Teoremi sulle reti lineari

(basati su leggi di Kirchhoff)

Teorema di reciprocità

“Se un generatore di fem costante posto nel ramo r-esimo di una rete passiva, lineare e bilaterale produce una certa corrente i_r nel ramo k-esimo della rete medesima, allora questo generatore, inserito nel ramo k-esimo produrrà la medesima corrente $i_r = i_k$ nel ramo r-esimo”

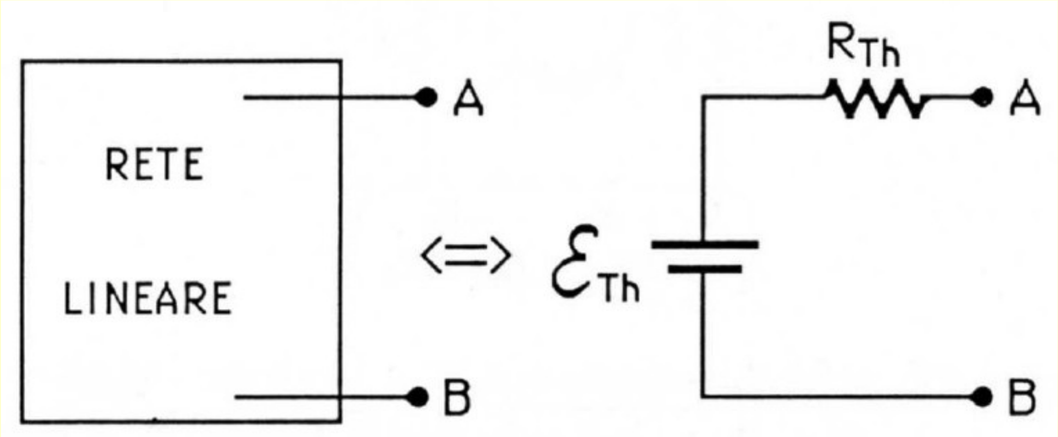
Teorema di compensazione

“In una rete passiva, lineare e bilaterale contenente generatori di fem costante, se una resistenza R attraverso cui passa una corrente i è aumentata di una certa quantità ΔR, il cambiamento delle correnti nella rete è uguale a quello prodotto da un generatore pari a i ΔR posto in opposizione a i nel ramo che contiene R”

Teoremi sulle reti lineari

Teorema di Thévenin

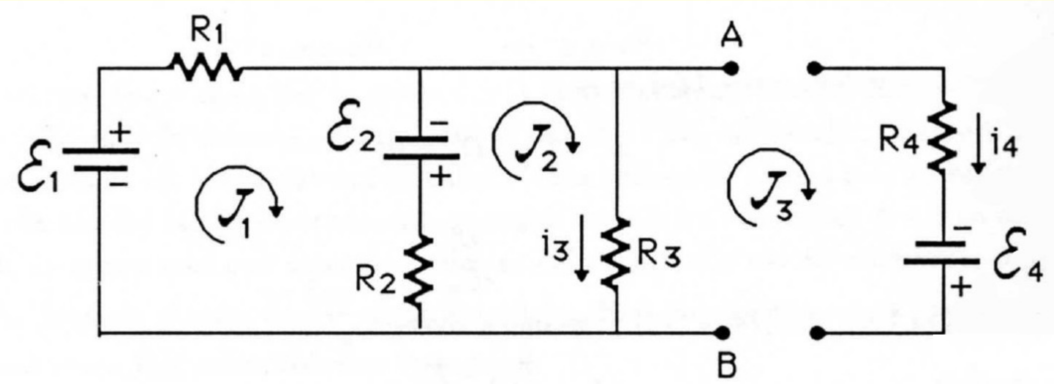
"Ogni rete passiva, lineare e bilaterale contenente generatori di fem costante e avente due terminali si comporta rispetto a questi due terminali come un unico generatore reale avente resistenza interna R_{th} e fem ε_{th}, dove ε_{th} è la tensione che appare fra questi terminali quando non si colleghi nessun ulteriore conduttore fra essi e R_{th} è la resistenza che si misura fra i terminali quando tutti i generatori ideali di fem posti nella rete siano sostituiti da cortocircuiti"

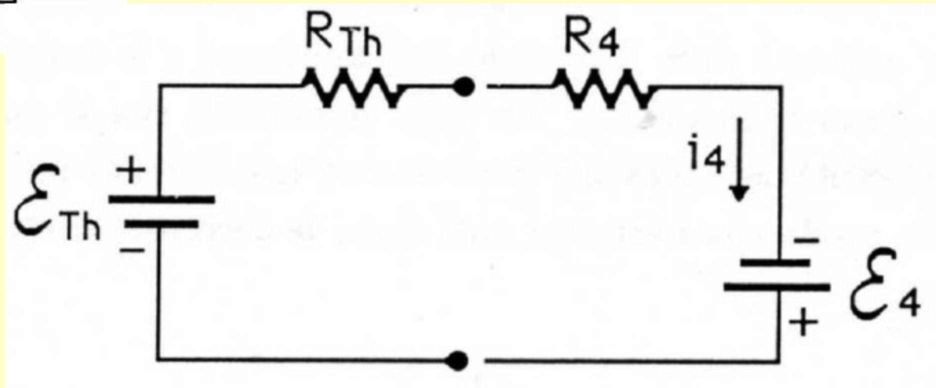


ε_{th} determinabile da risoluzione della rete

R_{th} determinabile analiticamente oppure inserendo un corto circuito (cc) tra A e B e valutando $\varepsilon_{th} / i_{cc}$

Applicazioni





$$\mathcal{E}_{Th} = i_3 R_3 = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 - \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} R_3$$

$$R_{Th} = R_3 \parallel R_2 \parallel R_1 = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

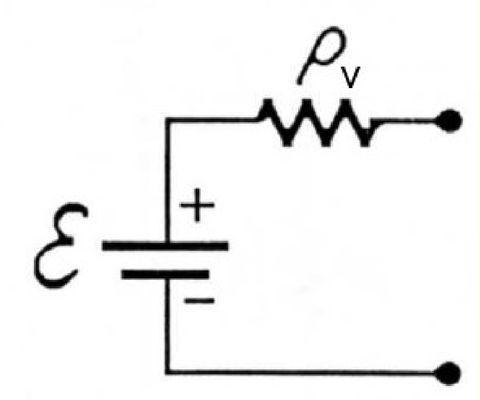
Generatori di tensione e di corrente

Generatore reale di tensione:

ε generatore ideale di fem

ρ_V resistenza interna del generatore

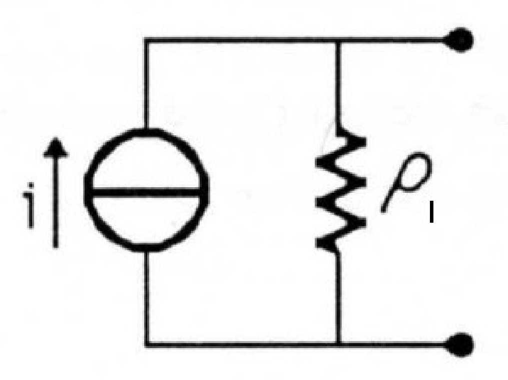
(corrente massima imax = ε / ρ_V)



Generatore ideale di corrente: invia una corrente costante, indip. dalla tensione ai suoi capi

Generatore reale di corrente:
i generatore ideale di corrente

ρ_I resistenza interna del generatore (tanto maggiore quanto più si avvicina a quello ideale)



Teorema di Norton → equivalenza tra i due generatori con
$\rho_I = \rho_V = \rho$ e $i = \varepsilon / \rho$

Potenza nei circuiti elettrici

Conduttore al quale è applicata una ddp V e nel quale scorre una corrente i → il lavoro infinitesimo fatto dal campo elettrostatico sulla carica dq che attraversa il conduttore in un tempo dt è

$$dL = dq\, V \quad \rightarrow \quad W = dL/dt = iV$$

con W potenza istantanea associata al campo elettrico.

Se - corrente è stazionaria
- non viene fatto lavoro meccanico
- non si hanno alterazioni permanenti nel circuito e nell'ambiente

tale lavoro deve essere ritrovato sotto forma di energia termica (effetto Joule)

Conduttore ohmico immerso in un termostato al quale il conduttore cede la quantità di calore (in modo che R resti costante); in tal caso

$$W = iV = i^2 R = V^2/R$$

Caso reale: la resistenza termica verso il termostato è piccola ma non nulla
→ resistore aumenta la sua temperatura
→ aumenta energia interna del resistore
→ cambia il valore di R
→ limite alla corrente che può scorrere nel resistore
→ wattaggio = massima potenza che si può dissipare sul resistore prima che si abbiano alterazioni permanenti nel valore della resistenza (tip. 0.25W)

Trasferimento di potenza

Generatore reale di tensione chiuso su un carico X (resistivo, motore elettrico, ecc.)

$\mathcal{E}i$ = lavoro fatto dal generatore nell'unità di tempo

$$W_{max} = \mathcal{E}*(\mathcal{E}/\rho) = \mathcal{E}^2/\rho$$

Lavoro fatto dal generatore nell'unità di tempo sul carico

$$W_{est} = V\,i = V(\mathcal{E}-V)/\rho$$

che risulta massimo quando

$$V = \mathcal{E}/2$$

ovvero resistenza del carico uguale a quella interna al generatore

In tali condizioni

$$i = \mathcal{E}/(2\rho)$$

ed inoltre

$$W_{est} = \mathcal{E}^2/(4\rho) = W_{max}/4$$