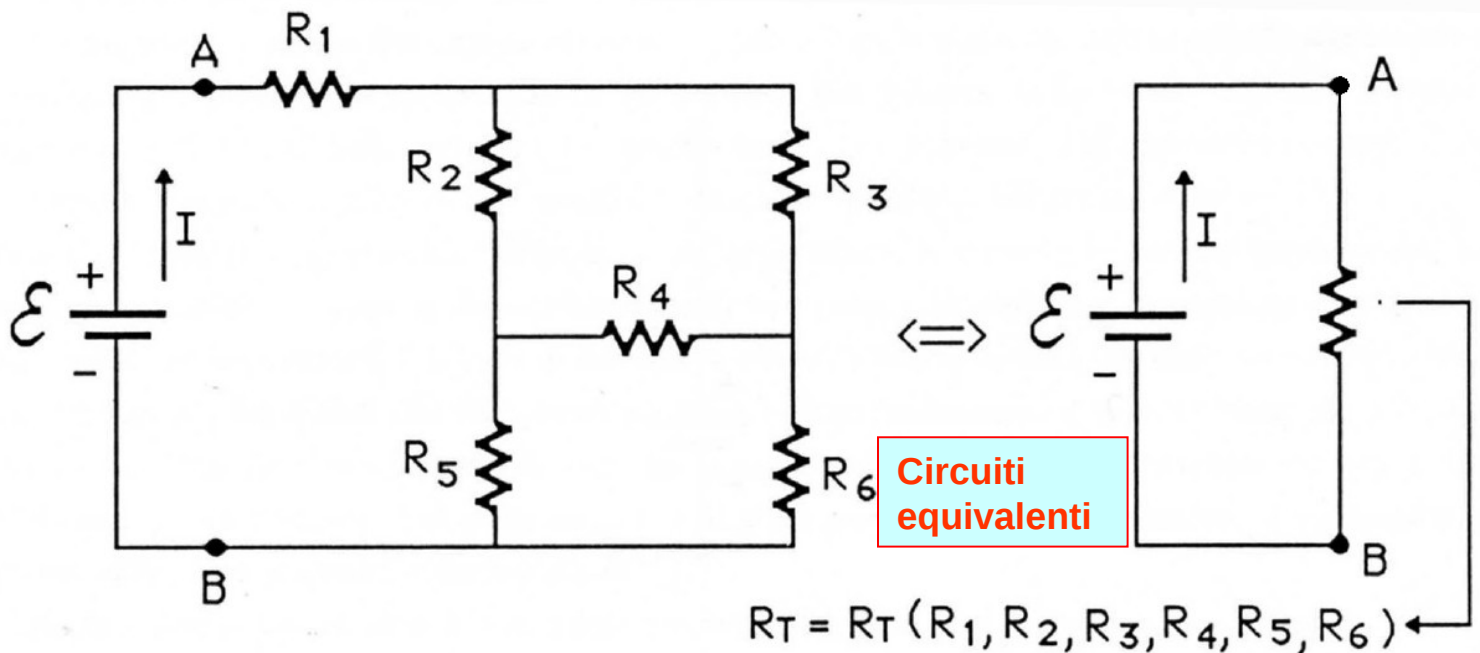


Collegamento resistori

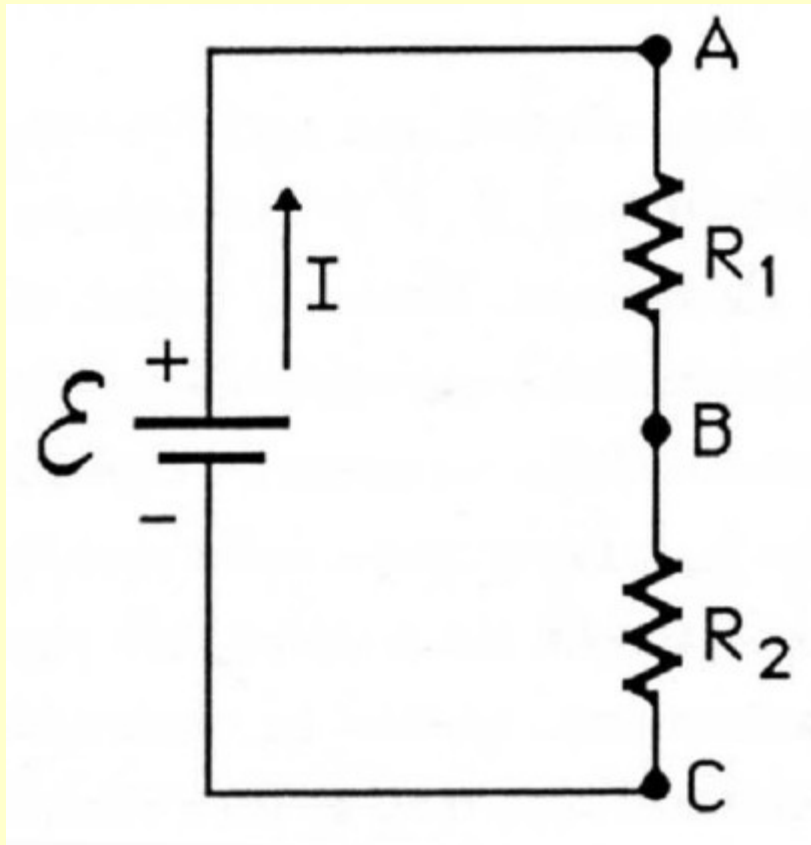
Resistore = conduttore che presenta tra due estremi una resistenza R ,
è fornito di due reofori di resistenza trascurabile rispetto a R
= elemento circuitale passivo, lineare e bilaterale

Circuiti equivalenti

Circuito composto di più resistori \rightarrow tra due suoi terminali è possibile determinare una resistenza equivalente R_T per la quale si può scrivere $R_T = \varepsilon / I$ dove ε è la ddp applicata ai terminali da un generatore e I la corrente da esso fornita.



Resistori in serie



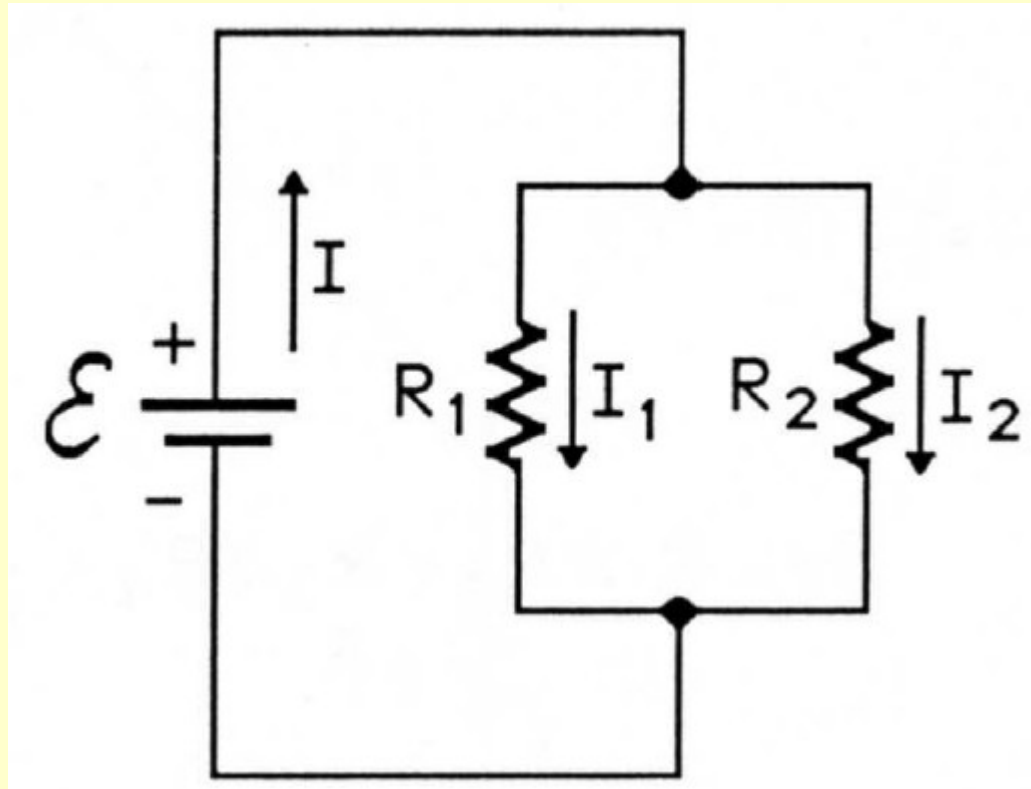
Per la legge di Ohm avremo:

$$\begin{cases} V_A - V_B = IR_1 \\ V_B - V_C = IR_2 \end{cases}$$

$$\mathcal{E} = V_A - V_C = I(R_1 + R_2)$$

$$R_T = R_1 + R_2$$

Resistori in parallelo



Per la legge di Ohm avremo:

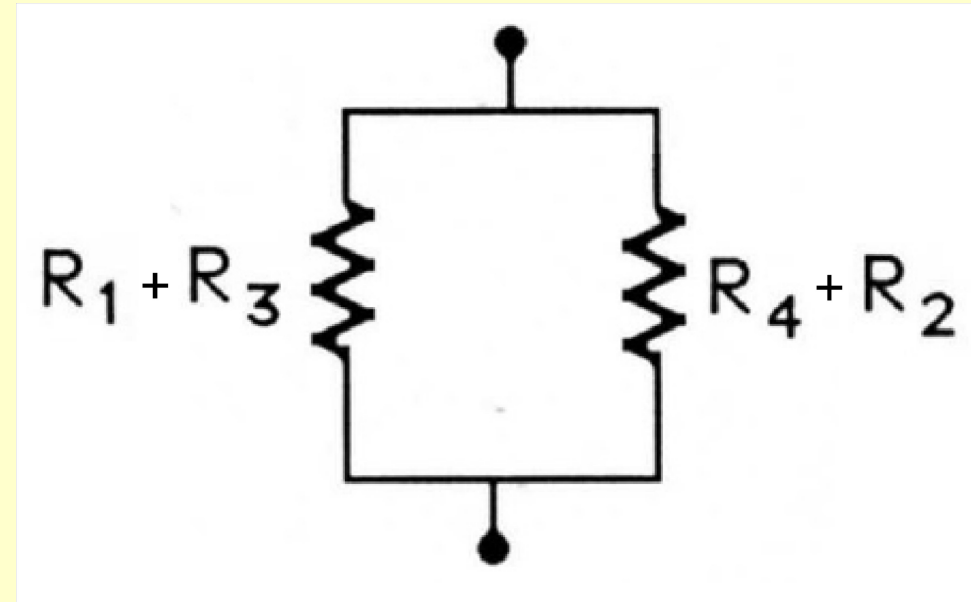
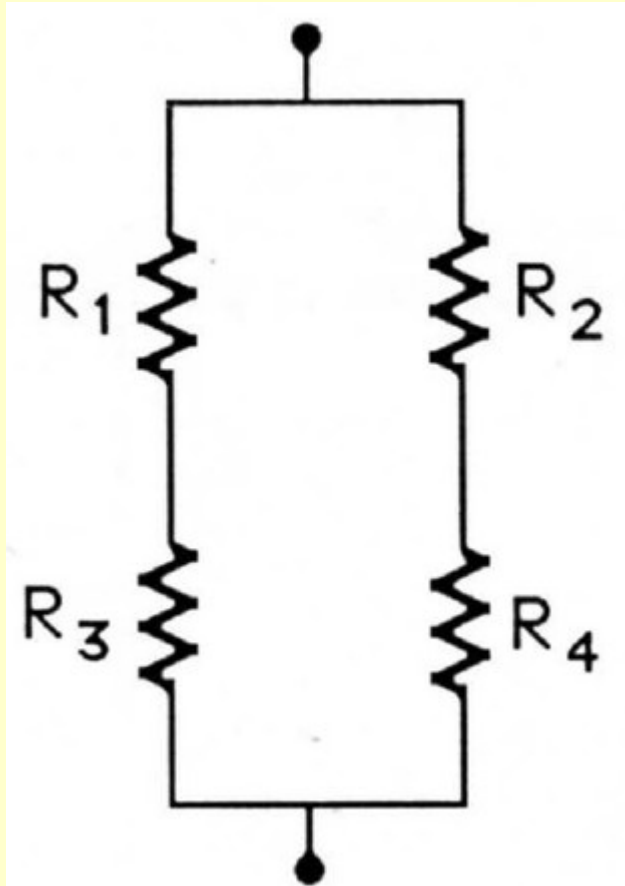
$$\begin{cases} \frac{\mathcal{E}}{R_1} = I_1 \\ \frac{\mathcal{E}}{R_2} = I_2 \end{cases}$$

$$\mathcal{E} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = I_1 + I_2$$

$$\mathcal{E} = (I_1 + I_2) \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = (I_1 + I_2) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

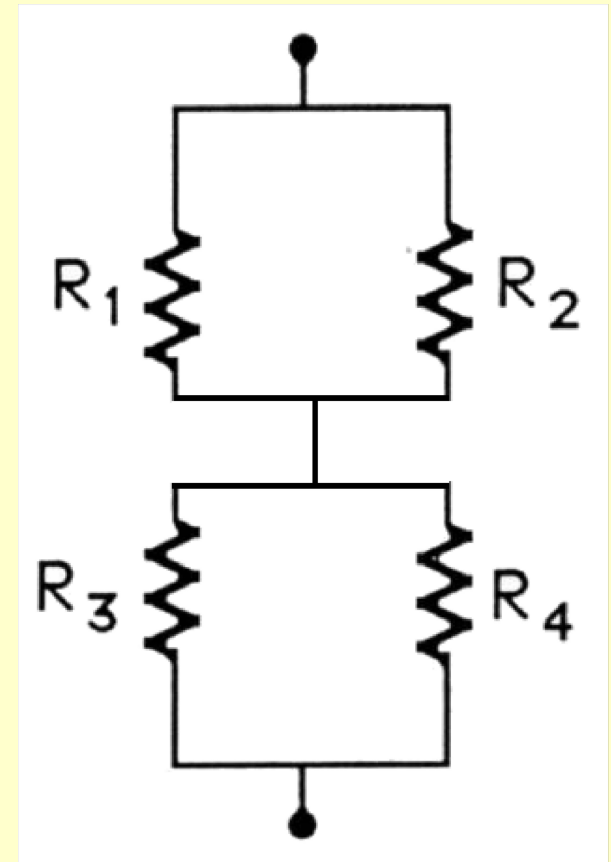
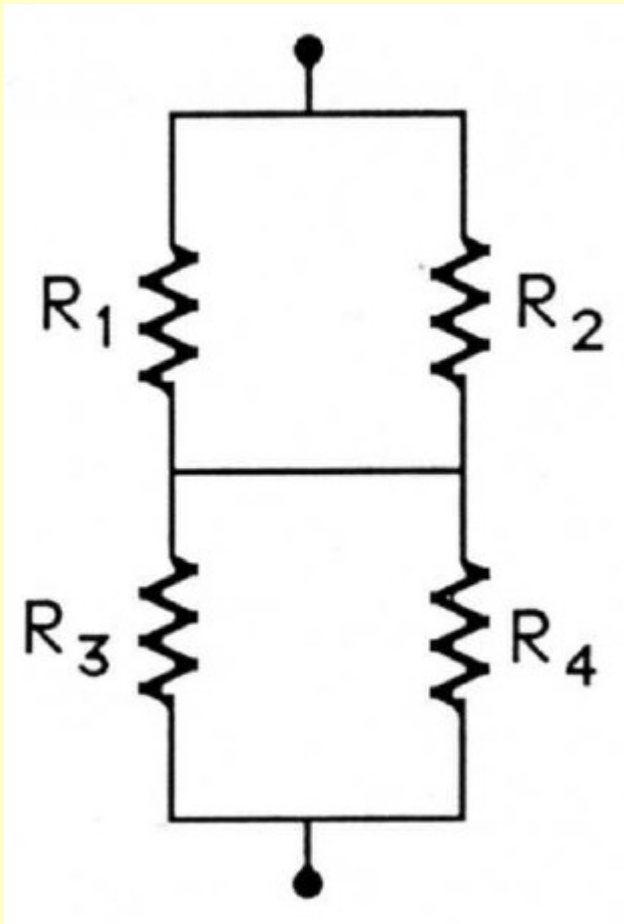
$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Applicazioni



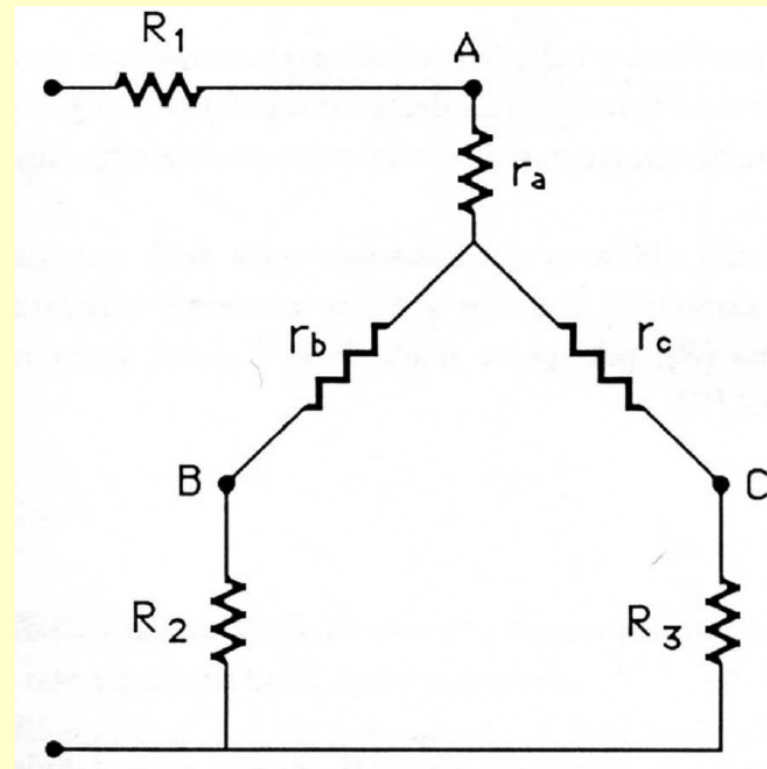
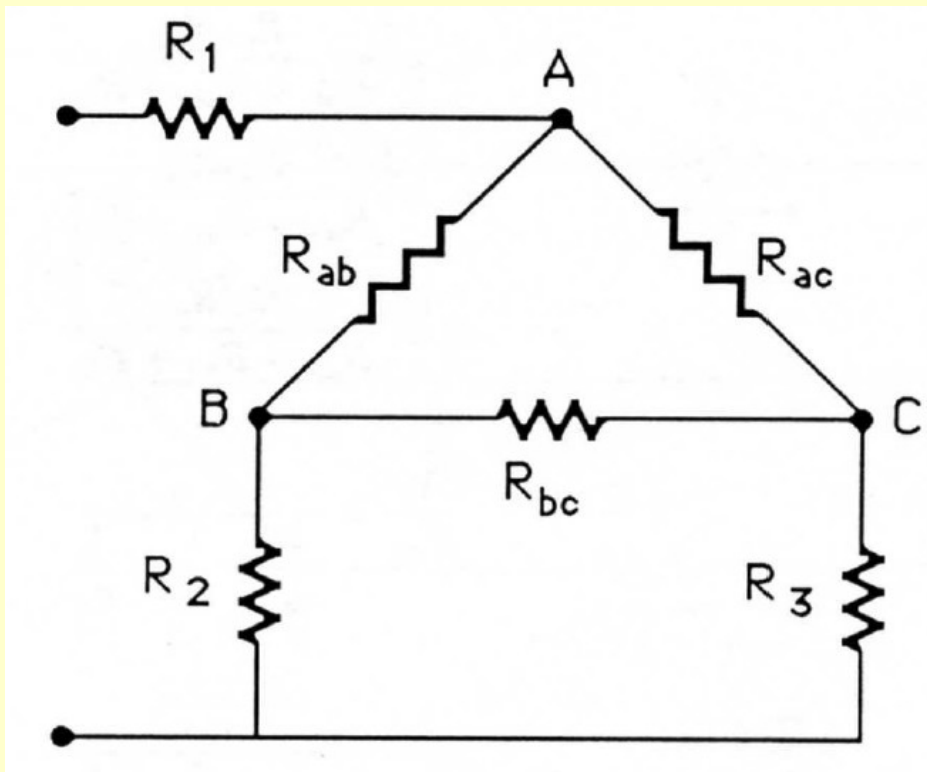
$$R_T = (R_1 + R_3) // (R_2 + R_4) = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

Applicazioni



$$R_T = R_1 // R_2 + R_3 // R_4 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

Applicazioni



Resistenza fra A e C: $R_{ac} \parallel (R_{ab} + R_{bc}) = r_a + r_c$

Resistenza fra B e C: $R_{bc} \parallel (R_{ab} + R_{ac}) = r_b + r_c$

Resistenza fra A e B: $R_{ab} \parallel (R_{ac} + R_{bc}) = r_a + r_b$

**trasformazioni
triangolo
stella**

$$R_T = R_1 + r_a + (r_b + R_2) \parallel (r_c + R_3)$$

**trasformazioni
stella
triangolo**

$$\frac{1}{R_{ab}} = \frac{\frac{1}{r_a r_b}}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}}$$

$$\frac{1}{R_{ac}} = \frac{\frac{1}{r_a r_c}}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}}$$

$$\frac{1}{R_{bc}} = \frac{\frac{1}{r_b r_c}}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}}$$

**trasformazioni
triangolo
stella**

$$r_a = \frac{R_{ab} R_{ac}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

$$r_b = \frac{R_{bc} R_{ab}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

$$r_c = \frac{R_{bc} R_{ac}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

Leggi di Kirchhoff

Definizioni

- Circuito:** insieme di conduttori che si chiude su se stesso, comprendente uno o più generatori di fem
- Rete:** insieme di circuiti collegati tra loro (lineare se conduttori ohmici e fem costanti)
- Nodo:** punto della rete in cui si incontrano tre o più conduttori
- Ramo:** conduttore fra due nodi
- Maglia:** successione chiusa di rami (ognuno percorso una sola volta)

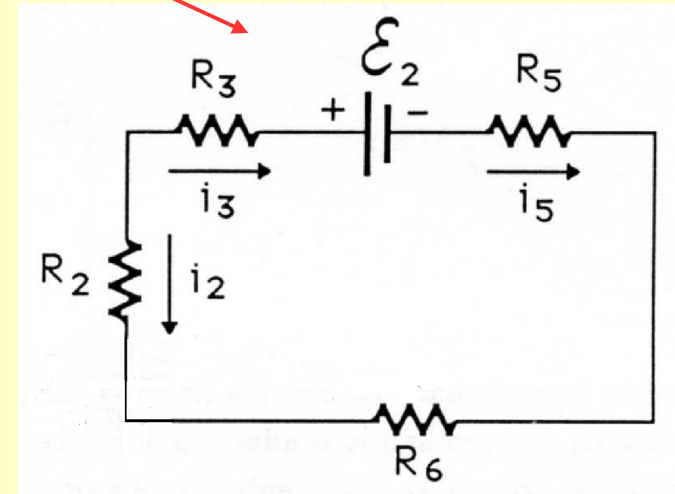
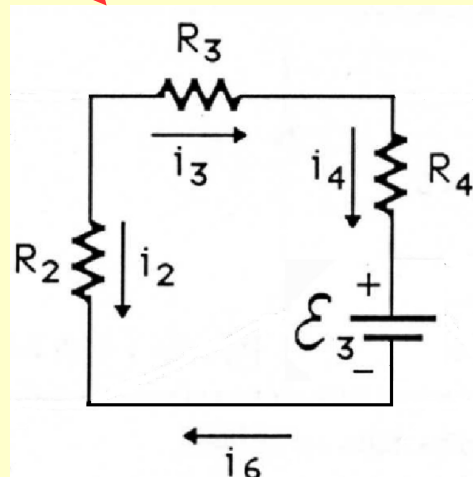
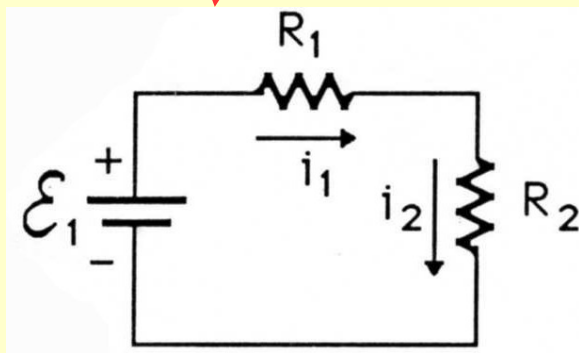
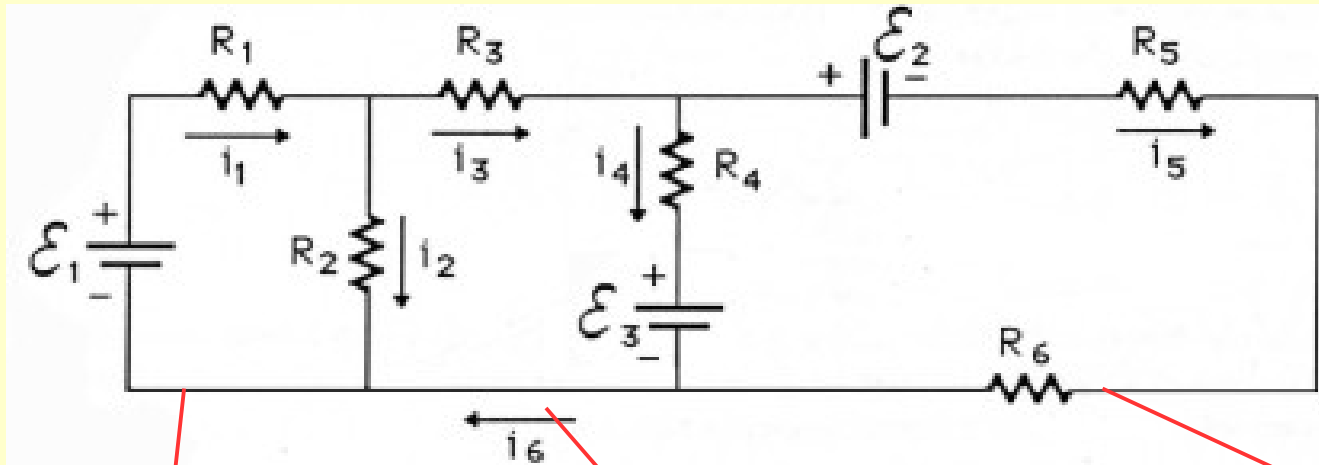
La prima legge di Kirchhoff o dei nodi

La somma algebrica delle correnti che si incontrano in un nodo è nulla (discende dalla condizione di stazionarietà $\rightarrow \operatorname{div} \vec{j} = 0 \rightarrow$ flusso di \vec{j} su superficie chiusa contenente il nodo = 0)

La seconda legge di Kirchhoff o delle maglie

In una maglia la somma algebrica delle cadute ohmiche è uguale alla somma algebrica delle fem eventualmente presenti nella maglia stessa (discende dal fatto che il campo \vec{E}_e all'esterno dei conduttori è conservativo e quindi vale la relazione $\oint \vec{E}_e \cdot d\vec{P} = 0$)

Applicazioni

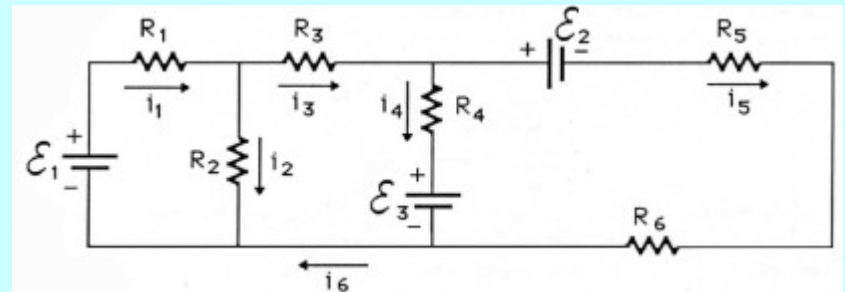


Risoluzione di un circuito

Determinazione delle correnti, in valore e segno, nei vari rami del circuito

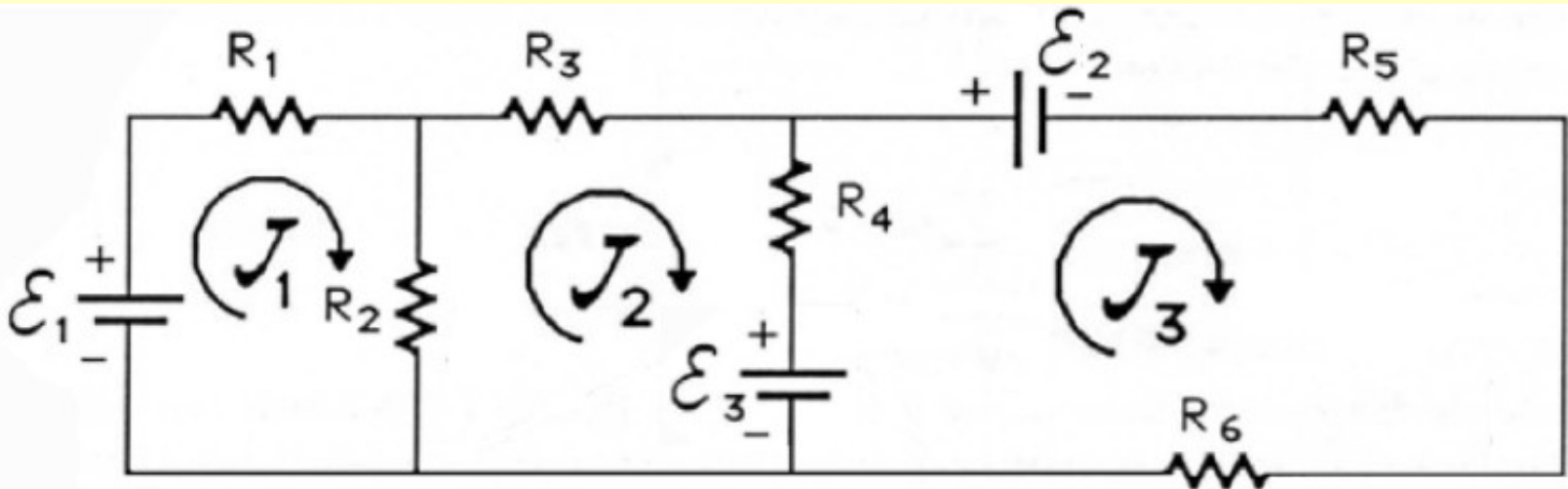
Regime stazionario → Leggi di Kirchhoff

- I legge → $\sum i_k = 0$ ad ogni nodo
- II legge → per ogni maglia :
 - a) scelta senso positivo di percorrenza
 - b) cadute ohmiche positive quelle prodotte da correnti concordi con senso positivo
 - c) fem positive quelle attraversate da – a + dal senso
 - d) $\sum i_k R_k = \sum \mathcal{E}_j$
- Risultato: n equazioni > m correnti incognite (equazioni non indep.)
- **Metodo delle correnti di maglia**: permette di ottenere m equazioni indipendenti

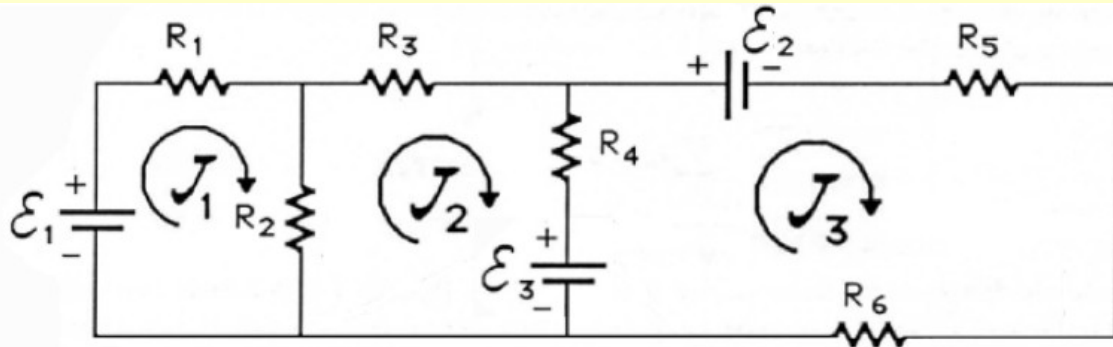


Metodo delle correnti di maglia

- scelta dello senso positivo di percorrenza per tutte le maglie
- selezione delle maglie “reali” ovvero delle maglie costituite da un insieme chiuso di rami individuabili all'interno della rete senza la soppressione di alcun ramo
- definizione delle “correnti di maglia”, una per ogni maglia reale
(le correnti di ramo coincideranno con quelle di maglia se il ramo farà parte di una sola maglia oppure saranno date dalla somma algebrica delle correnti di maglia delle due maglie che lo hanno a comune)



Metodo delle correnti di maglia



$$\begin{cases} R_1 J_1 + R_2 (J_1 - J_2) = \mathcal{E}_1 \\ R_2 (J_2 - J_1) + R_3 J_2 + R_4 (J_2 - J_3) = -\mathcal{E}_3 \\ R_4 (J_3 - J_2) + R_5 J_3 + R_6 J_3 = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2 \end{cases}$$

$$J_k = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,k-1} & \mathcal{E}_1 & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n,k-1} & \mathcal{E}_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}{\text{Det}(a_{kl})} = \frac{\mathcal{E}_1 \text{Det} M_{1k}}{\text{Det}(a_{kl})} \cdot (-1)^{1+k} + \dots + \frac{\mathcal{E}_n \text{Det} M_{nk}}{\text{Det}(a_{kl})} \cdot (-1)^{n+k}$$

Se ci fosse solo \mathcal{E}_k avremmo $J_k = \mathcal{E}_k \text{Det} M_{kk} / \text{Det}(a_{kl}) = \mathcal{E}_k / R_{Tk}$
 e quindi i termini $\text{Det} M_{kk} / \text{Det}(a_{kl})$ rappresentano l'inverso della resistenza
 equivalente a tutto il circuito vista da \mathcal{E}_k tra i suoi terminali quando gli altri
 generatori siano tutti cortocircuitati.

Principio di sovrapposizione

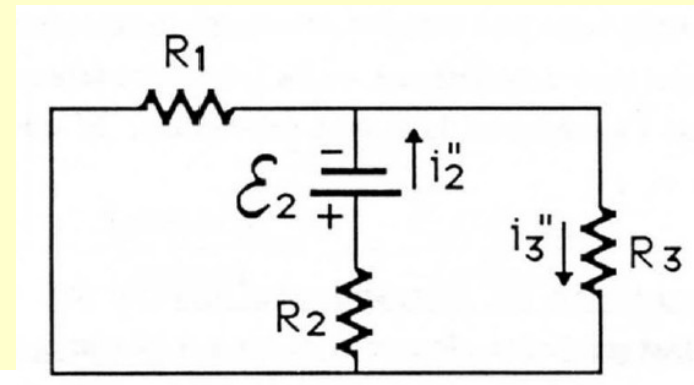
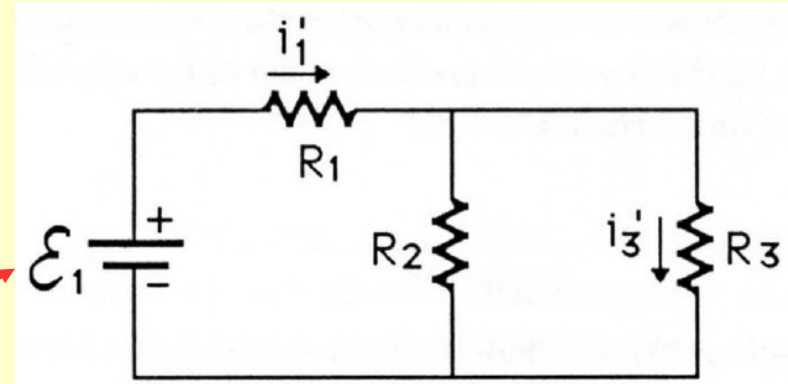
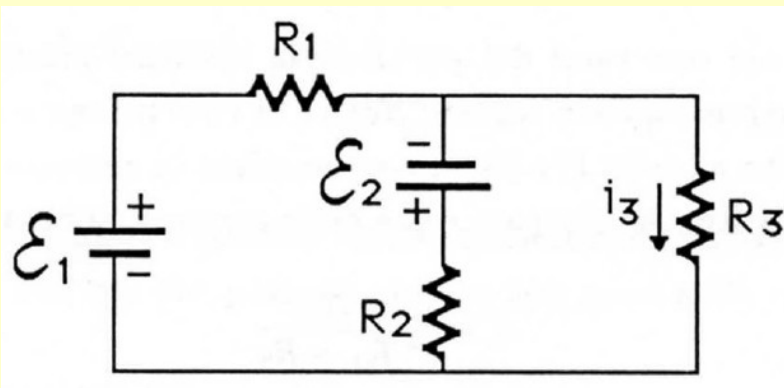
In base a quanto visto nella applicazione del metodo delle maglie avremo in generale

$$i_r = C_{1r}\mathcal{E}_1 + \dots + C_{nr}\mathcal{E}_n = \sum_{s=1}^N C_{sr}e_s$$

con \mathcal{E}_i somma algebrica delle fem presenti nella maglia i-esima e e_s fem dei generatori presenti nella rete. Da questa segue il

Principio di Sovrapposizione: “La corrente totale attraverso ogni elemento di una rete lineare avente generatori indipendenti, è uguale alla somma algebrica delle correnti prodotte nell'elemento da ciascun generatore agente separatamente”

Applicazione



$$i_3 = i_3' + i_3'' = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 - \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

(stesso risultato ottenibile con il metodo delle maglie)