

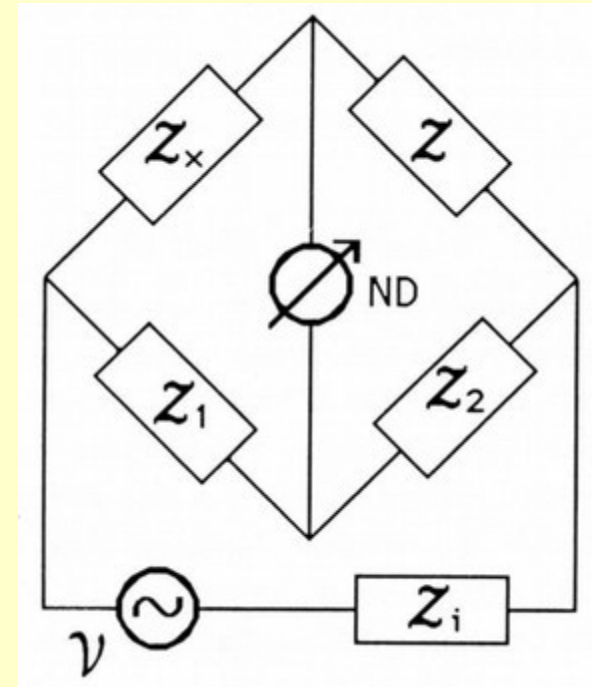
# Ponti in alternata

Nel ponte in figura ND è un voltmetro in alternata: quando indica una ddp nulla (entro la sua sensibilità), vale (analogia ponte di Wheatstone)

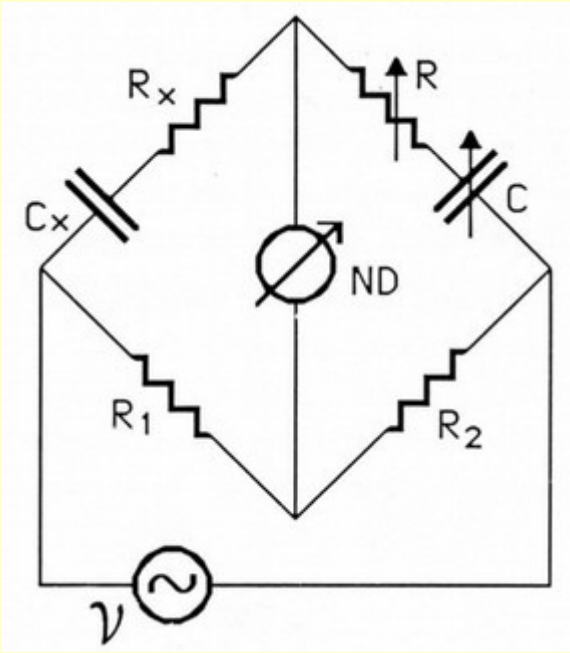
$$Z Z_1 = Z_2 Z_x \quad \text{ovvero} \quad Z_x = Z \frac{Z_1}{Z_2}$$

relazione complessa corrispondente ad un sistema di due equazioni reali.

Il sistema può anche non aver soluzione per il fatto che il coefficiente dell'immaginario può essere positivo o negativo (ad esempio se  $Z_x = C$ ,  $Z = L$ ,  $Z_1 = R_1$ ,  $Z_2 = R_2$ )



# Ponte De Sauty serie e parallelo



In condizioni di equilibrio

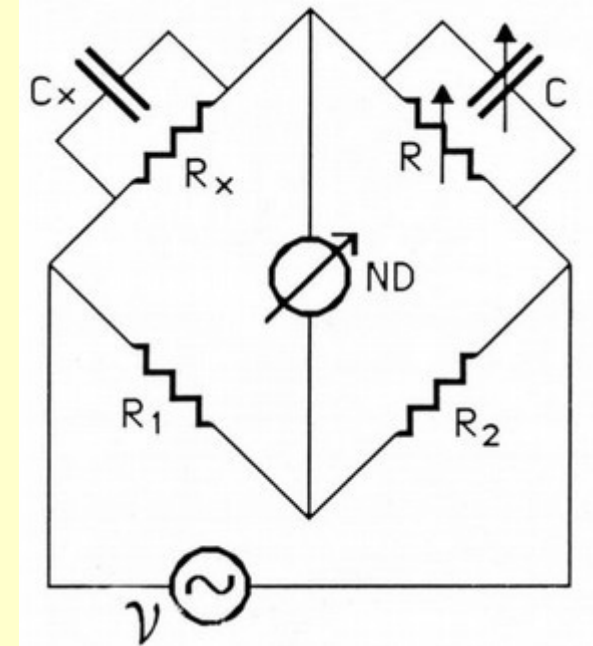
$$\begin{cases} R_x = \frac{R_1}{R_2} R \\ C_x = \frac{R_2}{R_1} C \end{cases}$$

o anche

$$R_x C_x = \tau_x$$

$$\tau_x = \tau$$

$$RC = \tau$$



Le equazioni non dipendono dalla frequenza (equilibrio per tutte le armoniche per generatore non sinusoidale) se i singoli componenti sono costanti (non realistico)

Incertezza relativa

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R}{R}$$

e analoga per  $\frac{\Delta C_x}{C_x}$

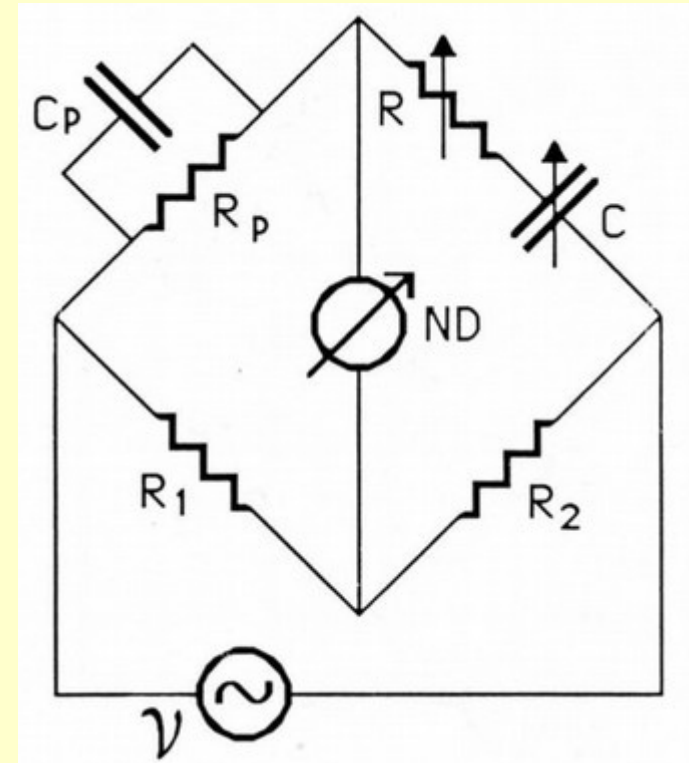
# Ponte di Wien

In condizioni di equilibrio

$$\left( \frac{1}{R_p} + j\omega C_p \right)^{-1} = \frac{R_1}{R_2} \left( R + \frac{1}{j\omega C} \right)$$

o anche

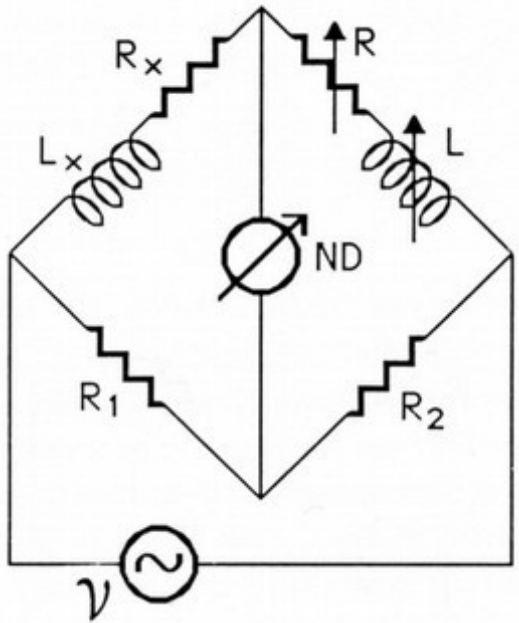
$$\begin{cases} \frac{R_2}{R_1} = \frac{R}{R_p} + \frac{C_p}{C} \\ \omega^2 = \frac{1}{R_p C_p R C} \end{cases}$$



Le equazioni dipendono ora dalla frequenza e talvolta il ponte è utilizzato per misurare  $\omega$  una volta noti i valori dei componenti.

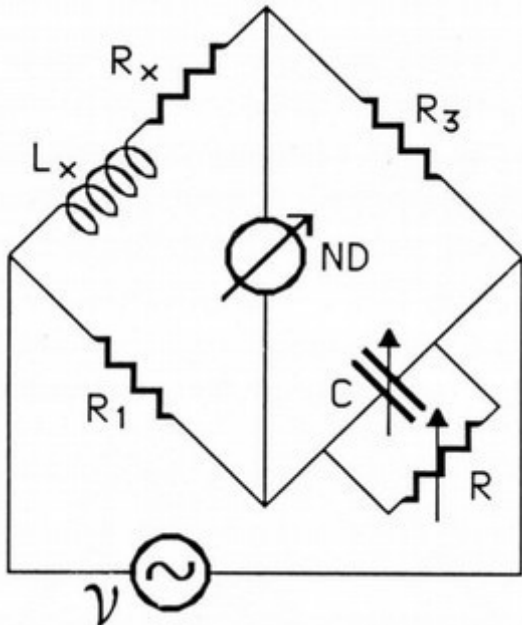
Se il generatore non è sinusoidale si otterranno vari minimi (e nessun zero) sul ND in corrispondenza delle varie armoniche.

# Ponti Maxwell LL, Maxwell LC e Hay



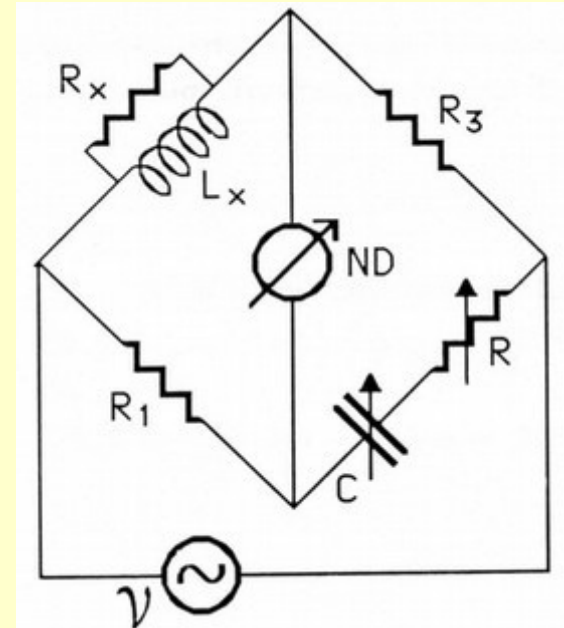
$$\begin{cases} L_x = L \frac{R_1}{R_2} \\ R_x = R \frac{R_1}{R_2} \end{cases}$$

Attenzione a ridurre l'accoppiamento induttivo tra  $L_x$  e  $L$ , allontanandole e ponendo ortogonali i loro assi



$$\begin{cases} R_x = R_3 \frac{R_1}{R} \\ L_x = R_1 R_3 C \end{cases}$$

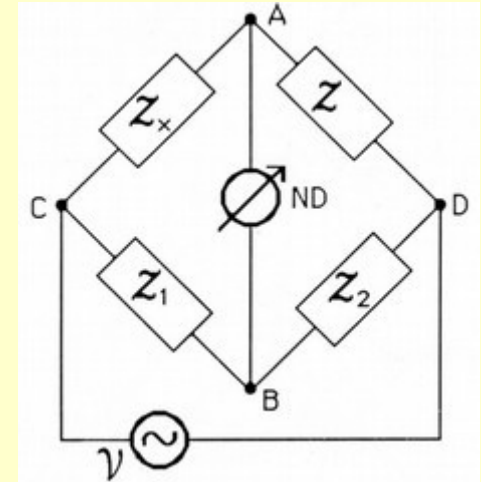
Non hanno problemi di accoppiamento induttivo



# Scelta del ponte in alternata

Scelta dettata dalla massimizzazione della sensibilità nella misura della grandezza di interesse

Supponendo che l'impedenza d'ingresso del ND  $\gg$  di tutte le altre del ponte si ha



$$V_{AB} = V_{CD} \left( \frac{Z}{Z_x + Z} - \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) = V_{CD} \frac{Z Z_1 - Z_x Z_2}{(Z_x + Z)(Z_1 + Z_2)}$$

Detto  $Z^*$  il valore di  $Z$  all'equilibrio si ha

$$Z^* Z_1 - Z_x Z_2 = 0$$

$$\mathcal{F} = \frac{Z_x}{Z^*} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

In una condizione generica,  $Z = Z^* + z$   
con  $z = r + jx$  e avremo

$$V_{AB} = V_{CD} \frac{\mathcal{F} \cdot \frac{z}{Z^*}}{(1 + \mathcal{F}) \left[ 1 + \mathcal{F} + \frac{z}{Z^*} \right]}$$

# Scelta del ponte in alternata

Il ND dà un'indicazione proporzionale al modulo di  $v_{AB}$

$$|v_{AB}| = |v_{CD}| \frac{|\mathcal{F}| \left| \frac{z}{z^*} \right|}{\left| 1 + \mathcal{F} \right| \left| 1 + \mathcal{F} + \frac{z}{z^*} \right|}$$

In pratica è auspicabile che l'azzeramento del ponte operando su  $Z = R + j X$  avvenga agendo in maniera indipendente su  $R$  e  $X$ . Questo comporta che

$$\begin{cases} \frac{\partial |v_{AB}|}{\partial r} = 0 & \text{per } r = 0 \\ \frac{\partial |v_{AB}|}{\partial x} = 0 & \text{per } x = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Se l'impedenza del generatore è  $\ll$  di tutte le altre, allora  $v_{AB} = v$ ,  $\mathcal{F}$  e  $Z^*$  sono indipendenti da  $r$  e  $x$ . Quindi la minimizzazione di  $|v_{AB}|$  equivale a cercare il minimo di

$$\frac{r^2 + x^2}{(A + r)^2 + (B + x)^2}$$

$$\begin{cases} A = \text{Re} [(1 + \mathcal{F}) Z^*] \\ B = \text{Im} [(1 + \mathcal{F}) Z^*] \end{cases}$$

Nell'intorno delle condizioni di equilibrio  $r \ll A$  e  $x \ll B$  e quindi si possono trascurare  $r$  e  $x$  a denominatore; la condizione (1) è quindi soddisfatta e la ricerca dello zero procede senza interazioni tra  $R$  e  $X$

# Il rivelatore di zero

Microvoltmetro in alternata accordabile in frequenza (amplificatore molto sensibile la cui uscita raddrizzata viene misurata da uno strumento in continua, galvanometro).

Sensibilità massima  $\rightarrow < 0.1 \mu\text{V}$

Guadagno amplificatore regolabile con continuità

Impedenza di ingresso: da  $50 \text{ k}\Omega$  a  $1 \text{ M}\Omega$  a seconda del guadagno

Strumento sintonizzabile tramite la massimizzazione della risposta dell'amplificatore in corrispondenza di una certa frequenza (ex.  $1 \text{ kHz}$ )



In condizioni di non equilibrio massimizzare l'indicazione dello strumento agendo sulla manopola "sintonia" (tuning)

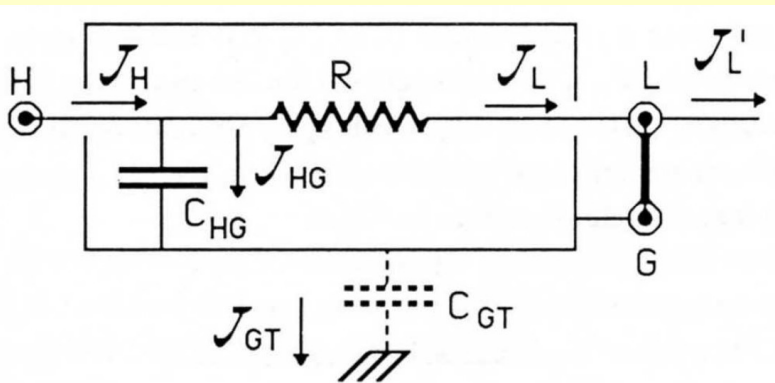
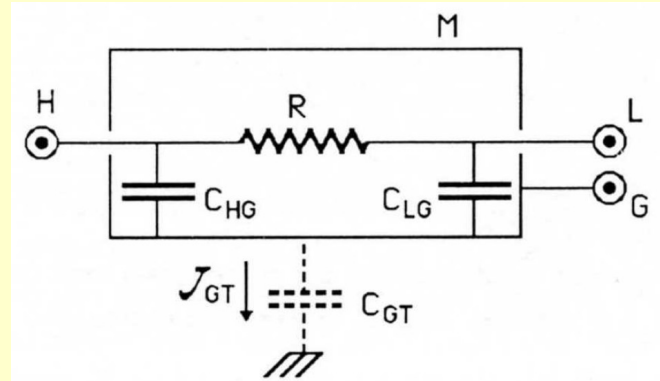
Con tale sintonizzazione il guadagno alla seconda armonica è ridotto al 2%, alla terza al 1%

# Resistenze campione

3 terminali: L, H e G (connesso a scatola)  
 $C_{HG}$ ,  $C_{LG}$  capacità verso scatola ( $C_{HG} < C_{LG}$ )  
 $C_{GT}$  capacità tra scatola e potenziale di terra (potenziale dei conduttori circostanti)



Le correnti che attraversano i vari componenti dipendono dalle tensioni dei terminali e dalla posizione della scatola rispetto all'esterno



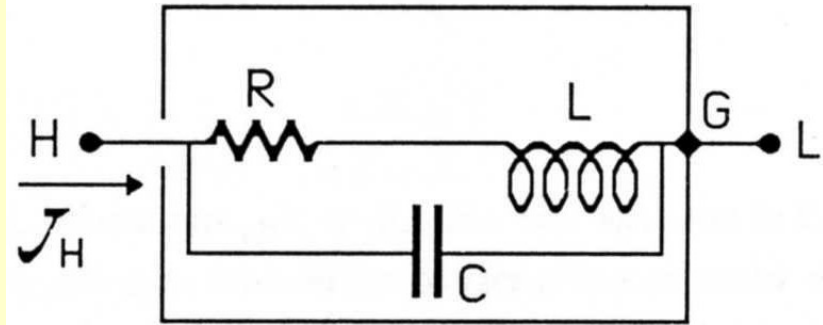
Per ridurre tali effetti si usa cortocircuitare L con G (fatta eccezione per il caso in cui abbiano due resistenze in serie)  
 Nell'ambito di frequenze consigliato si ha che  $1 / \omega C_{HG} \ll R$



# Resistenze campione

Decadi:

- resistori a filo avvolti in maniera antiinduttiva
- circuito equivalente con  
L induttanza residua  
C capacità tra i terminali H e G (cortocircuitato con L)



Valori tipici

$$C = 20 - 30 \text{ pF}$$

$$L = 0.03 \text{ } \mu\text{H} \text{ per } R = 0.1 \text{ } \Omega$$

$$= 10 \text{ } \mu\text{H} \text{ per } R = 10^5 \text{ } \Omega$$

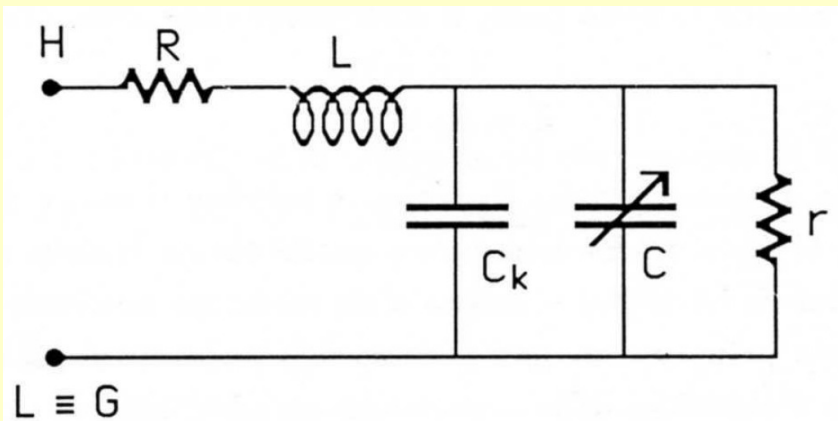
Costruttore:  $Z = R_s + j X_s$

- $R_s$  valore nominale a 1 kHz
- $\Delta R_s / R_s$  in funzione frequenza  
(positivo per  $R_s < 100 \text{ } \Omega$ ,  
negativo per  $R_s > 10 \text{ k}\Omega$ )

# Condensatore campione

$C < 1 \text{ nF} \rightarrow$  dielettrico aria  
precisione  $10^{-5}$

$C = 1 \text{ nF} - 1 \mu\text{F} \rightarrow$  dielettico  
solido (mica, polistirene)  
precisione  $10^{-4}$



Circuito equivalente con

- C valore del campione
- R e L dovuti alle armature
- r dovuta a perdite dielettrico
- $C_k$  capacità tra H e scatola ( $G=L$ )  $\approx 1\text{pF}$

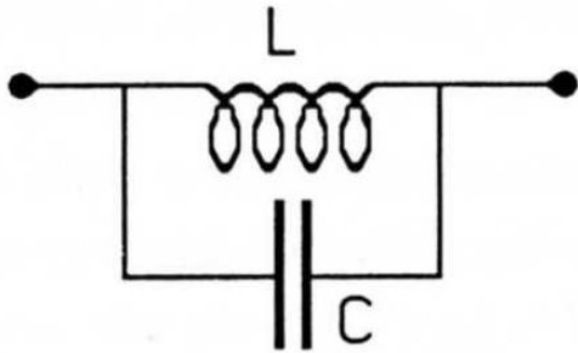
In pratica

$$Z_C = \left( j\omega C_p + \frac{1}{R_p} \right)^{-1}$$

con  $C_p$  che tiene conto di tutti gli effetti (dipendenza da frequenza a causa di L)

# Induttanza campione

Campioni con avvolgimento in aria hanno basso Q  
Campioni con nucleo ferromagnetico toroidale hanno Q elevato (a spese di dipendenza di L da i)



Circuito equivalente con C capacità tra H e scatola (G=L) + capacità distribuita su avvolgimento



In pratica

$$Z = \left( j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \right)^{-1} = j\omega L \left( \frac{1}{1 - \omega^2 LC} \right) = j\omega L'$$

aumento di  $L' = 100 \text{ mH} \rightarrow 1 \%$  passando da 1 a 10 kHz

Infine, a L è associato un contributo resistivo ad essa proporzionale

# Ottimizzazione misure

Cause che non permettono di sfruttare al massimo l'alta sensibilità del ND

1) campioni a 5 o 6 decadi hanno errori relativi di taratura di circa  $10^{-3}$  (ben maggiore di quello di sensibilità)

2) comportamenti anomali dipendenti dalla posizione relativa dei cavetti o delle scatole di impedenze usate. Essi sono dovuti a

- a) capacità parassite dipendenti da posizione mutua dei conduttori
- b) accoppiamenti induttivi tra rami in cui scorre una corrente non piccola

In alta frequenza gli effetti capacitivi risultano importanti e può essere utile ridurre le impedenze dei resistori  $R_1$  e  $R_2$

Per  $\nu = 1$  kHz è sufficiente collegare tra loro i terminali L e G delle impedenze campione e nell'operazione di inversione di  $R_1$  e  $R_2$  ridurre al minimo la modifica delle posizioni relative delle impedenze.

# Ponti De Sauty

## TABULATO

MISURE IN TENSIONE ALTERNATA

GRUPPO

MISURE PRELIMINARI CON MISURATORE RLC

DATA

POSTO

Misuratore utilizzato

Misura Rx	Rx=		$\Delta$ Rx=	
Misura Cx	Cx=		$\Delta$ Cx=	
Misura Lx	Lx =		$\Delta$ Lx=	

STRUMENTI UTILIZZATI

GENERATORE TENSIONE

Frequenza f

Ampiezza V

RIVELATORE DI ZERO

RESISTORE R  
 RESISTORE R1  
 RESISTORE R2  
 CONDENSATORE C  
 INDUTTORE L1  
 INDUTTORE L2

DE SAUTY PARALLELO

R1	
R2	

SCHEMA  
CIRCUITO

diretto	R'min		R'max	
	C'min		C'max	

invertito	R''min		R''max	
	C''min		C''max	

DE SAUTY SERIE

R1	
R2	

SCHEMA  
CIRCUITO

diretto	R'min		R'max	
	C'min		C'max	

invertito	R''min		R''max	
	C''min		C''max	

MAXWELL LL

R1	
R2	

SCHEMA CIRCUITO	
--------------------	--

Rmin		Rmax	
Lmin		Lmax	

MAXWELL LC

R1	
R3	

SCHEMA CIRCUITO	
--------------------	--

Rmin		Rmax	
Cmin		Cmax	

# Ponti Maxwell

TABULATO