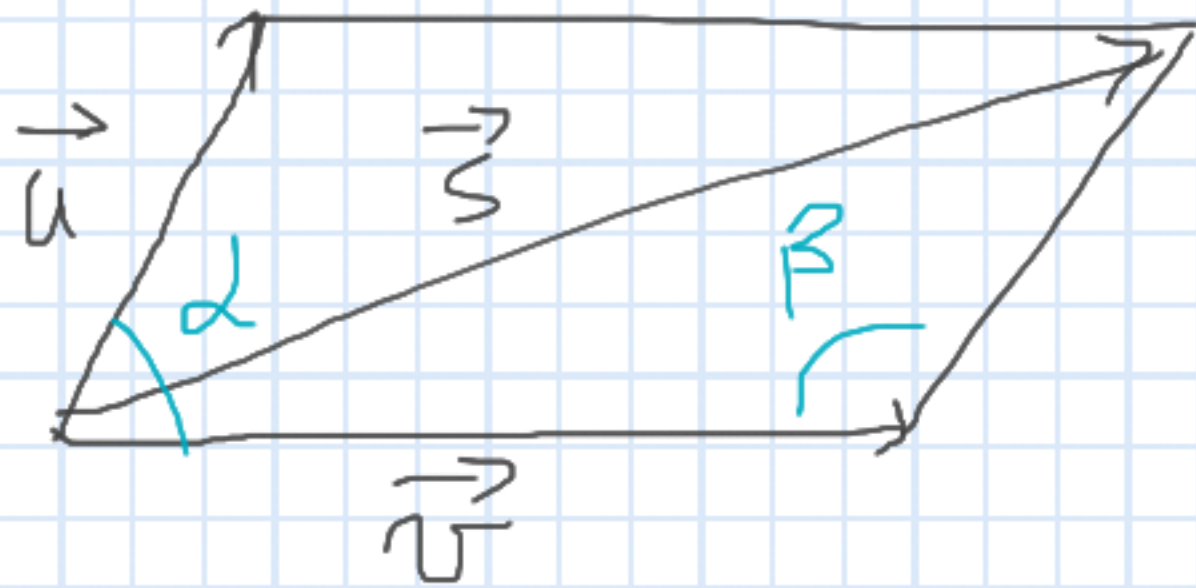
$$\overline{BD} = b = 20$$

$$\overline{BH} = \frac{b}{2} = 10$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{BD} = b = 20 \\ \overline{BH} = \frac{b}{2} = 10 \end{array} \right\} \overline{DH} = \sqrt{b^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{20^2 - 10^2}$$
$$= \sqrt{400 - 100} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$$

$$s = \overline{AD} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{DH}^2} = \sqrt{58^2 + 300} = \sqrt{3664} \approx 60,5$$

$$a + \overline{BH} = 48 + 10 = 58$$

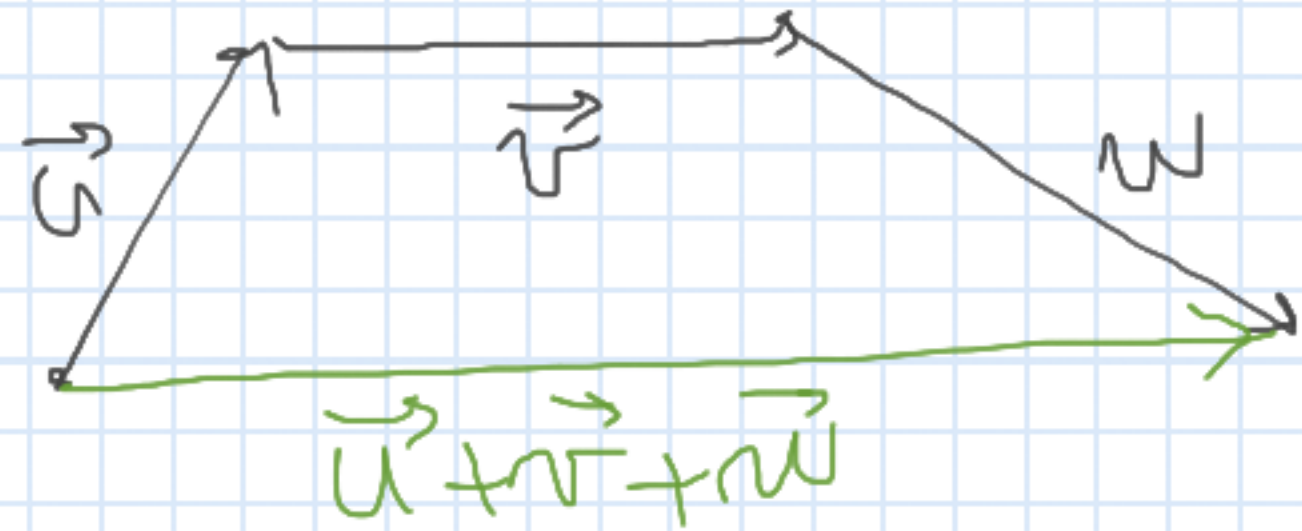
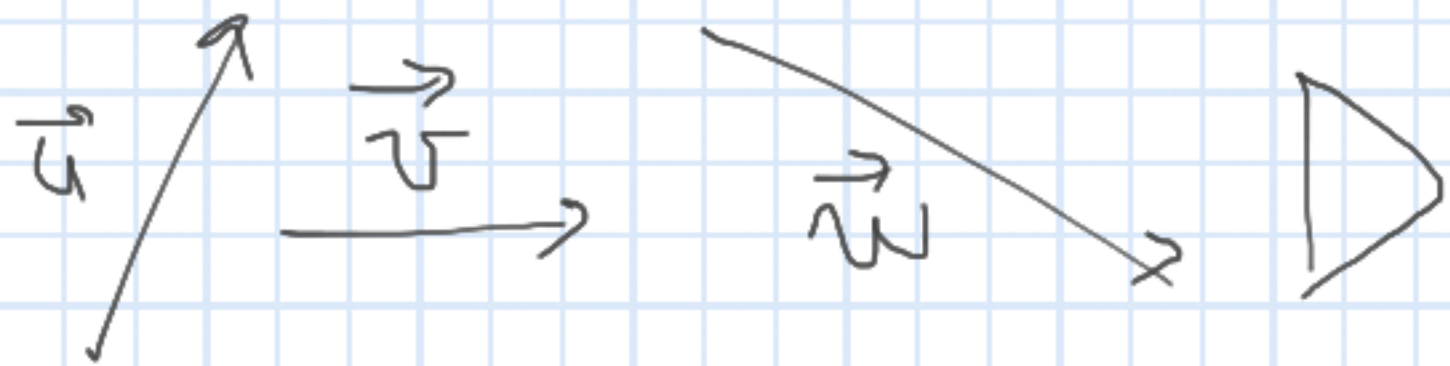


$$\begin{aligned} \|\vec{s}\| &= \sqrt{u^2 + v^2 - 2u \cdot v \cdot \cos \beta} \\ &= \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha} \end{aligned}$$

$$\|\vec{s}\| = \sqrt{48^2 + 20^2 + 2 \cdot 48 \cdot 20 \cdot \cos 60}$$

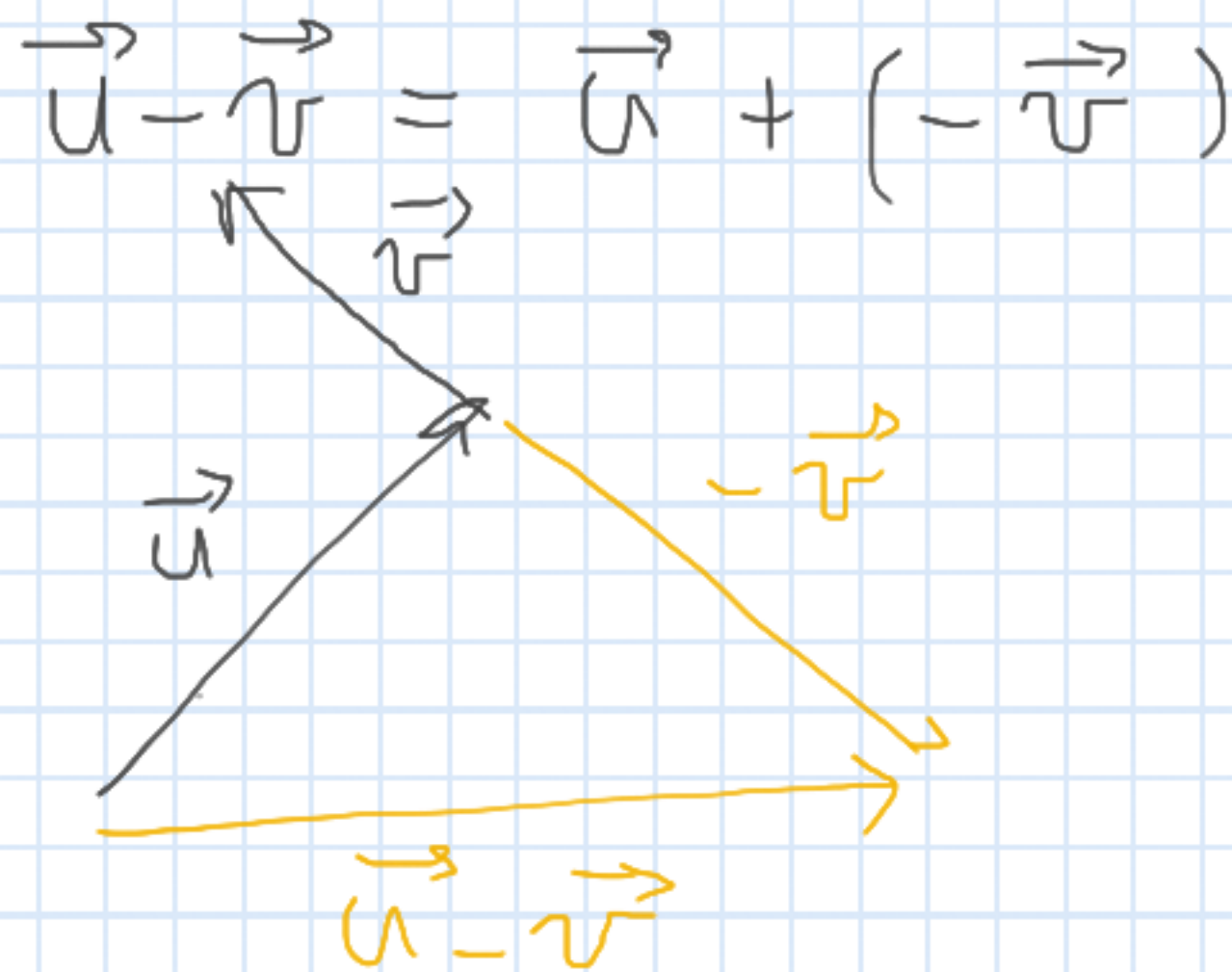
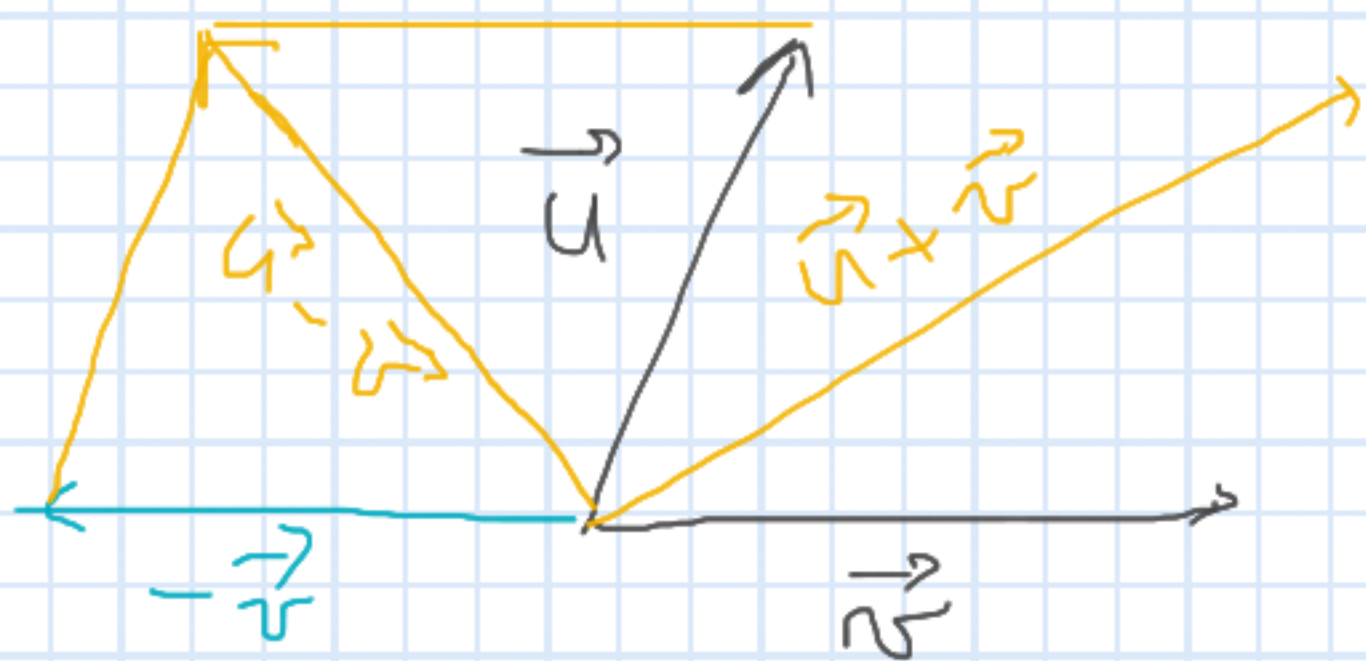
Dati tre o più vettori $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \dots$ la loro somma si ottiene sommando i primi 2 e poi sommando il vettore ottenuto $\vec{u} + \vec{v}$ con il terzo \vec{w} e così via.

Graficamente il vettore risultante si ottiene riportando di seguito i segmenti orientati che rappresentano i vettori da sommare.



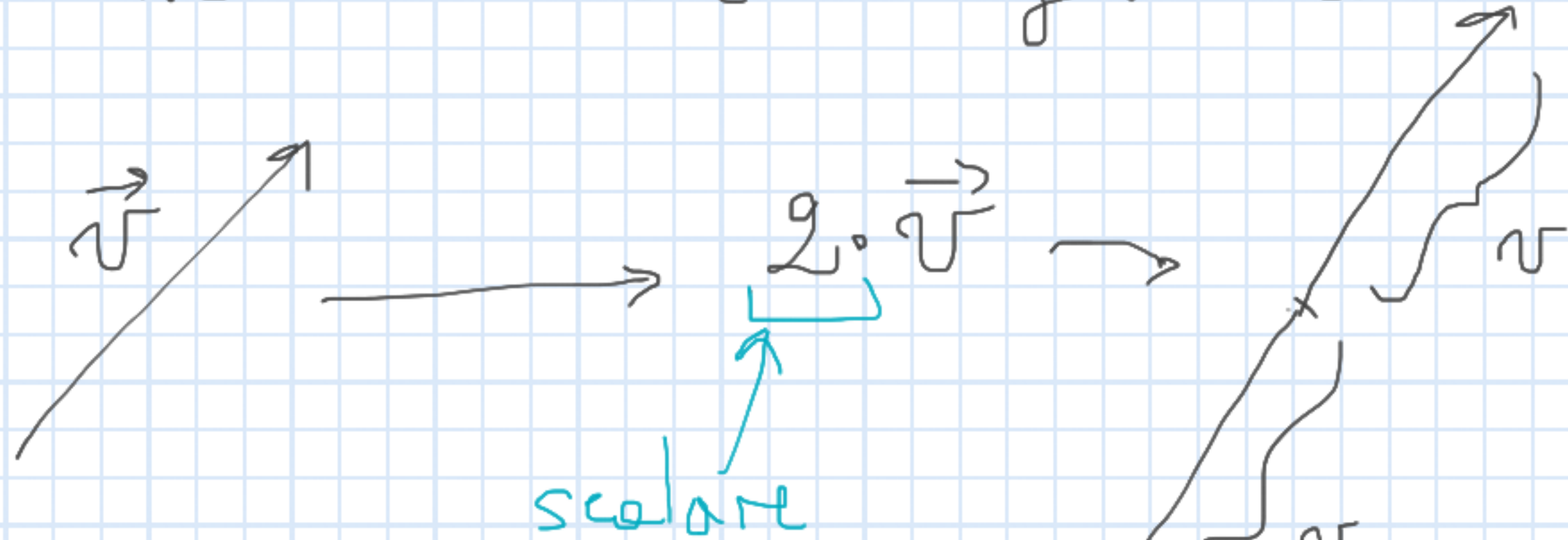
SOTTRAZIONE TRA VETTORI

↳ si chiama differenza di due vettori la somma del primo con l'opposto del secondo

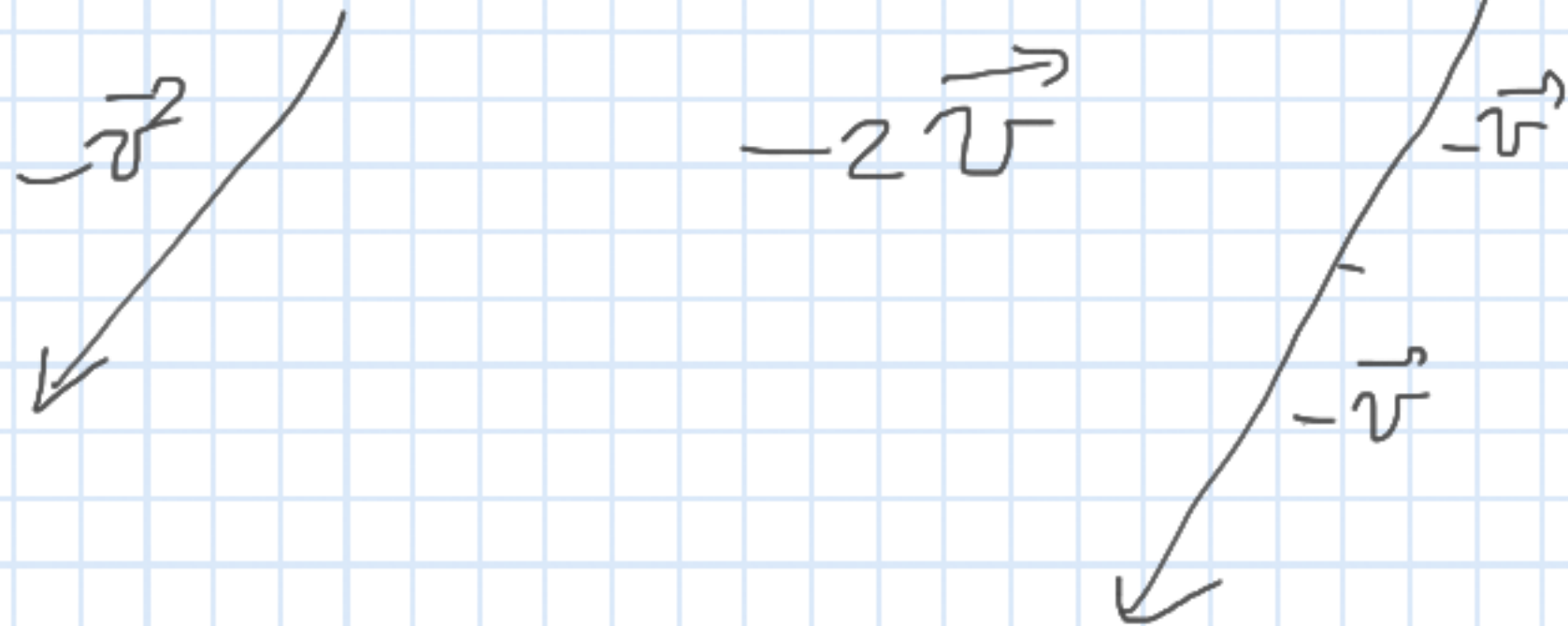


MOLTIPLICAZIONE (di un vettore) PER SCALARE

Prendiamo un vettore \vec{v} generico



$$(-1)\vec{v} = -\vec{v}$$



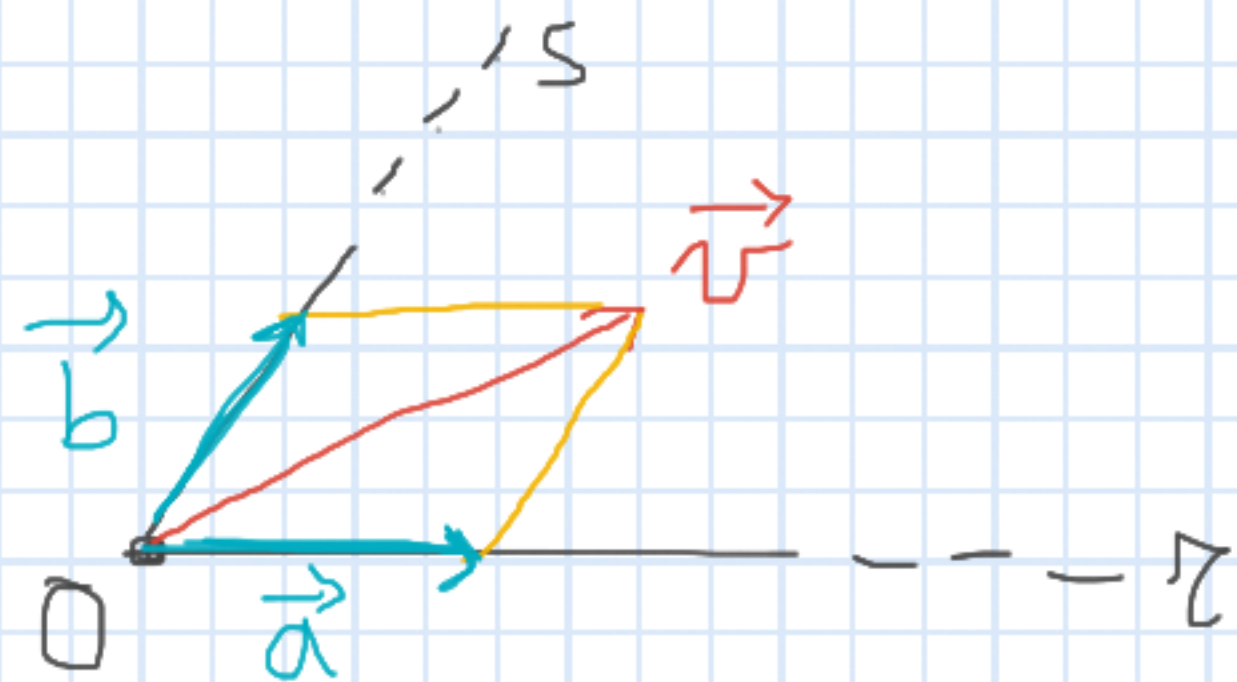
Def

↳ Dato un vettore \vec{v} e un numero reale k si chiama il prodotto di k per \vec{v} il vettore $k \cdot \vec{v}$ che ha:

- stessa direzione di \vec{v}
- modulo uguale al prodotto del valore assoluto di k ($|k|$) per il modulo di \vec{v}
- lo stesso verso di \vec{v} se $k > 0$,
verso opposto a \vec{v} se $k < 0$

SCOMPOSIZIONE di un VETTORE

Consideriamo un vettore \vec{v} e 2 semirette



$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{v}$$

In generale dato un vettore \vec{v} e due direzioni r e s , \vec{v} si può scomporre in 2 vettori che hanno direzioni r e s e per somma \vec{v}

