Misura di corrente

Galvanometro di Deprez – d'Arsonval → fornisce indicazione proporzionale alla corrente che lo attraversa

Principio di funzionamento

Seconda legge di Laplace

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

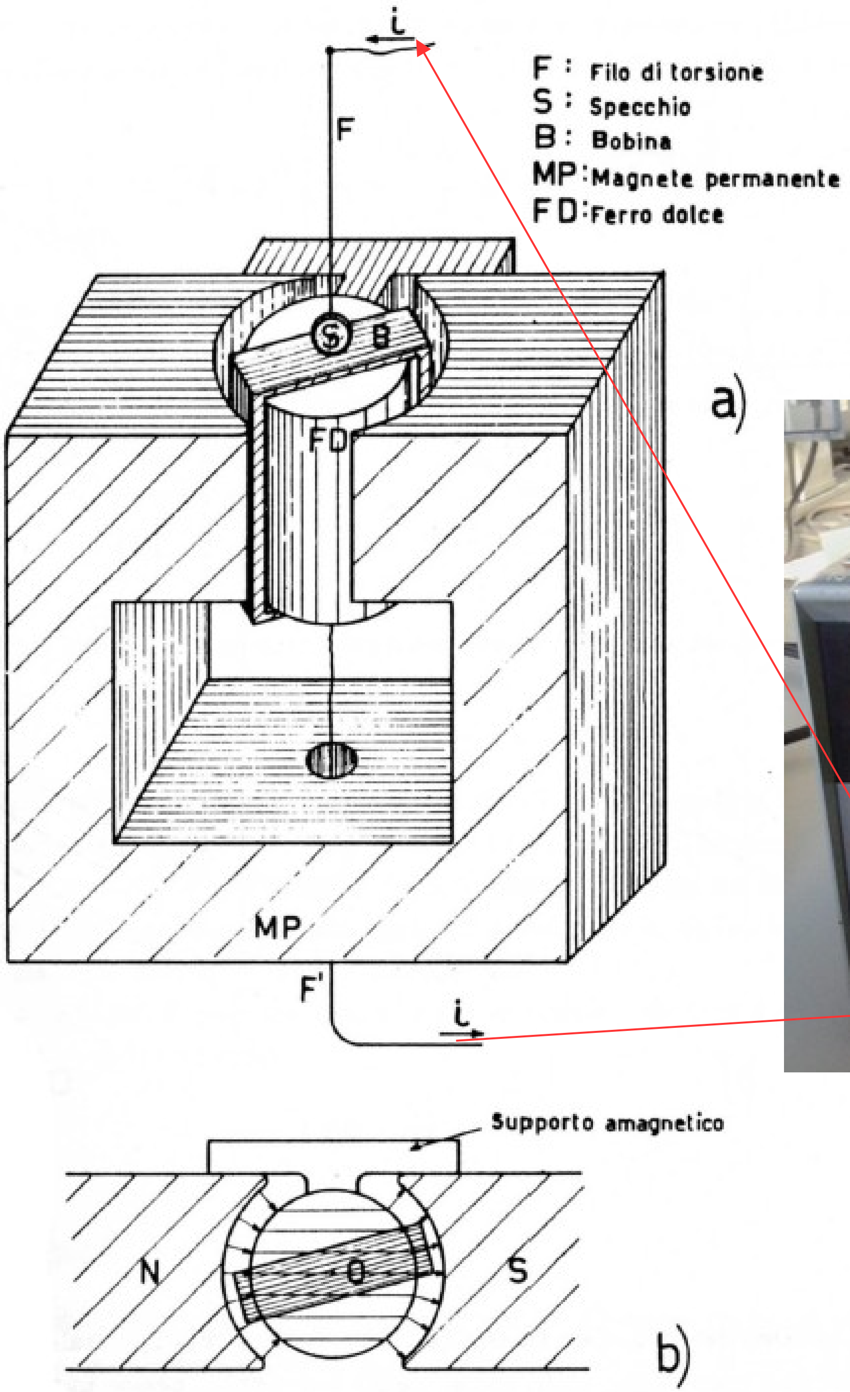
Legge di Faraday dell'induzione

$$\Phi_S\left(\vec{B}\right) = \oint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

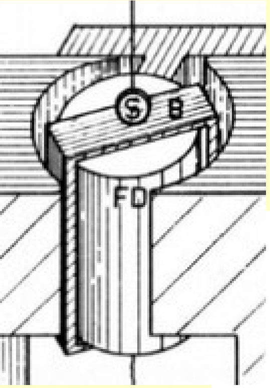
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

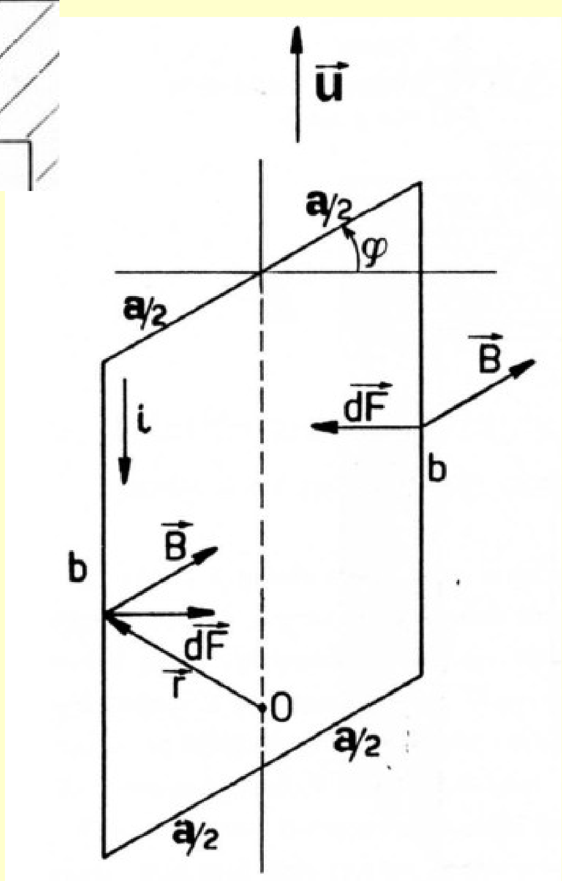
Leggi di Kirchhoff: applicabili purché le variazioni di ε si svolgano in tempi >> rapporto tra le dimensioni del circuito e la velocità della luce

Galvanometro



Galvanometro





$\vec{B}$ radiale ~10 $^{-1}$ T costante su circonferenza di centro O

Al passaggio di una corrente i nella bobina su di essa agisce un sistema di forze il cui momento assiale è dato da

$$\tau_u^{(a)} = \left[\oint_{spira} \vec{r} \wedge \left(i\vec{dl} \wedge \vec{B} \right) \right] \cdot \vec{u} = - \oint_{spira} (\vec{r} \wedge \vec{u}) \cdot \left(i\vec{dl} \wedge \vec{B} \right)$$

$$= \frac{iaB}{2} \int_{tratti\ b} dl \quad = iabB = iSB \qquad a \cdot b = S$$

Se la bobina è costituita da n spire avremo

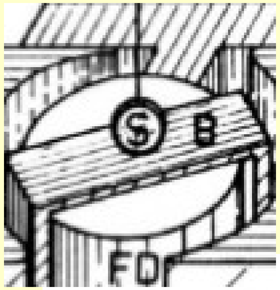
$$\tau_i = inSB = iG$$

In condizioni di equilibrio statico avremo

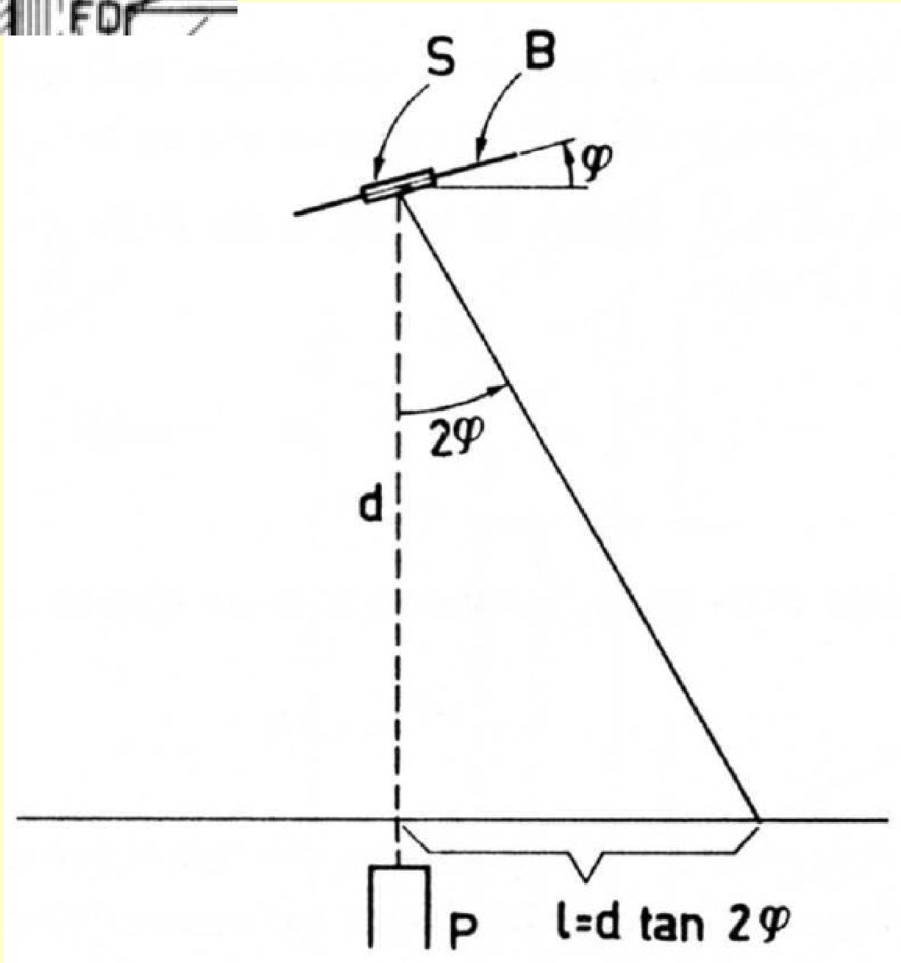
$$E\varphi = inSB \qquad i = \frac{E}{nSB}\varphi = \frac{E}{G}\varphi = K_r\varphi$$

con K_r costante reometrica (tanto più piccola quanto più sensibile il galvanometro – minimo 10 $^{-6}$ A/rad)

Galvanometro



La misura di φ è ottenuta tramite lo specchietto solidale col filo di torsione e utilizzando il sistema della leva ottica



$$l = d \tan 2\varphi$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \frac{l}{d}$$

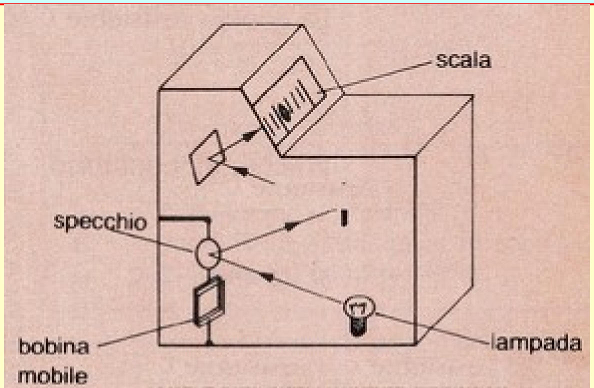
Per angoli piccoli

$$l = d \cdot 2\varphi$$

$$i = K_r \varphi = K_r \cdot \frac{l}{2d} = k_r l$$

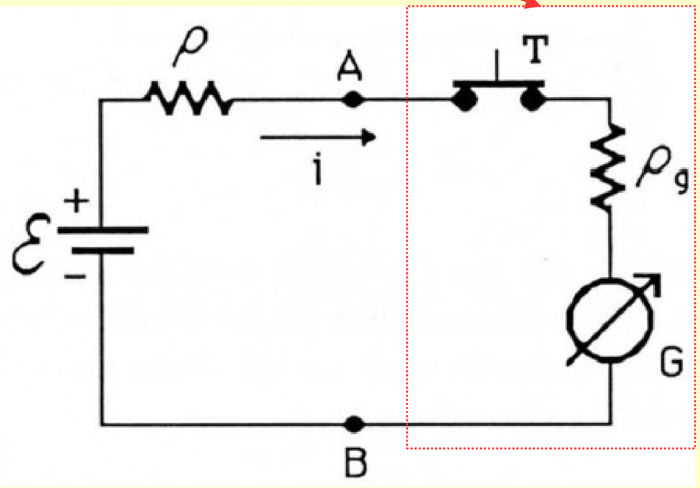
con k_r nuova costante reometrica ($10^{-9} \div 10^{-7}$ A/mm)

Nel galvanometro da banco disponibile in laboratorio la sensibilità massima è di 100 nA / divisione



Galvanometro Dinamica

Dal punto di vista elettrico il galvanometro è assimilabile ad una resistenza (quella della bobina) e quindi il suo inserimento in un circuito può essere rappresentato come in figura



con ε e ρ fem e resistenza equivalenti ottenibili dal teorema di Thévenin per il circuito visto tra i terminali A e B

A t=0 viene chiuso il tasto T. Il moto successivo della bobina segue dalla seconda equazione cardinale. Indicando con $\mathcal{J}$ il momento di inerzia baricentrico della bobina

$$\mathcal{J}\ddot{\varphi} = \sum_k \tau_k$$

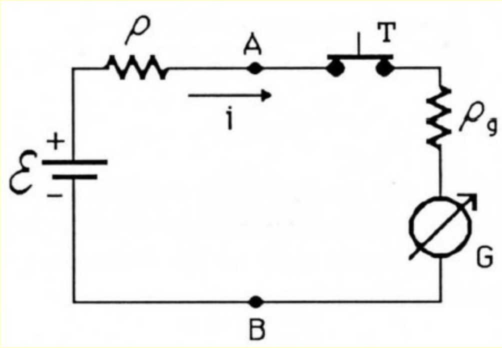
I momenti di forza assiali agenti sulla bobina sono:

- torsione del filo $-E\varphi$
- resistenza viscosa dell'aria $-C\dot{\varphi}$
- campo magnetico B nel traferro $Gi = nSBi$
- variazione di flusso di B tagliato dalle bobine $Gi_\phi = -\dfrac{G^2\dot{\varphi}}{\rho + \rho_g}$

Si ottiene quindi

$$\mathcal{J}\ddot{\varphi} + \left(C + \frac{G^2}{R}\right)\dot{\varphi} + E\varphi = Gi$$

Galvanometro Dinamica



$$\mathcal{J}\ddot{\varphi} + \left(C + \frac{G^2}{R}\right)\dot{\varphi} + E\varphi = Gi$$

con R = ρ + ρ_g

Indicando con

$$\sigma_1 = \frac{\left(C + \frac{G^2}{R}\right)}{2\mathcal{J}} \quad e \quad \sigma_2 = \frac{\sqrt{\left|\, 4E\mathcal{J} - \left(C + \frac{G^2}{R}\right)^2 \right|}}{2\mathcal{J}} = \frac{\sqrt{|\text{-}\Delta|}}{2\mathcal{J}}$$

Si hanno tre diverse soluzioni a seconda che $\Delta \gtreqless 0$

I: $\quad \Delta > 0$

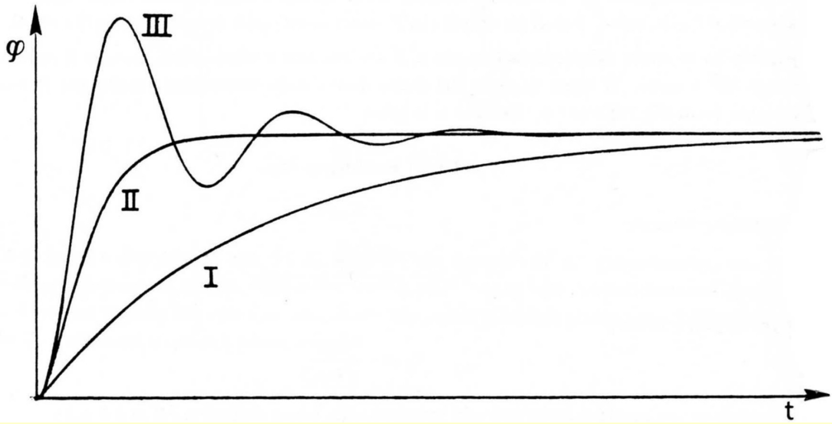
$$\varphi(t) = \frac{Gi}{E}\left[1 - \exp(-\sigma_1 t)\cdot\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\sigma_2}\exp(\sigma_2 t) + \frac{\sigma_2-\sigma_1}{2\sigma_2}\exp(-\sigma_2 t)\right)\right]$$ *sottocritico*

II: $\quad \Delta = 0$

$$\varphi(t) = \frac{Gi}{E}\left[1 - \exp(-\sigma_1 t)\cdot(1+\sigma_1 t)\right]$$ *critico*

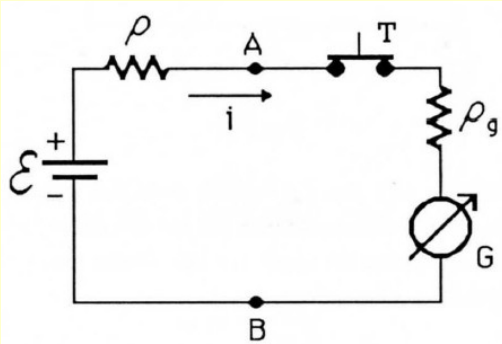
III: $\quad \Delta < 0$

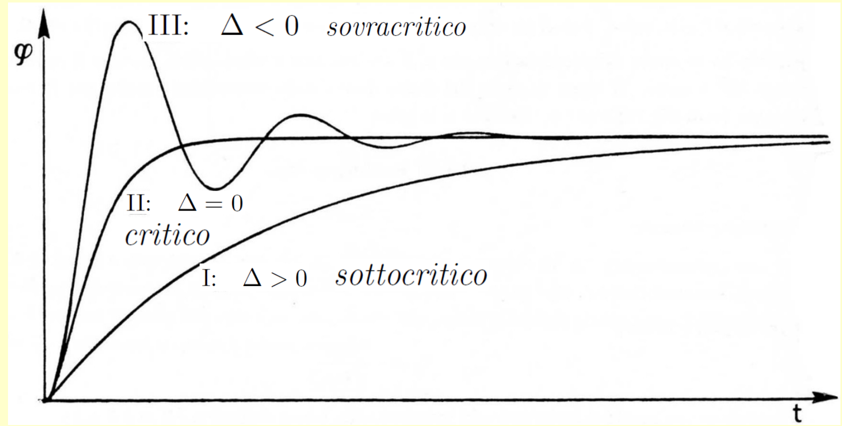
$$\varphi(t) = \frac{Gi}{E}\left[1 - \exp(-\sigma_1 t)\cdot\left(\cos\sigma_2 t + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\operatorname{sen}\sigma_2 t\right)\right]$$



sovracritico

Galvanometro Dinamica





Caso I: smorzamento elettrodinamico forte → assenza di oscillazioni

Caso II: avvicinamento all'asintoto nel più breve tempo possibile

→ R = $R_c = \dfrac{G^2}{2\sqrt{E\mathcal{J}} - C}$ resistenza critica → $R_c - \rho_g$ resistenzacritica esterna

Valori tipici $R_c = 10 \div 10^3\ \Omega$

Caso III: periodo di oscillazione

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{E}{\mathcal{J}} - \dfrac{\left(C+\frac{G^2}{R}\right)^2}{4\mathcal{J}^2}}} > T_o = 2\pi\sqrt{\frac{\mathcal{J}}{E}}$$

1 ÷ 10 s