

Esercizi

Es 1 Trovare modulo e direzione di $\vec{a} = (3, 4)$
($\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$)

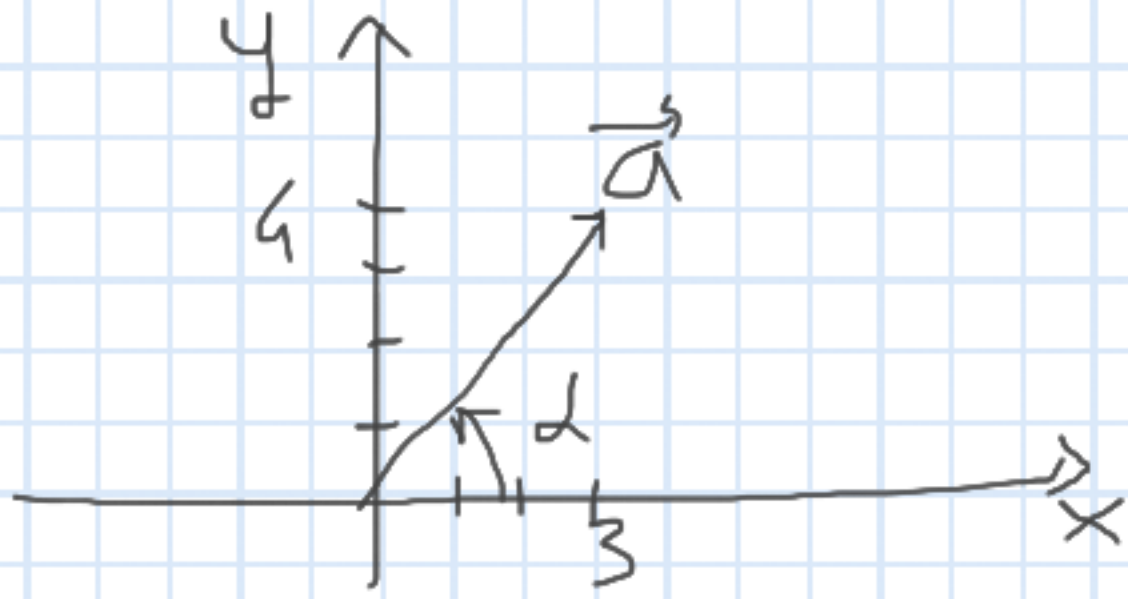
$$a_x = 3 \quad a_y = 4$$

modulo $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

$$a_x = a \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{a_x}{a} = \frac{3}{5}$$
$$\hookrightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = 53,13$$

$$a_y = a \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha = \frac{a_y}{a} = \frac{4}{5}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 53,13$$



ES 2) Con i dati forniti, determina ciò che è richiesto

DATI $a = 8$, $\alpha = 30^\circ \rightarrow a_x, a_y?$

$$a_x = a \cos \alpha = 8 \cdot \underbrace{\cos 30} = 8 \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\sqrt{3}$$

$$a_y = a \sin \alpha = 8 \cdot \underbrace{\sin 30} = 8 \cdot \underbrace{\frac{1}{2}} = 4$$

$$\vec{a} = 4\sqrt{3}\vec{i} + 4\vec{j} = (4\sqrt{3}; 4)$$

Es 3) Dati i vettori $\vec{a} = (3, -1)$ $\vec{b} = (-2, -2)$

$$\vec{c} = (1, -4)$$

svolgere le seguenti operazioni

$$A) \quad 2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} = 2(3, -1) - \frac{1}{2}(-2, -2) =$$

$$= (6, -2) + (1, 1) = (7, -1)$$

$$B) \quad 3(\vec{b} + \vec{c}) - \vec{a} = 3((-2, -2) + (1, -4)) - (3, -1) =$$

$$= 3(-1, -6) - (3, -1) =$$

$$= (-3, -18) - (3, -1) = (-6, -17)$$

ES4 Dati i vettori $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ $(2, -1)$

$\vec{b} = -4\vec{i} - 3\vec{j}$ $(-4, -3)$

Determina il prodotto scalare e l'angolo tra i 2 vettori

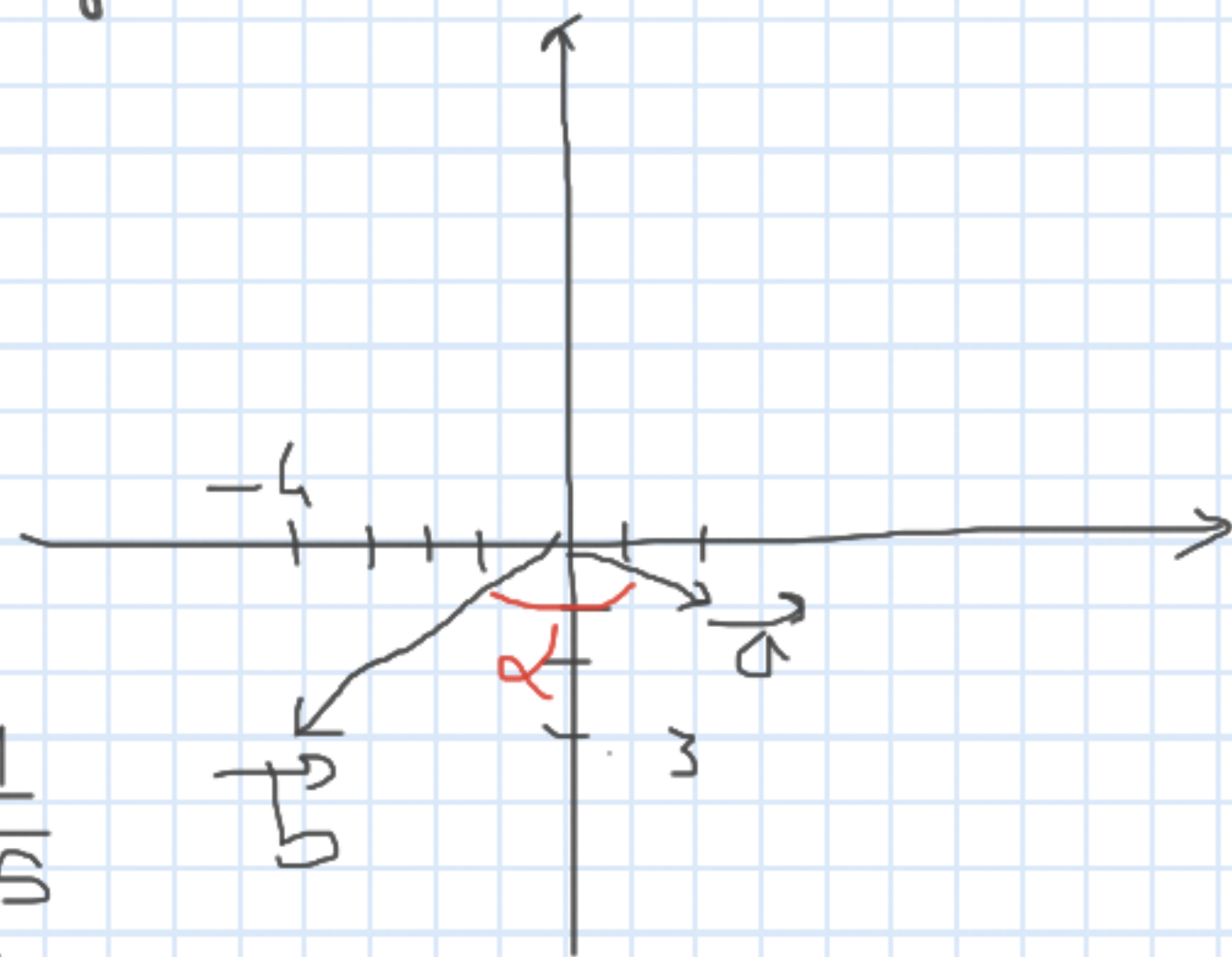
$$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= a_x b_x + a_y b_y = \\ &= 2 \cdot (-4) + (-1) \cdot (-3) = \\ &= -8 + 3 = -5\end{aligned}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-5}{\sqrt{5} \sqrt{5}} = -\frac{1}{5}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{16 + 9} = 5$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left(-\frac{1}{5} \right) \approx 117^\circ$$



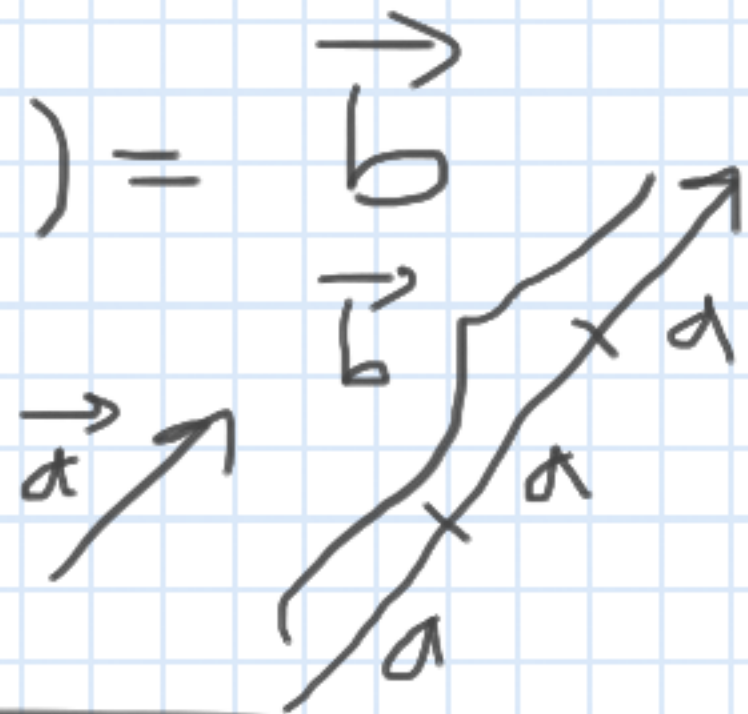
ES5 Dati i vettori $\vec{a} = (1, 6)$ e $\vec{b} = (3, 18)$
Sono paralleli?

SI Perché

$$3\vec{a} = 3(1, 6) = (3, 18) = \vec{b}$$

\Rightarrow

$$\boxed{\vec{b} = 3\vec{a}}$$



$$\vec{a} = \left(2, \frac{1}{3}\right)$$

$$\vec{b} = (-12, -2)$$

$$\vec{b} = -6\vec{a}$$

sono paralleli

ES 6 Dati $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \rightarrow (1, 1, 1)$
 $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k} \rightarrow (2, -1, -3)$
 $\vec{c} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 0\vec{k} \rightarrow (2, 4, 0)$

A) calcola modulo di \vec{a}

$$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

$$B) 2\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} = 2(1, 1, 1) - (2, -1, -3) + \frac{1}{2}(2, 4, 0)$$

$$= (2, 2, 2) + (-2, +1, +3) + (1, 2, 0)$$

$$= (1, 5, 5)$$

$$C) \text{Prodotto scalare } \vec{a} \cdot \vec{b} = (1, 1, 1) \cdot (2, -1, -3) = 2 - 1 - 3 = -2$$

D) Prodotto vettoriale

$$a = (1, 1, 1)$$

$$b = (2, -1, -3)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$= \vec{i}(-3 + 1) - \vec{j}(-3 - 2) + \vec{k}(-1 - 2) =$$

$$= -2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$$

$$= (-2, 5, -3)$$

FORZE

Le forze possono agire

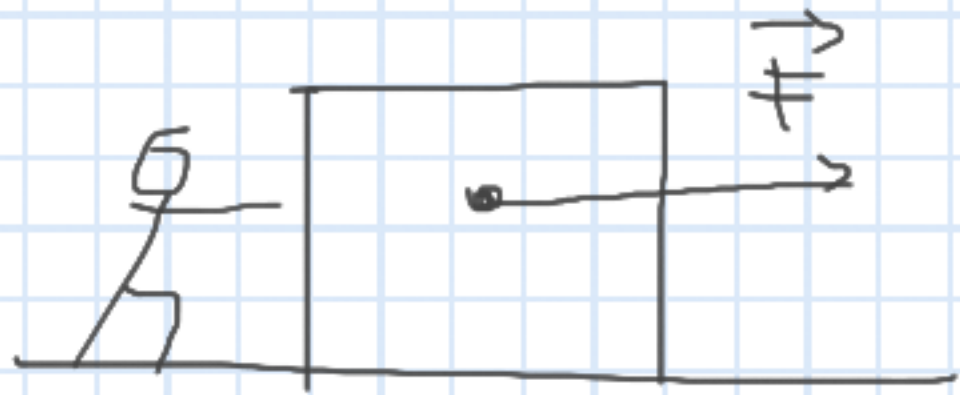
per contatto

a distanza

L'effetto delle forze

modificare
il moto

deformare



Le forze sono grandezze
VETTORIALI

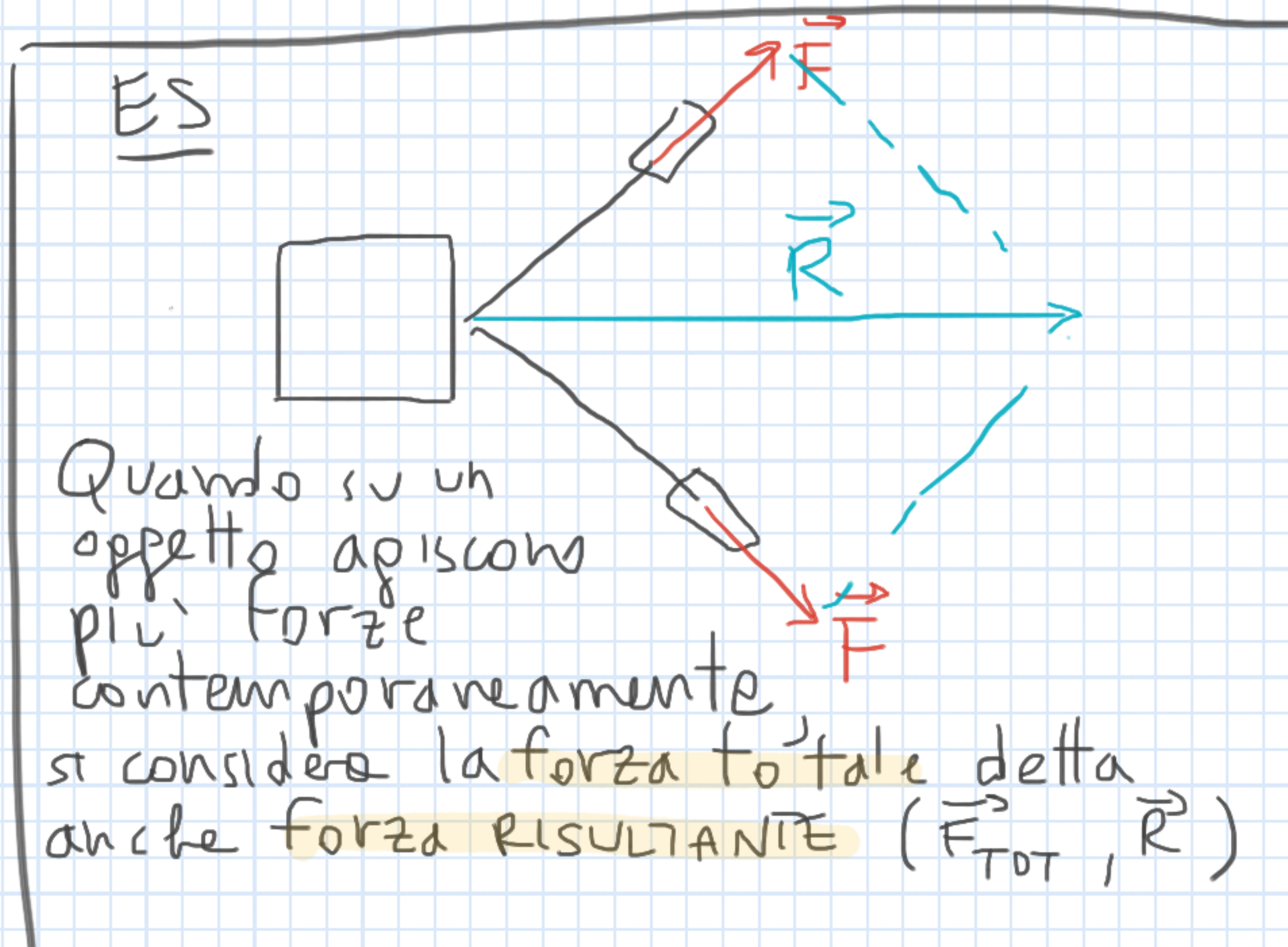
Le forze si rappresentano con vettori e
in quanto tali hanno

- MODULO
- DIREZIONE
- VERSO

Unità di misura delle forze \rightarrow NEWTON

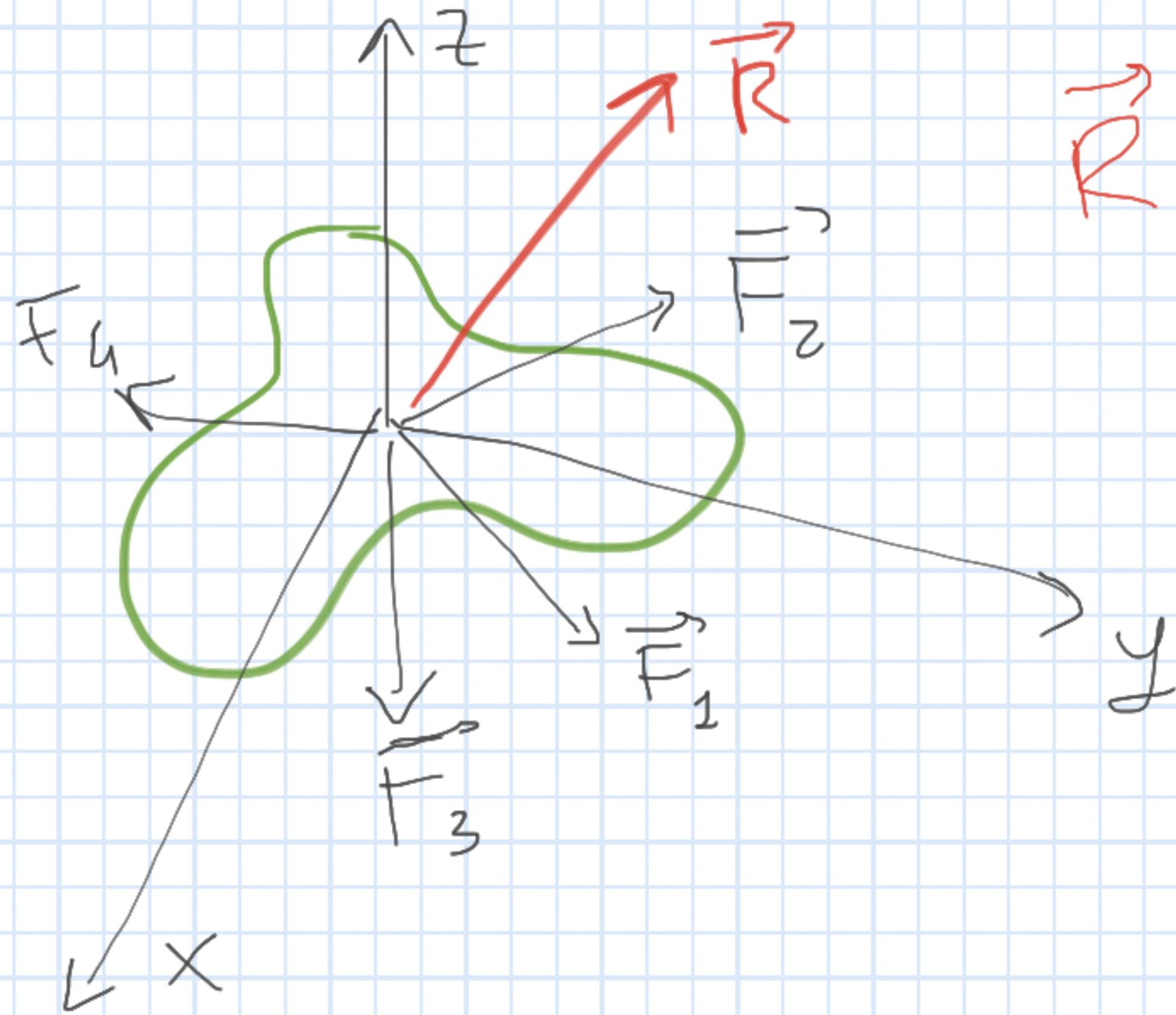
Un Newton (N) è la forza che produce un allungamento della molla di un dinamometro uguale a quello prodotto da una massa appesa di 102 g

DINAMOMETRO A MOLLA



Quando su un oggetto agiscono più forze contemporaneamente si considera la **forza totale** detta anche **forza RESULTANTE** (\vec{F}_{TOT} , \vec{R})

che corrisponde alla somma vettoriale
di tutte le forze che agiscono su un corpo



$$\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i$$

FORZA PESO



\vec{P} = forza peso, è la forza gravitazionale che la Terra esercita su ogni corpo

\vec{P} è direttamente prop. alla massa m del corpo e dipende da una costante

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

Peso
(N)

massa
(kg)

\vec{g} = accelerazione gravitazionale
 m/s^2 , N/kg

sulla Terra

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Forza peso

MODULO

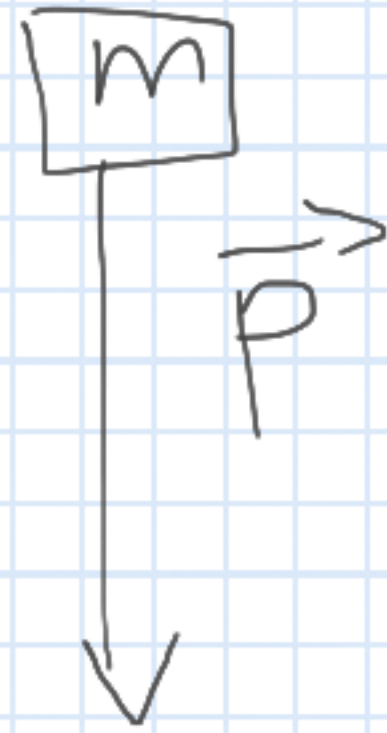
$$P = m \cdot g$$

DIREZIONE

verticale

VERSO

il basso



$m = \text{massa} \rightarrow$ quantità invariante tipica
di ogni corpo (kg)
(scalare)

$\vec{P} = \text{peso} \rightarrow$ dipende da dove mi trovo

$$g_{(LUNA)} = 1,62 \frac{N}{kg}$$