

# **Grandezze fondamentali e derivate**

**La definizione operativa delle grandezze fondamentali permette di definire il campione di riferimento (unità di misura) anche per molte altre grandezze derivate.**

**Tutte le misure delle grandezze fisiche della meccanica si possono esprimere come combinazione di misure di 3 sole grandezze fondamentali: lunghezza, intervallo di tempo e massa (o forza)**

**[e con altre 4 grandezze fondamentali si coprono tutti i campi della fisica]**

# Sistema Internazionale (SI)

- il **chilogrammo** ( $kg$ ) definito dalla massa di un cilindro-campione di platino-iridio, conservato a Parigi nell'Ufficio Internazionale di pesi e misure;
- il **secondo** ( $s$ ), definito dalla durata di 9192631770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli della struttura iperfine dello stato fondamentale del  $^{133}Cs$
- il **metro** ( $m$ ) definito come la lunghezza del percorso nel vuoto della luce durante  $1/299792458$  di secondo, determinabile con una precisione relativa di  $4 \cdot 10^{-9}$ .
- l'**ampère** ( $A$ ) è l'intensità della corrente elettrica (costante) che, percorrendo due conduttori paralleli, rettilinei, di lunghezza "infinita", di sezione circolare di diametro trascurabile rispetto alla distanza fra i conduttori, posti alla distanza di  $1 m$  l'uno dall'altro nel vuoto produce fra questi conduttori una forza uguale a  $2 \cdot 10^{-7} N$  per metro di lunghezza;
- il **grado kelvin** ( $K$ ) è la frazione  $1/273.16$  della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua pura;
- la **candela** ( $cd$ ) è l'intensità luminosa di una sorgente che emette una radiazione monocromatica con frequenza  $540 \cdot 10^{12} Hz$  e intensità energetica di  $1/683 W/sr$  ;
- la **mole** ( $mol$ ) è la quantità di materia di un sistema che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi di  $0.012 kg$  di carbonio 12 in condizioni di temperatura e pressione standard.

## E le altre grandezze fisiche derivate?

Quelle della meccanica possono essere espresse tramite una relazione nella quale compaiono solamente le grandezze fondamentali. Si può quindi dire che una qualsiasi grandezza si esprime mediante determinate “dimensioni” delle grandezze fondamentali. Alcuni esempi:

Superficie

$$[S] = [l \cdot l] = [l^2]$$

Volume

$$[V] = [l^3] = [l^3 m^0 t^0]$$

Velocità media

$$[v] = [s] / [t] = [l t^{-1}]$$

Accelerazione media

$$[a] = [v] / [t] = [l t^{-1} t^{-1}] = [l t^{-2}]$$

Forza

$$[F] = [m l t^{-2}]$$

Lavoro

$$[L] = [m l t^{-2} l] = [m l^2 t^{-2}]$$

Pressione

$$[P] = [m l t^{-2} l^{-2}] = [m l^{-1} t^{-2}]$$

Potenza

$$[P] = [m l^2 t^{-2} t^{-1}] = [m l^2 t^{-3}]$$

Applicazioni:

$[A] = [B]$  sempre!

$\ln(a)$ ,  $e^a$ ,  $\sin(a)$ ,  $\cos(a)$  ->  $[a]$  adim.

# Unità di Misura

GRANDEZZA	DIMENSIONI [L, M, T]	UNITA' di MISURA in S.I.	SIMBOLO	UNITA' di MISURA in C.G.S.	SIMBOLO	DIMENSIONI [L, F, T]	UNITA' di MISURA in SISTEMA PRATICO	SIMBOLO
Lunghezza	$[L^1 M^0 T^0]$	metro	<i>m</i>	centimetro	<i>cm</i>	$[L^1 F^0 T^0]$	metro	<i>m</i>
Superficie	$[L^2 M^0 T^0]$	metro <sup>2</sup>	<i>m</i> <sup>2</sup>	centimetro <sup>2</sup>	<i>cm</i> <sup>2</sup>	$[L^2 F^0 T^0]$	metro <sup>2</sup>	<i>m</i> <sup>2</sup>
Volume	$[L^3 M^0 T^0]$	metro <sup>3</sup>	<i>m</i> <sup>3</sup>	centimetro <sup>3</sup>	<i>cm</i> <sup>3</sup>	$[L^3 F^0 T^0]$	metro <sup>3</sup>	<i>m</i> <sup>3</sup>
Angolo piano	$[L^0 M^0 T^0]$	radiante	<i>rad</i>	radiante	<i>rad</i>	$[L^0 F^0 T^0]$	radiante	<i>rad</i>
Angolo solido	$[L^0 M^0 T^0]$	steradiane	<i>sr</i>	steradiane	<i>sr</i>	$[L^0 F^0 T^0]$	steradiane	<i>sr</i>
Massa	$[L^0 M^1 T^0]$	chilogrammo	<i>kg</i>	grammo	<i>g</i>	$[L^{-1} F^1 T^2]$	kgpeso · secondo <sup>2</sup> /metro	<i>kgf · s</i> <sup>2</sup> / <i>m</i>
Tempo	$[L^0 M^0 T^1]$	secondo	<i>s</i>	secondo	<i>s</i>	$[L^0 F^0 T^1]$	secondo	<i>s</i>
Frequenza	$[L^0 M^0 T^{-1}]$	hertz	<i>Hz</i>	hertz	<i>Hz</i>	$[L^0 F^0 T^{-1}]$	hertz	<i>Hz</i>
Velocità lineare	$[L^1 M^0 T^{-1}]$	metro/secondo	<i>m/s</i>	centimetro/secondo	<i>cm/s</i>	$[L^1 F^0 T^{-1}]$	metro/secondo	<i>m/s</i>
Velocità angolare	$[L^0 M^0 T^{-1}]$	radiante/secondo	<i>rad/s</i>	radiante/secondo	<i>rad/s</i>	$[L^0 F^0 T^{-1}]$	radiante/secondo	<i>rad/s</i>
Accel. lineare	$[L^1 M^0 T^{-2}]$	metro/secondo <sup>2</sup>	<i>m/s</i> <sup>2</sup>	centimetro/secondo <sup>2</sup>	<i>cm/s</i> <sup>2</sup>	$[L^1 F^0 T^{-2}]$	metro/secondo <sup>2</sup>	<i>m/s</i> <sup>2</sup>
Accel. angolare	$[L^0 M^0 T^{-2}]$	radiante/secondo <sup>2</sup>	<i>rad/s</i> <sup>2</sup>	radiante/secondo <sup>2</sup>	<i>rad/s</i> <sup>2</sup>	$[L^0 F^0 T^{-2}]$	radiante/secondo <sup>2</sup>	<i>rad/s</i> <sup>2</sup>
Forza	$[L^1 M^1 T^{-2}]$	newton	<i>N</i>	dyne	<i>dyn</i>	$[L^0 F^1 T^0]$	kgpeso	<i>kgf</i>
Lavoro	$[L^2 M^1 T^{-2}]$	joule	<i>J</i>	erg	<i>erg</i>	$[L^1 F^1 T^0]$	chilogrammetro chilowattora	<i>kgm</i> <i>kWh</i>
Potenza	$[L^2 M^1 T^{-3}]$	watt	<i>W</i>	erg/secondo	<i>erg/s</i>	$[L^1 F^1 T^{-1}]$	chilogrammetro/secondo (*)	<i>kgm/s</i>
Pressione	$[L^{-1} M^1 T^{-2}]$	pascal	<i>Pa</i>	baria	<i>baria</i>	$[L^{-2} F^1 T^0]$	kgpeso/metro <sup>2</sup> (**)	<i>kgf/m</i> <sup>2</sup>
Densità assoluta	$[L^{-3} M^1 T^0]$	chilogrammo/metro <sup>3</sup>	<i>kg/m</i> <sup>3</sup>	grammo/centimetro <sup>3</sup>	<i>g/cm</i> <sup>3</sup>	$[L^{-4} F^1 T^2]$	kgpeso · secondo <sup>2</sup> / metro <sup>4</sup>	<i>kgf · s</i> <sup>2</sup> / <i>m</i> <sup>4</sup>
Peso specifico	$[L^{-2} M^1 T^{-2}]$	newton/metro <sup>3</sup>	<i>N/m</i> <sup>3</sup>	dyne/centimetro <sup>3</sup>	<i>dyn/cm</i> <sup>3</sup>	$[L^3 F^1 T^0]$	kgpeso/metro <sup>3</sup>	<i>kgf/m</i> <sup>3</sup>
Momento d'inerzia	$[L^2 M^1 T^0]$	chilogrammo · metro <sup>2</sup>	<i>kg · m</i> <sup>2</sup>	grammo · centimetro <sup>2</sup>	<i>g · cm</i> <sup>2</sup>	$[L^1 F^1 T^2]$	kgpeso · metro · secondo <sup>2</sup>	<i>kgf · m · s</i> <sup>2</sup>
Tensione superf.	$[L^0 M^1 T^{-2}]$	newton / metro	<i>N/m</i>	dyne/centimetro	<i>dyn/cm</i>	$[L^{-1} F^1 T^0]$	kgpeso/ metro	<i>kgf/m</i>
Viscosità	$[L^{-1} M^1 T^{-1}]$	pascal · secondo	<i>Pa · s</i>	poise	<i>P</i>	$[L^{-2} F^1 T^1]$	kgpeso · secondo / metro <sup>2</sup>	<i>kgf · s/m</i> <sup>2</sup>

## Valori tipici di lunghezze (m)

Diametro equatoriale della nostra galassia	$\sim 10^{21}$
1 anno luce	$9.46 \cdot 10^{15}$
Distanza media di Plutone dal Sole	$5.92 \cdot 10^{12}$
Distanza media del Sole dalla Terra	$1.5 \cdot 10^{11}$
Raggio del Sole	$6.96 \cdot 10^8$
Raggio (equatoriale) terrestre	$6.378 \cdot 10^6$
Raggio (polare) terrestre	$6.357 \cdot 10^6$
Altezza del Monte Bianco (sul livello del mare)	$4.81 \cdot 10^3$
Altezza media dell'uomo (italiano)	1.72
Diametro di un capillare medio (per $H_2O$ pura)	$\sim 10^{-3}$
Diametro medio di un granello di sabbia	$\sim 10^{-4}$
Diametro di un globulo rosso	$\sim 10^{-5}$
Lunghezza d'onda associata ad 1 eV	$1.24 \cdot 10^{-6}$
Lunghezza d'onda (nel vuoto) della luce di colore verde	$\sim 0.5 \cdot 10^{-6}$
Lunghezza tipica di un virus	$\sim 10^{-7}$
Raggio di Bohr dello stato fondamentale dell'idrogeno ( $a_0 = \epsilon_0 h^2 / \pi m_e e^2$ ) (*)	$0.529 \cdot 10^{-10}$
Lunghezza d'onda Compton dell'elettrone ( $\lambda = h / m_e c$ ) (*)	$2.43 \cdot 10^{-12}$
Raggio classico dell'elettrone ( $r_e = e^2 / 4 \pi \epsilon_0 m_e c^2$ ) (*)	$2.82 \cdot 10^{-15}$

## Valori tipici di massa (kg)

Nostra galassia	$\sim 3 \cdot 10^{41}$
Sole	$1.99 \cdot 10^{30}$
Terra	$5.97 \cdot 10^{24}$
Luna	$7.35 \cdot 10^{22}$
Massa della cometa di Halley	$\sim 10^{14}$
Grande iceberg	$\sim 10^{13}$
Superpetroliera	$\sim 10^8$
Locomotiva	$\sim 10^5$
Uomo medio	$0.75 \cdot 10^2$
Radio-meteora	$\sim 10^{-5}$
Granello di sabbia	$\sim 10^{-8}$
Gocciolina d'olio	$\sim 10^{-13}$
Virus	$6.8 \cdot 10^{-21}$
Molecola d'albumina	$1.1 \cdot 10^{-22}$
Massa a riposo del protone	$1.67 \cdot 10^{-27}$
Massa a riposo dell'elettrone	$9.11 \cdot 10^{-31}$

## Valori tipici di intervalli di tempo (s)

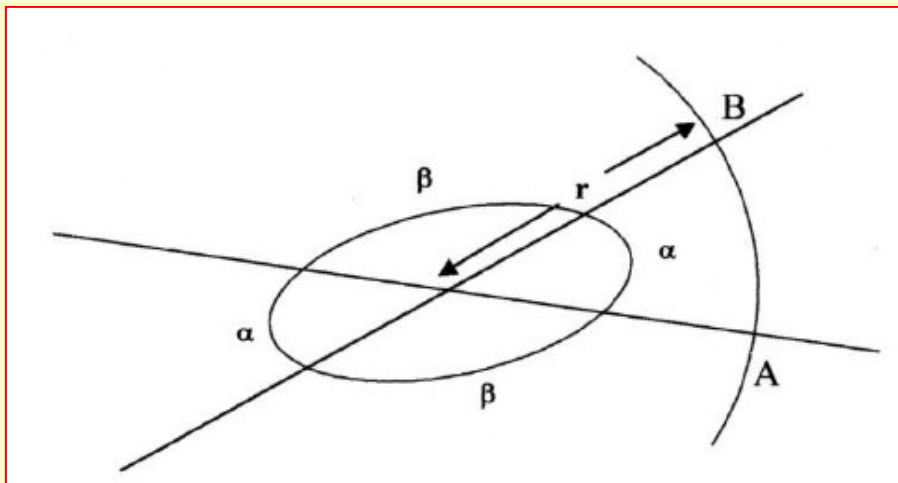
Età dell'universo	$\sim 4 \cdot 10^{17}$
Età della Terra	$1.4 \cdot 10^{17}$
Età della piramide di Cheope	$1.4 \cdot 10^{11}$
Vita media dell'uomo	$2.4 \cdot 10^9$
Periodo di rivoluzione della Terra (anno)	$3.1 \cdot 10^7$
Periodo di rotazione della Terra (giorno)	$8.6 \cdot 10^4$
Periodo di rivoluzione di un satellite artificiale	$5.4 \cdot 10^3$
Vita media del neutrone	$8.9 \cdot 10^2$
Intervallo fra due pulsazioni cardiache normali	$8.0 \cdot 10^{-1}$
Periodo di un diapason in La	$2.3 \cdot 10^{-3}$
Vita media del muone	$2.2 \cdot 10^{-6}$
Vita media del pione carico	$2.6 \cdot 10^{-8}$
Periodo di oscillazione di microonde (di 3 cm di lunghezza d'onda)	$1.0 \cdot 10^{-10}$
Tipico periodo di rotazione di una molecola	$1.0 \cdot 10^{-12}$
Periodo di oscillazione di radiazioni luminose ( $\lambda = 300 \text{ nm}$ )	$1.0 \cdot 10^{-15}$
Vita media del pione neutro	$0.84 \cdot 10^{-16}$
Periodo di oscillazione di un raggio $\gamma$ da 1 MeV	$\sim 4.0 \cdot 10^{-21}$

## Prefissi per multipli e sottomultipli

Fattore	Prefisso	Simbolo
$10^{24}$	yotta	Y
$10^{21}$	zetta	Z
$10^{18}$	exa	E
$10^{15}$	peta	P
$10^{12}$	tera	T
$10^9$	giga	G
$10^6$	mega	M
$10^3$	kilo	k
$10^2$	etto	h
$10^1$	deca	da
$10^{-1}$	deci	d
$10^{-2}$	centi	c
$10^{-3}$	milli	m
$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{-9}$	nano	n
$10^{-12}$	pico	p
$10^{-15}$	femto	f
$10^{-18}$	atto	a
$10^{-21}$	zepto	z
$10^{-24}$	yocto	y



# Angolo piano e angolo solido



angolo piano: la parte di piano individuata da 2 rette non parallele

$$\alpha = AB / r$$

radianti

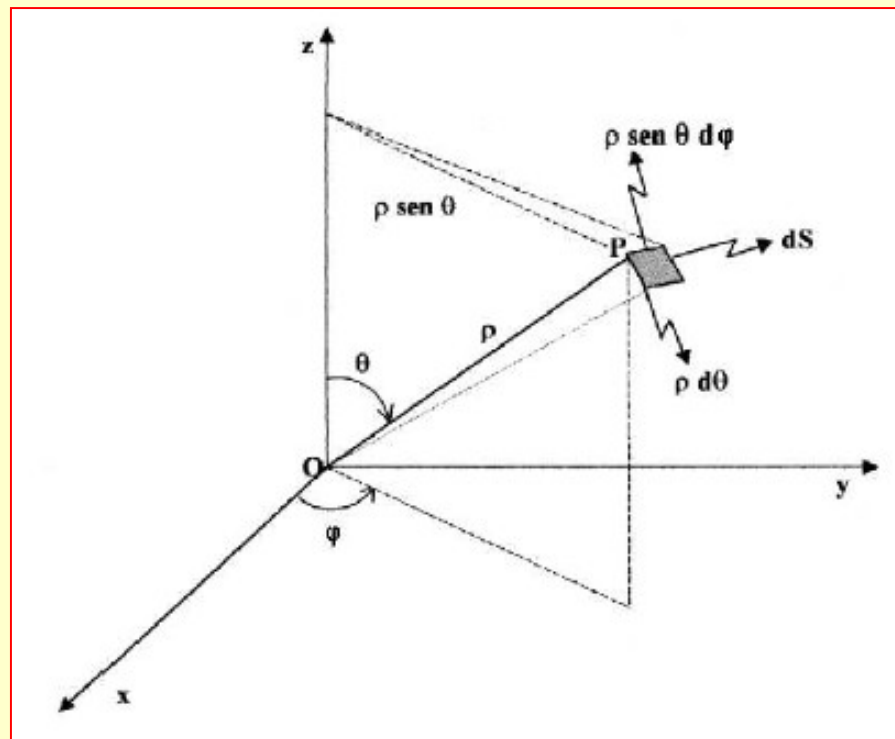
Angolo solido: porzione di spazio, vista da un punto fisso

$$d\omega = \frac{dS}{\rho^2}$$

$$d\omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

$$\Omega = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \, d\theta$$

steradiani



# Esercizi, esercizi, esercizi.....

- **G = mzwρ** dove m è una massa, z una quota geometrica, w una velocità angolare e ρ una distanza.  
-> [G] e unità di misura

$$[G] = [m \text{ l t}^{-1}] = [m \text{ l}^2 \text{ t}^{-1}] \text{ unità di misura S.I.}$$

$$\rightarrow \text{kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

unità di misura c.g.s.

$$\rightarrow \text{g cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

fattore di conversione

$$\rightarrow 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} = 1 \cdot 10^7 \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$2) \quad h = \frac{2 \cdot \tau}{\rho \cdot g \cdot r} \quad h = \text{altezza, } r = \text{raggio, } \rho = \text{densità assoluta e } g = \text{accelerazione}$$

$$3) \quad F = 6 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot r \cdot v$$

$F =$  modulo di una forza (=25 dyne)  
 $r =$  raggio di una sferetta (=  $1.5 \cdot 10^{-2}$  m)  
 $v =$  velocità della sferetta (=3 Km/h)

$$4) \quad P = \frac{d^5}{\beta} \cdot \left( \frac{d\rho}{dt} \right)^2 \quad P \text{ è una potenza, } d \text{ una distanza e } \left( \frac{d\rho}{dt} \right) \text{ la derivata di una densità rispetto al tempo } t$$

$$5) \quad P = \frac{k}{c^5} \cdot \left( \frac{d^3 I}{dt^3} \right)^2 \quad P \text{ è la potenza trasportata da un'onda gravitazionale, } c \text{ la velocità della luce}$$

$\left( \frac{d^3 I}{dt^3} \right)$  la derivata terza del momento di inerzia di un corpo rispetto al tempo