

Trasmissione del calore

In natura esistono tre modi diversi attraverso i quali il calore si può trasmettere da un corpo a temperatura più bassa a uno a temperatura più alta, oppure, entro un medesimo corpo, da una zona a temperatura più bassa a una zona a temperatura più alta,

Trasmissione per conduzione

Si ha conduzione termica se due corpi a temperatura diversa sono posti in contatto termico. Per caratterizzarla si consideri una parete indefinita di spessore L del materiale in esame e si supponga che da un lato (1) la temperatura sia T_1 e all'altro lato (2) sia T_2 ($T_2 > T_1$).

L'esperienza mostra che si ha un flusso continuo di calore dal lato 2 verso il lato 1 e, indicando con Q la quantità di calore che fluisce attraverso un elemento di area A in un intervallo di tempo t , si ha

$$Q = k t A (T_2 - T_1) / L$$

dove k è la “**conducibilità termica**” della sostanza di cui è costituita la parete. Valori tipici di k :

metalli (Ag,Cu,Al)	400	$W m^{-1} K^{-1}$	buon conduttore
ceramica	10	$W m^{-1} K^{-1}$	
vetro	1	$W m^{-1} K^{-1}$	
sughero, polistirolo	0.04	$W m^{-1} K^{-1}$	isolante termico

Trasmissione per convezione

Si verifica quando uno degli elementi a contatto è un fluido. Il fenomeno della convezione dipende in grande misura dal moto che si sviluppa all'interno del fluido, dalle dimensioni dell'ambiente in cui si sviluppa il moto, da diverse caratteristiche del fluido (densità, calore specifico, conducibilità termica, viscosità, ecc.) e dal valore della gravità.

Esempio semplice: parete calda (T_p) a contatto con un fluido a temperatura T_f . L'esperienza mostra che la quantità di calore Q trasmessa dalla parete al fluido attraverso l'area A nell'intervallo di tempo t è data da

$$Q = h t A (T_p - T_f)$$

dove h è il “**coefficiente di convezione**” (dipendente da molti parametri, spesso è tabulato) della sostanza di cui è costituita la parete.

Trasmissione del calore

Trasmissione per irraggiamento

Un corpo ad una certa temperatura emette nello spazio circostante onde elettromagnetiche dando luogo alla “**emissione termica**”. Tali onde si propagano nello spazio e possono essere assorbite e/o riflesse da altri corpi

Quando la radiazione elettromagnetica incide su un corpo è in parte assorbita e in parte riflessa (o diffusa) e si può indicare con

$$\alpha = (\text{energia assorbita}) / (\text{energia incidente}).$$

Il coefficiente α è funzione della lunghezza d'onda della radiazione.

Sotto normali condizioni di illuminazione solare un corpo con $\alpha = 1$ a tutte le lunghezze d'onda appare di colore nero, mentre un corpo con $\alpha = 0$ appare bianco.

La descrizione del fenomeno dell'emissione termica fa riferimento al caso ideale di un corpo (“**corpo nero**”) che si trova all'equilibrio termodinamico alla temperatura T e per il quale è identicamente $\alpha = 1$

L'energia totale emessa in tutto il semispazio dall'unità di superficie del corpo nero nell'unità di tempo è data da

$$W = \sigma T^4$$

dove σ è la “costante di Stefan – Boltzmann” che vale

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$$

Come esempio l'energia totale emessa dal Sole per unità di tempo (luminosità solare L_s) è data da

$$L_s = 4 \pi R_s^2 \sigma T_s^4$$

Tenendo conto che $R_s = 7 \cdot 10^5 \text{ km}$ e che $T_s = 5800 \text{ K}$ si ottiene $L_s = 3.95 \cdot 10^{26} \text{ W}$ (pari a 200 milioni di miliardi di centrali nucleari da 2 GW)

Entalpia

Si definisce "entalpia" la grandezza H

$$H = U + pV \quad (1)$$

L'entalpia è una funzione di stato ed è una grandezza estensiva.

Differenziando la (1) si ha

$$dH = dU + pdV + Vdp \quad \rightarrow \quad dU + pdV = dH - Vdp$$

In una generica trasformazione infinitesima quasi statica, il primo principio della termodinamica può essere espresso

$$\delta Q = dU + p dV \quad (2)$$

e quindi anche

$$\delta Q = dH - V dp \quad (3)$$

Confrontando le due equazioni si vede che, a parte un segno, l'una si ottiene dall'altra scambiando energia interna con entalpia e pressione con volume

A conferma di tale analogia si considerino:

trasformazione isocora quasi statica finita $\rightarrow Q = \Delta U$

trasformazione isobara quasi statica finita $\rightarrow Q = \Delta H$

Infine differenziando al primo ordine energia interna e entalpia rispetto a due delle tre variabili di stato opportunamente scelte:

$$dU = (\partial U / \partial T)_V dT + (\partial U / \partial V)_T dV$$

$$dH = (\partial H / \partial T)_p dT + (\partial H / \partial p)_T dp$$

e sostituendo in (2) e (3) si ha $\delta Q = (\partial U / \partial T)_V dT + [(\partial U / \partial V)_T + p]dV$

$$\delta Q = (\partial H / \partial T)_p dT + [(\partial H / \partial p)_T - V]dp$$

Applicando la prima ad una trasf. isocora ($dV=0$) e la seconda ad una isobara ($dp=0$) si ottiene

$$C_V = (\delta Q / dT)_V = (\partial U / \partial T)_V$$

$$C_p = (\delta Q / dT)_p = (\partial H / \partial T)_p$$

Definizione termodinamica di gas perfetto

Finora: gas perfetto = gas reale estremamente rarefatto
Cerchiamo ora una definizione più rigorosa.

Consideriamo l'espansione libera adiabatica di un gas perfetto:

$$\text{stato 1} \rightarrow T, p_1, V_1$$

$$\text{stato 2} \rightarrow T, p_2, V_2$$

I due stati (iniziale e finale) sono caratterizzati dalla stessa energia interna in quanto nella trasformazione

$$\begin{aligned} \delta Q &= 0 && \text{(adiabatica)} \\ \delta L &= 0 && \text{(espansione libera)} \end{aligned}$$

e quindi

$$dU = 0 \quad \text{energia interna costante (e temperatura costante)}$$

Quindi l'energia interna di un gas perfetto dipende soltanto dalla temperatura ovvero

$$U = U(T)$$

Si ottiene pertanto la seguente definizione termodinamica di gas perfetto:

“Si chiama gas perfetto un fluido ideale per il quale valgono esattamente le seguenti relazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} pV = nR\Theta \\ (\partial U/\partial V)_\Theta = 0 \end{array} \right.$$

Ricordando la definizione di entalpia ($=U+PV$) e notando che, per i gas perfetti sia l'energia interna U sia il prodotto pV dipendono esclusivamente dalla temperatura, è chiaro che anche l'entalpia è funzione della sola temperatura, cioè

$$H = H(T)$$

Proprietà dei gas perfetti

Energia interna

Il differenziale dell'energia interna può essere scritto

$$dU = (\partial U/\partial T)_V dT + (\partial U/\partial V)_T dV = C_V dT + (\partial U/\partial V)_T dV = C_V dT$$

Integrando si ha
$$U(T) = \int_{T_0}^T C_V dT$$

dove T_0 è la temperatura in uno stato di riferimento O scelto ad arbitrio. C_V dipende poco dalla temperatura nei gas reali ed è costante per i gas perfetti. Varrà quindi

$$U(T) = C_V (T - T_0)$$

Entalpia

Il differenziale dell'entalpia può essere scritto

$$dH = (\partial H/\partial T)_p dT + (\partial H/\partial p)_T dp = C_p dT + (\partial H/\partial p)_T dp = C_p dT$$

Integrando di ha
$$H(T) = \int_{T_0}^T C_p dT$$

dove T_0 è la temperatura in uno stato di riferimento O scelto ad arbitrio. Anche C_p dipende poco dalla temperatura nei gas reali ed è costante per i gas perfetti. Varrà quindi

$$H(T) = C_p (T - T_0)$$

Dalla definizione si ha inoltre

$$H = U + pV = U + nRT \rightarrow dH = dU + nRdT \rightarrow C_p dT = C_V dT + nRdT$$

e quindi
$$C_p - C_V = nR \rightarrow c'_p - c'_v = R$$

Dividendo per c'_v si ha infine
$$\gamma = c'_p / c'_v = 1 + R / c'_v > 1$$

Trasformazioni adiabatiche quasi statiche dei gas perfetti

Dal primo principio $\delta Q - \delta L = dU$

adiabaticità $\rightarrow \delta Q = 0$ quasi staticità $\rightarrow \delta L = p dV$

Quindi $- p dV = C_v dT \rightarrow - (nRT/V) dV = C_v dT$

Integrando e supponendo $C_v = n c'_v = nR / (\gamma - 1)$ costante si ottiene

$$T V^{(\gamma-1)} = T_0 V_0^{(\gamma-1)} \quad (1)$$

ed anche (tenendo conto della legge gas perfetti)

$$pV^\gamma = p_0 V_0^\gamma \quad (2) \quad p^{(1-\gamma)} T^\gamma = p_0^{(1-\gamma)} T_0^\gamma \quad (3)$$

Le (1), (2) e (3) sono chiamate “formule di Poisson” della termodinamica

In particolare la (2) nel diagramma di Clapeyron ha andamento più ripido di una trasformazione isoterma (pendenza $-\gamma$ per adiabatica, -1 per isoterma, ma $\gamma > 1$)

Trasformazioni politropiche

Una trasformazione quasi statica di un gas perfetto si chiama “politropica” se, durante la trasformazione, i parametri di stato soddisfano la seguente relazione

$$pV^x = p_0 V_0^x$$

dove l'esponente x è un numero puro costante detto indice della politropica e 0 è uno stato scelto ad arbitrio

$x = 0$	\rightarrow isobara	$x = 1$	\rightarrow isoterma
$x = \gamma$	\rightarrow adiabatica	$x \rightarrow \infty$	\rightarrow isocora