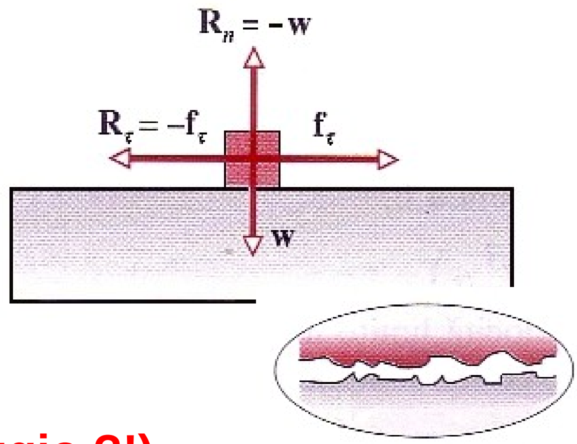
Forze di attrito

<u>Attrito Statico</u>

Corpo poggiato su superficie orizzontale “scabra”
Forza orizzontale <u>f</u> applicata ad esso -> si ha equilibrio finché



$$\underline{f} \leq -\underline{R}_t^{max} = -\mu_s R_n \underline{u}_t$$

(indipendente da superficie di appoggio ?!)

con $\underline{u}_t$ versore tangenziale, μ_s coefficiente di attrito statico, $\underline{R}_t$ reazione tangenziale del piano e R_n modulo della reazione normale

<u>Attrito Dinamico</u>

Una volta messo in moto il corpo è sufficiente una forza di modulo inferiore (rispetto a quella che ha prodotto l'inizio del moto) per mantenere costante la velocità del corpo. Sperimentalmente

$$\underline{R}_t = -\mu_d R_n \underline{u}_v$$

con μ_d coefficiente di attrito dinamico e $\underline{u}_v$ versore della velocità
In tabella sono riportati valori tipici dei coefficienti di attrito

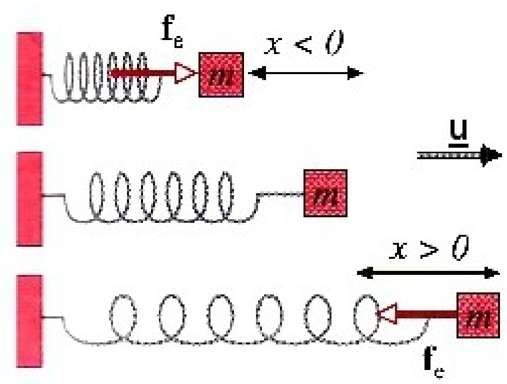
Sistema	μ_s	μ_d
Legno-legno	0.25 – 0.5	0.2
Vetro – vetro	0.9 -1	0.4
Acciaio – acciaio	0.7	0.4
Gomma – cemento	1	0.8

!!!! Importanza dell'attrito nella locomozione umana e veicolare

Forze elastiche

Le forze elastiche (molla) dipendono solo dalla posizione

"Molla ideale" → agisce con una forza di modulo proporzio-nale alla deformazione della molla, ovvero



$\underline{f}_e = - k\, x\, \underline{u}$ (Legge di Hooke)

con
k costante elastica della molla,
x var. di lunghezza (pos. o neg.),
u versore che punta al corpo su cui agisce la forza.

La molla ideale agisce sui corpi a contatto in ambedue gli estremi con forze uguali e opposte, date dalla Legge di Hooke con versori opposti.

a) moto oscillatorio armonico

equazione differenziale $\mathbf{m\,(d^2x/dt^2) = -k\,x}$ caratteristica di un moto oscillatorio con soluzione

$$x(t) = x(0)\ \mathrm{sen}\ (\omega\, t + \varphi)$$

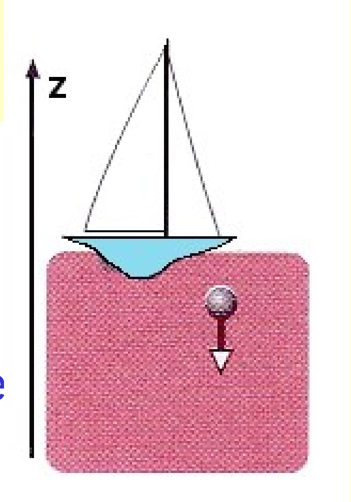
con $\omega = (k/m)^{0.5}$ detta "pulsazione" e x(0) e φ dipendenti dalle condizioni iniziali

b) costanti elastiche delle molle

- due molle uguali in parallelo $k_{tot} = 2\,k$ (più rigida)
- due molle uguali in serie $k_{tot} = k/2$ (meno rigida)
- fissata la lunghezza della molla la sua costante elastica aumenta al diminuire delle spire (ammortizzatori auto)

c) origine microscopica delle forze elastiche
nascono da variazione distanza interatomica, "modulo Young"

Forze dipendenti dalla velocità



Attrito Viscoso
Corpo in caduta libera in un fluido
-> resistenza $\underline{f}_R$ del mezzo
In casi semplici (geometria semplice, bassa velocità, assenza di turbolenze nel fluido) vale

$\underline{f}_R = - k\, \underline{v}$ **(Legge di Stokes)**

con $\underline{v}$ velocità relativa corpo-fluido e k costante dipendente dalla geometria e dalle dimensioni del corpo e dal fluido

Dal secondo principio della dinamica, scelto un sistema di riferimento con asse z diretto verso l'alto, si ha

$$m\vec{a} = \vec{f}_R + \vec{W} \qquad\qquad m\ddot{z} = -k\dot{z} - mg$$

equazione differenziale non omogenea con soluzione

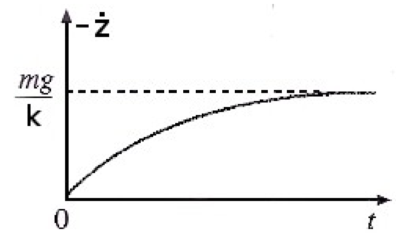
$$z(t) = C_1 + C_2 e^{-\left(\frac{k}{m}t\right)} - \frac{mg}{k}t$$

dove C_1 e C_2 dipendono dalle condizioni iniziali.
Se il corpo viene lasciato da una quota h con velocità nulla si ha

$$z(t) = h + \frac{m^2 g}{k^2}\left[1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right] - \frac{mg}{k}t$$

e con velocità

$$\dot{z}(t) = -\frac{mg}{k}\left[1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right]$$



Per corpo sferico di raggio r

$$k = 6\, \pi\, r\, \eta$$

con **η coefficiente di viscosità** del fluido (in unità 10^{-3} Ns/m^2 vale 833 per glicerina, 1.005 per acqua, 0.018 per aria),

Dinamica nei moti circolari

Moto Circolare Uniforme

Accelerazione (solo) centripeta -> $\underline{a} = (v^2/r)\,\underline{u}_n$

Dal secondo principio -> forza centripeta $\underline{f}_n = m\,\underline{a}$ che può essere fornita da

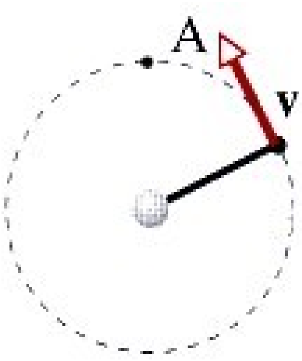
- filo (pendolo conico),
- attrito (corpo in quiete su piattaforma orizzontale scabra rotante, auto in curva),
- reazione vincolare su superficie di appoggio inclinata (curva parabolica)

Moto Circolare Non Uniforme

Corpo di massa m vincolato a muoversi su traiettoria circolare giacente su piano verticale.

Il vincolo deve:

1) compensare il peso del corpo
2) fornire la necessaria forza centripeta di modulo mv^2/d ad ogni istante. In particolare, quando la velocità è minima (punto A più alto della traiettoria), per il secondo principio, indicando con R(A) il modulo del componente radiale della forza del vincolo nel punto più alto, dovrà quindi valere



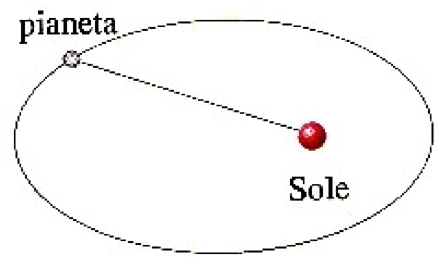
$mg + R(A) = mv^2/d$ -> $R(A) = mv^2/d - mg$

vincolo bilaterale (sbarretta rigida) -> $R(A) > 0$ oppure < 0

vincolo unilaterale (filo inestendibile) -> $R(A) > 0$

Nel caso esaminato dovrà valere $mv^2/d > mg$ -> $v^2 > gd$

Dinamica in presenza di forze centrali



Leggi di gravitazione
(ricavate sperimentalmente da Keplero, 1600)

Prima legge: le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole sono ellissi di cui il Sole occupa uno dei due fuochi
Seconda legge: il raggio vettore che congiunge il centro del Sole col centro di ogni pianeta spazza aree proporzionali ai tempi impiegati a descriverle
Terza legge: I quadrati dei periodi di rivoluzione dei pianeti del Sistema Solare sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle orbite ellittiche

Basandosi su queste leggi Newton concluse che la legge di gravitazione poteva essere espressa nella forma

$$\underline{f}_g = -G\,(m_p M_S / r^2)\,\underline{u}_r = -(\alpha / r^2)\,\underline{u}_r$$

con $\underline{u}_r$ versore che individua la posizione di m_p rispetto a M_S (o viceversa) e

$$G = (6.6726 \pm 0.0008) * 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$$

Infatti
1) imponendo $d\underline{q}/dt = \underline{f}_g = -(\alpha/r^2)\underline{u}_r$ e ricordando $\underline{u}_r = -d\underline{u}_\theta/d\theta$ si ottiene che il vettore $(p/\alpha)\underline{v} - \underline{u}_\theta$ ha modulo e costante (con $\underline{p} = \underline{r} \times \underline{q}$) e quindi l'equazione della traiettoria è

$$(1/r) = (m\alpha/p^2)(1 + e\cos\theta)$$

ovvero
l'equazione di una conica in coordinate polari (e<1 ellisse)
2) costanza velocità areolare
3) la forza gravitazionale fornisce la necessaria forza centripeta e quindi $f_g / m_p = \omega^2 r = (4\pi^2 / T^2)\, r$ --> $T^2 / r^3 = (4\pi^2 / GM_S)$