Dinamica nei SdR non inerziali

Sistemi Inerziali -> accelerazione NON dipendente dal SdR
-> secondo principio della Dinamica ha
la stessa forma in tutti i SdR ($\underline{f} = \underline{f}\,'$, $\underline{a} = \underline{a}'$)

Sistemi Non Inerziali -> secondo principio non è più valido
nella forma $\underline{f} = m\underline{a}$ se $\underline{f}$ rappresenta
il risultante delle forze dovute a corpi
agenti sul punto materiale considerato

Note le caratteristiche di S' (non inerziale) rispetto a
S (inerziale) avremo

$$\underline{f} = m\,\underline{a} = m\,(\underline{a}' + \underline{a}_t + \underline{a}_{Co})$$

e quindi

$$m\,\underline{a}' = \underline{f} - m\,\underline{a}_t - m\,\underline{a}_{Co} = \underline{f} + \underline{f}_t + \underline{f}_{Co} = \underline{f}\,'$$

ovvero nuovamente la forma del secondo principio ma con $\underline{f}\,'$
che tiene conto anche delle “forze inerziali” o “forze fittizie”
$\underline{f}_t$ (forza di trascinamento) = $- m\,\underline{a}_t$ e
$\underline{f}_{Co}$ (forza di Coriolis) = $- m\,\underline{a}_{Co}$

Vediamo nel seguito alcune applicazioni

Dinamica in SdR S' accelerato

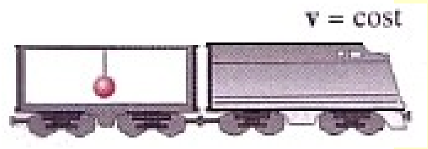
Oggetto in quiete in S'

-> Se **S' è fermo o in moto rettilineo uniforme** rispetto a S l'oggetto rimane in quiete senza forze applicate

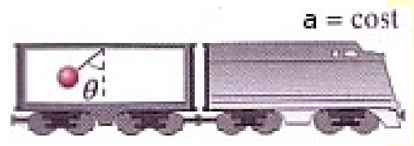
-> Se **S' accelera rettilineamente** rispetto a S per mantenere l'oggetto in quiete in S' è necessario applicare una forza $\underline{f}\,'$ tale che $\underline{f}\,' + \underline{f}_t = 0$

Pendolo di massa m appeso a sostegno fisso in S'

-> Se S' è fermo o in moto rettilineo uniforme rispetto a S il pendolo si dispone lungo la verticale



-> Se S' ha accelerazione rettilinea $\underline{a}_t$ rispetto a S il pendolo si dispone ad un angolo θ rispetto alla verticale



in S -> massa m accelera e quindi, se $\underline{T}$ è la tensione del filo

$\underline{P} + \underline{T} = m\,\underline{a}_t$ -> $\tan\theta = a_t/g$

in S' -> massa m in quiete e quindi

$\underline{P} + \underline{T} + \underline{f}_t = 0$ -> $\underline{T} = -\underline{P} + m\underline{a}_t$

$= -m\,(\underline{g} - \underline{a}_t)$

interpretabile come dovuto ad un campo gravitazionale diverso da quello terrestre

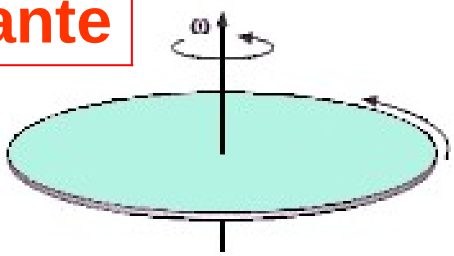
Corpo di massa m lasciato in caduta libera da S'

in S -> massa m, lasciata con velocità iniziale $\underline{v}_0$, segue traiettoria parabolica con $\underline{a} = \underline{g}$

in S' -> massa m in caduta, lungo retta individuata da pendolo, con velocità iniziale nulla ed accelerazione $\underline{a}\,' = \underline{g} - \underline{a}_t$

Gli esempi sono indicativi dei fenomeni che permettono ad un osservatore in S' di capire che si trova su un sistema non inerziale e di misurare la sua accelerazione rispetto a S.

Dinamica in SdR S' rotante



SdR S' solidale con piattaforma rotante con velocità angolare costante $\underline{\omega} = \omega\, \underline{u}_z$

accelerazione di trascinamento

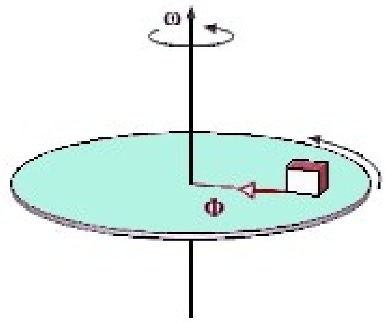
$$\underline{a}_t = (d^2\underline{R}/dt^2)_S + (d\underline{\omega}/dt)_S \times (\underline{r} - \underline{R}) + \underline{\omega} \times [\underline{\omega} \times (\underline{r} - \underline{R})]$$

coincide con accelerazione centripeta di un punto solidale con la piattaforma e quindi la forza inerziale di trascinamento è data da

$$\underline{f}_t = - m\, \underline{a}_t = m\, \omega^2\, r\, \underline{u}_r \qquad \text{(forza centrifuga)}$$

con $\underline{u}_r$ versore uscente radialmente dall'asse di rotazione e passante per il punto considerato

Corpo di massa m in quiete in S' a distanza r da asse



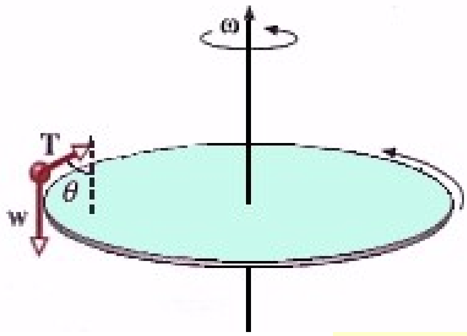
in S -> massa m compie moto circolare uniforme e quindi su di esso agisce forza centripeta

$$\underline{f} = - m\, \omega^2\, r\, \underline{u}_r$$

in S' -> massa m in quiete e quindi su di essa deve agire una forza $\underline{f}$ tale da compensare la forza centrifuga $\underline{f}_t$

Pendolo di massa m appeso a sostegno fisso in S'

Il pendolo si dispone ad un angolo θ, rispetto alla verticale, che cresce al crescere della distanza d del sostegno fisso dall'asse



in S -> su massa m agiscono $\underline{P}$ e $\underline{T}$ in modo da dare moto circolare uniforme e quindi una accelerazione centripeta costante $\underline{a}_n = - \omega^2\, r\, \underline{u}_r$

in S' -> massa m in quiete sotto l'azione di tre forze

$$\underline{P} + \underline{T} + \underline{f}_t = \underline{P} + \underline{T} + m\, \omega^2\, r\, \underline{u}_r = 0 \quad \rightarrow$$

$$\underline{P} + \underline{T} = - m\, \omega^2\, r\, \underline{u}_r$$

Dinamica in SdR S' rotante

Corpo di massa m libero sulla piattaforma

in S -> massa m ferma nella posizione iniziale

in S' -> massa m si muove di moto circolare uniforme in senso orario con velocità

$$\underline{v}\,' = -\,\underline{\omega} \times r\,\underline{u}_r$$

e su essa deve quindi agire una forza (fittizia) risultante centripeta

$$\underline{f}\,' = -\,m\,\omega^2\,r\,\underline{u}_r$$

avente stessa direzione e modulo della forza centrifuga di trascinamento $\underline{f}_t = m\,\omega^2\,r\,\underline{u}_r$ ma verso opposto.
Infatti sulla massa m agisce anche la forza di Coriolis

$$\underline{f}_{Co} = -\,m\,\underline{a}_{Co} = -\,2\,m\,\underline{\omega} \times \underline{v}\,' =$$
$$= -\,2\,m\,\underline{\omega} \times (-\,\underline{\omega} \times r\,\underline{u}_r) = -\,2\,m\,\omega^2\,r\,\underline{u}_r$$

La forza di Coriolis è sempre

-> $\perp$ a $\underline{v}\,'$

-> ha verso tale da determinare una deviazione verso la destra dell'osservatore che, disposto lungo $\underline{\omega}$, guardi nella direzione istantanea di $\underline{v}\,'$

Sistema di riferimento terrestre

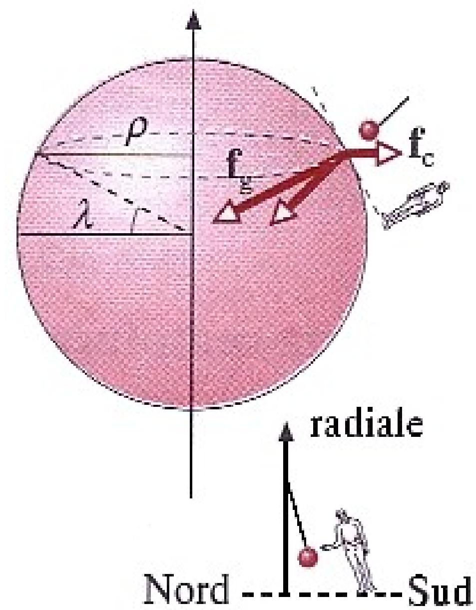
SdR ancorato alla Terra

Sistema in rototraslazione rispetto SdR inerziale(quello delle stelle fisse).Trascureremo traslazione associata a rivoluzione intorno al Sole. In tali ipotesi la forza fittizia dovuta al trascinamento si riduce alla forza centrifuga

$\underline{\mathbf{f}}_t = - m\, \underline{\boldsymbol{\omega}} \times (\underline{\boldsymbol{\omega}} \times r'\, \underline{\mathbf{u}}_r) = m\, \omega^2 \rho\, \underline{\mathbf{u}}_\rho$

dove ρ è il raggio del parallelo terrestre nel punto considerato.

Tale forza centrifuga fittizia si compone a quella dovuta alla attrazione gravitazionale $\underline{f}_G$ (che per una Terra sferica ed omogenea avrebbe direzione radiale) e quindi **la verticale** (direzione di allineamento del pendolo) si sposta **verso Sud nell'emisfero settentrionale**, verso Nord in quello meridionale, rispetto alla direzione radiale.



Accelerazione centrifuga alla latitudine λ:

$\omega = 2\pi / (24 \cdot 60 \cdot 60) = 7.3 \cdot 10^{-5}$ rad/s,

$R_T = 6.4 \cdot 10^6$ m

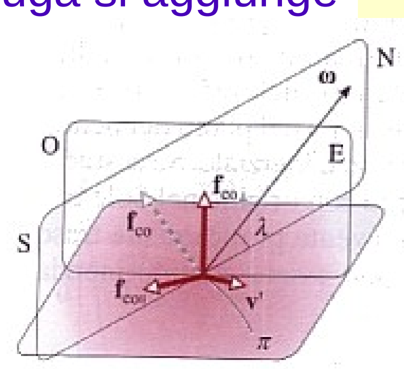
$\mathbf{a} = \omega^2 \rho = \omega^2 R_T \cos\lambda = \mathbf{3.4 \cdot 10^{-2} \cos\lambda\ m/s^2} \leftrightarrow \underline{\mathbf{g}} = \mathbf{9.8\ m/s^2}$

Caduta libera -> all'effetto della forza centrifuga si aggiunge quello della **forza di Coriolis** ($-2\, m\, \underline{\omega} \times \underline{v}'$) diretta **verso Est** (in ambedue gli emisferi)

Moto su piano orizzontale

-> forza di Coriolis ha

- componente ⊥ al piano (modifica peso)
- componente // al piano (verso destra in emisfero Nord, sinistra in quello Sud) e di modulo $f_{Co} \sin\lambda$ (massima ai poli e nulla all'Equatore)



-> correnti di masse d'aria da Ovest ad Est