

Dissipazione

Un esempio dall'oscillatore armonico smorzato e forzato

La forza esterna fa lavoro sull'oscillatore (dissipato poi sotto forma di calore nel fluido viscoso):

$$dL = K dx = K \frac{dx}{dt} dt = K \dot{x} dt \Rightarrow P = \frac{dL}{dt} = K \dot{x}$$

Poiché x e K sono funzioni periodiche di periodo T , la potenza media dissipata è dunque:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T K \dot{x} dt \quad \text{con} \quad K = K_0 \cos \omega t$$

$$\text{ma } x(t) = K_0 |\chi_{BA}[\omega]| \cos(\omega t + \phi(\omega)) \Rightarrow \dot{x}(t) = -K_0 |\chi_{BA}[\omega]| \omega \sin(\omega t + \phi(\omega))$$

$$\bar{P} = -\frac{K_0^2}{T} |\chi_{BA}[\omega]| \omega \int_0^{2\pi/\omega} \sin(\omega t + \phi(\omega)) \cos \omega t dt = \frac{K_0^2}{T} |\chi_{BA}[\omega]| \pi \sin \phi(\omega) =$$

$$= \frac{1}{2} K_0^2 \omega \chi''[\omega]$$

Dunque, il rate di **dissipazione** di energia è proporzionale proprio alla $\chi''[\omega]$. Per questo motivo ci si riferisce ad essa come termine “dissipativo”. Naturalmente il trasferimento di energia al fluido corrisponde ad un assorbimento di potenza positivo, fatto garantito dalla presenza del prodotto $\omega \chi''[\omega]$.

Ma $\chi''[\omega]$ è anche legata allo spettro delle **fluttuazioni** spontanee: ecco l'origine del nome del teorema di **fluttuazione-dissipazione**.

Il DHO nella dinamica dei liquidi

La funzione intermedia di scattering segue in generale un'equazione di Langevin del tipo:

$$\ddot{F}(Q,t) + \int_{-\infty}^t dt' M(Q,t-t') \dot{F}(Q,t') + \langle \omega_Q^2 \rangle F(Q,t) = 0$$

funzione di memoria del secondo ordine

momento secondo (ridotto) dello spettro di F

Nel caso di **assenza di memoria**, corrispondente a $M(Q,t) = \alpha \delta(t)$, l'equazione si riduce a:

$$\ddot{F}(Q,t) + \alpha \dot{F}(Q,t) + \langle \omega_Q^2 \rangle F(Q,t) = 0$$

che è l'equazione di un **DHO** di frequenza propria $\sqrt{\langle \omega_Q^2 \rangle} \equiv \Omega$.

Qui α è l'equivalente del termine di attrito $\gamma = 2\Gamma$ nel modello dell'oscillatore meccanico visto prima, ed è ovviamente legato alla viscosità del liquido considerato. Nel caso di un liquido con viscosità cinematica (...) ν vale in particolare $2\Gamma = \nu Q^2$ (nel limite di bassi Q).

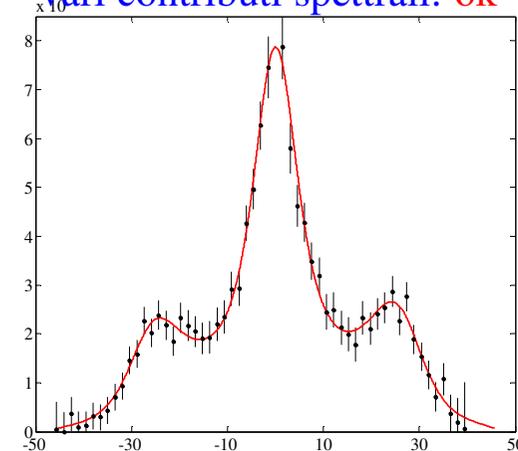
Il DHO nella dinamica dei liquidi

La $S(Q, \omega)$, cioè lo spettro di $F(Q, t)$, di liquidi reali **non è** solo un doppietto di picchi anelastici, ma contiene anche un picco centrale (elastico) dovuto a processi di tipo diffusivo e spesso intenso. Eccetto che in casi particolarissimi ($c_p=c_v$, assenza di incoerente, e solo per $Q \rightarrow 0$) il DHO **non può** dunque render conto degli spettri misurati.

Purtroppo, viene spesso utilizzato lo stesso in modo improprio, ovvero sommando un DHO (per descrivere la sola parte anelastica dello spettro) ad una o più Lorentziane centrali. **Non è escluso che tale somma di modelli renda conto degli spettri, ma ciò va a scapito del rispetto di regole di somma importanti per la $S(Q, \omega)$ di un liquido.** In tali casi il modello, per rispettare i propri momenti in frequenza (ma adesso anche funzione di Q), viene riscritto in una forma (poco diversa da quella del modello meccanico già visto) del tipo :

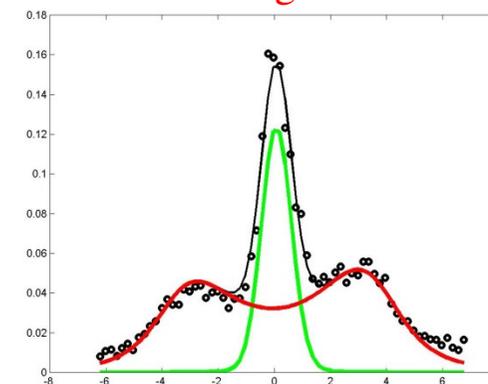
$$S(Q, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{-i\omega t} F(Q, t) = \frac{S(Q)}{\pi} \frac{\hbar\omega}{k_B T} [n(\omega) + 1] \left[\frac{2\Gamma\omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\Gamma\omega)^2} \right]$$

Modello già contenente i vari contributi spettrali: **ok**



Au

Somma arbitraria di modelli: **meglio di no....**

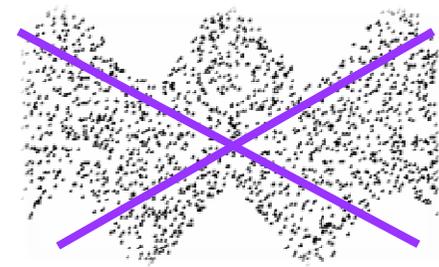
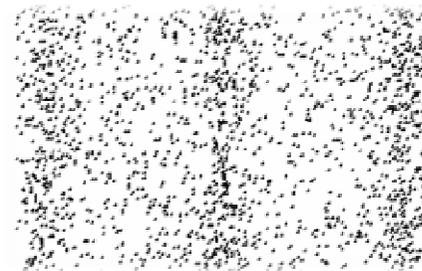


Li-ND₃

Misure di scattering coerente su liquidi

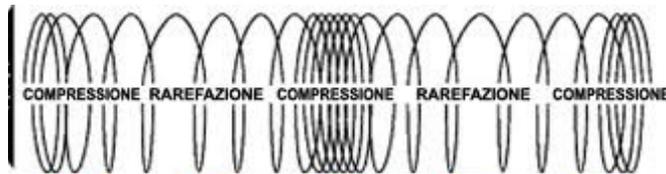
Che informazioni possono fornire?

Un liquido ideale (non viscoso) non presenta resistenza a sforzi di taglio e può sostenere dunque solo onde di compressione (modi acustici **longitudinali**), che possono essere indotte dallo scambio di impulso con una sonda.



longitudinali

trasversali: impossibili in un gas o in un liquido ideale



ola..!

Nei liquidi reali semplici, lo scattering coerente non permette di osservare, diversamente dal caso dei solidi, eccitazioni di tipo puramente trasverso e questo è principalmente dovuto all'assenza di un reticolo reciproco, oltre alla debole resistenza a sforzi di taglio anche in liquidi normalmente viscosi. In liquidi molecolari più complessi, la dinamica trasversa può invece diventare visibile anche in funzioni di correlazione nominalmente 'longitudinali'. Ciò è un'evidenza di accoppiamenti fra i vari modi, non completamente separabili.