

Potenze in alternata

Consideriamo un ramo di un circuito elettrico percorso da una corrente i e ai capi del quale sia presente una ddp v . Si definisce “potenza istantanea” W la grandezza

$$W = i * v$$

che corrisponde al lavoro per unità di tempo fatto dal campo elettrico sulle cariche che attraversano la ddp v .

Se il ramo è puramente resistivo e la temperatura è mantenuta costante (ovvero R costante) allora vale

$$W = i^2 R = v^2 / R$$

Correnti alternate

Se il circuito è a costanti concentrate e se si considerano frequenze e dimensioni del circuito per cui valga il regime quasi stazionario, potremo ancora utilizzare la definizione di W ma non potremo utilizzare il formalismo dei numeri complessi in quanto $\text{Re} (A * B) \neq \text{Re} (A) * \text{Re} (B)$

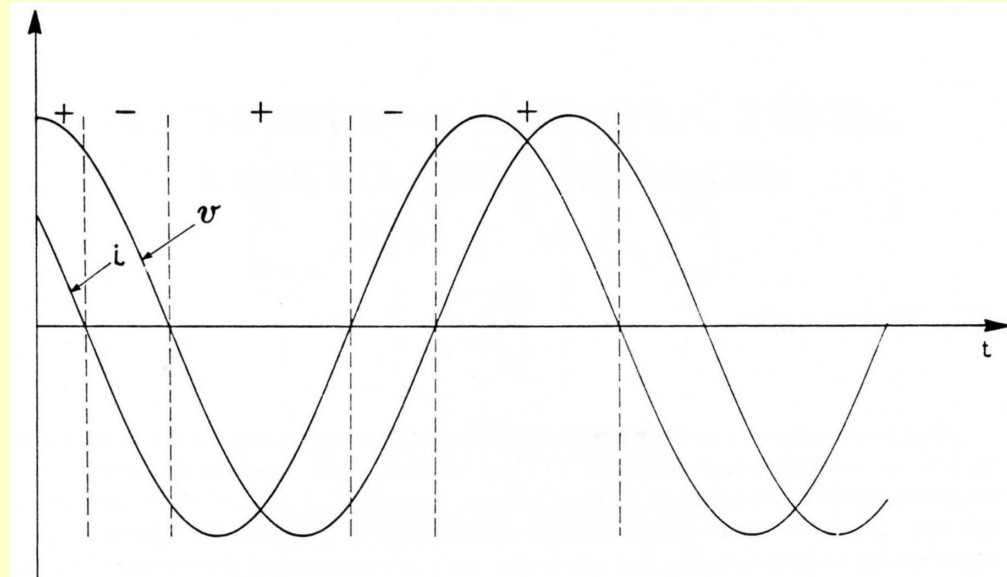
Potenze in alternata

Consideriamo ora un ramo, con impedenza $Z = R + jX$, al quale sia applicata una ddp $V = v_0 e^{j\omega t}$ e nel quale scorre una corrente $I = i_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$, con $i_0 = v_0 / |Z|$ e $\varphi = -\text{atan}(X/R)$

La “potenza istantanea” W sarà allora

$W = v_0 * i_0 \cos(\omega t) \cos(\omega t + \varphi)$
variabile nel tempo e con segni diversi a seconda di t (potenza positiva \rightarrow circuito esterno compie lavoro sulle cariche in moto nel ramo, potenza negativa \rightarrow circuito esterno riceve energia dall'impedenza).

Se calcoliamo la potenza media su un periodo T otteniamo



$$\begin{aligned} \langle W \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} W dt = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} v_0 i_0 \cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi) dt = \\ &= \frac{v_0 i_0}{2} \cos \varphi = v_{eff} i_{eff} \cos \varphi \end{aligned}$$

Potenze in alternata

$$\langle W \rangle = \frac{v_0 i_0}{2} \cos \varphi = v_{eff} i_{eff} \cos \varphi$$

Per avere $\langle W \rangle = 0$ dovrà essere $\cos \varphi$ ("fattore di potenza") = 0
ovvero
 $\varphi = \pm \pi / 2 \rightarrow X/R = \pm \infty \rightarrow R = 0$
nessuna dissipazione

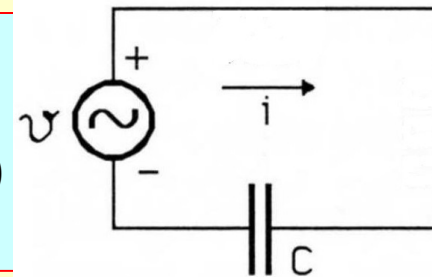
Riscrivendo la potenza media su un periodo nella forma

$$\langle W \rangle = \frac{v_0 i_0}{2} \cos \varphi = |Z| \frac{i_0^2}{2} \cos \varphi = i_{eff}^2 R$$

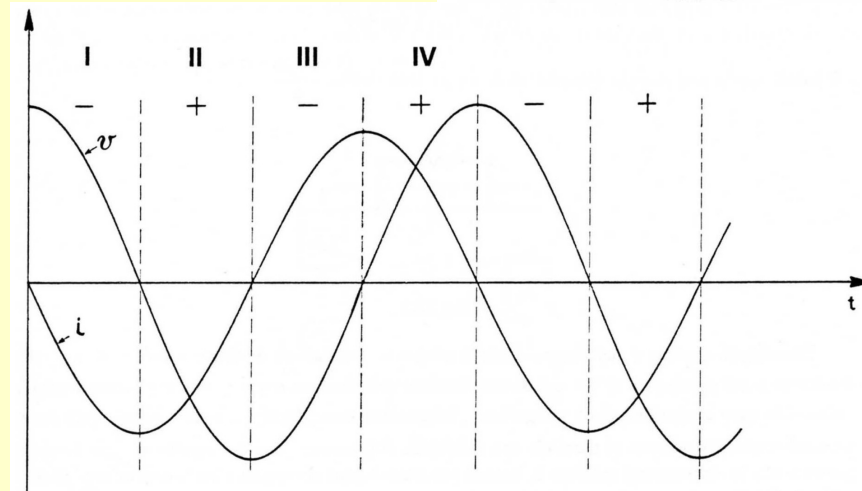
si vede che essa coincide con quella di una corrente continua di intensità pari al valore efficace della corrente alternata che scorra nella sola resistenza R

Potenze in alternata

Consideriamo ora il caso in cui nel ramo sia presente solo un condensatore C. Se ad esso viene applicata una ddp $v_0 \cos(\omega t)$, in esso scorre una corrente $i = -v_0 \omega C \sin(\omega t)$ e il lavoro nelle varie fasi è dato da



$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}_I = \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} v \cdot idt = \frac{-v_0^2 C}{2} \sin^2 \omega t \Big|_0^{\frac{\pi}{2\omega}} = -\frac{v_0^2 C}{2} = -\frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \\ \mathcal{L}_{II} = \int_{\frac{\pi}{2\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} v \cdot idt = \frac{-v_0^2 C}{2} \sin^2 \omega t \Big|_{\frac{\pi}{2\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} = \frac{v_0^2 C}{2} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \\ \mathcal{L}_{III} = \int_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{3\pi}{2\omega}} v \cdot idt = \frac{-v_0^2 C}{2} \sin^2 \omega t \Big|_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{3\pi}{2\omega}} = -\frac{v_0^2 C}{2} = -\frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \\ \mathcal{L}_{IV} = \int_{\frac{3\pi}{2\omega}}^0 v \cdot idt = \frac{-v_0^2 C}{2} \sin^2 \omega t \Big|_{\frac{3\pi}{2\omega}}^0 = \frac{v_0^2 C}{2} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \end{array} \right.$$

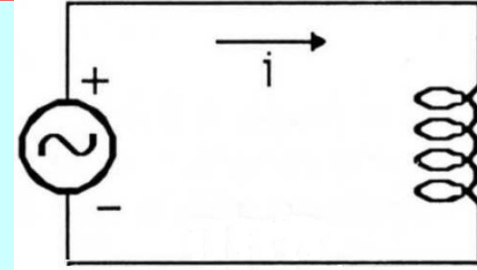


con Q_0 il massimo del valore assoluto della carica accumulata sulle armature. Nella fase I il condensatore (carico) cede energia al circuito esterno, nella fase II è invece il circuito esterno a fornire energia al condensatore che si ricarica e così via.

L'energia istantanea accumulata su C è $W_E = \frac{1}{2} Q^2(t) / C$ ed essendo $Q(t) = \int_0^t i(t) dt = v_0 C \cos \omega t$ si ha $W_E = \frac{1}{2} (v_0^2 C^2 / C) \cos^2 \omega t = v_{\text{eff}}^2 C \cos^2 \omega t$.
 Il suo valore medio su un periodo è $\langle W_E \rangle = v_{\text{eff}}^2 C / 2$

Potenze in alternata

Nel caso di una induttanza ($Z = j \omega L$) l'energia accumulata nella bobina sotto forma di campo magnetico è data istante per istante $W_M = i_{\text{eff}}^2 L \sin^2 \omega t$ e il valore medio dell'energia accumulata in un periodo è $\langle W_M \rangle = i_{\text{eff}}^2 L / 2$

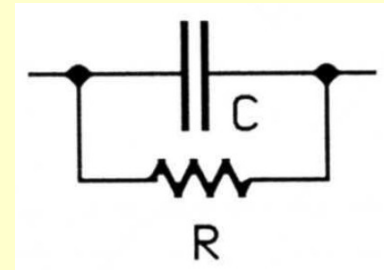


Condensatore reale
Fattore di dissipazione D

$$D = \frac{1}{2\pi} \frac{\text{Energia dissipata per effetto Joule in un ciclo}}{\text{Energia massima accumulata nel condensatore}}$$

L'energia dissipata sulla resistenza in parallelo

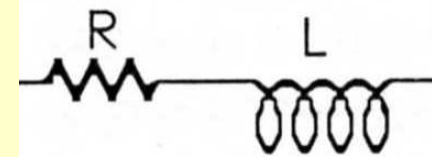
$$E_D = \frac{v_{\text{eff}}^2}{R} T = \frac{v_{\text{eff}}^2}{R} \frac{2\pi}{\omega}$$



$$D = \frac{v_{\text{eff}}^2}{2\pi} \frac{2\pi}{R\omega v_{\text{eff}}^2 C} = \frac{1}{\omega RC}$$

Induttanza reale
Fattore di merito Q

$$Q = \frac{1}{D} = \frac{2\pi i_{\text{eff}}^2 L}{i_{\text{eff}}^2 R \frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega L}{R}$$



Trasferimento di potenza

Per un generico circuito quale è il carico Z per cui si ha il massimo trasferimento di potenza media dal generatore, caratterizzato da una impedenza interna Z_i , al carico?

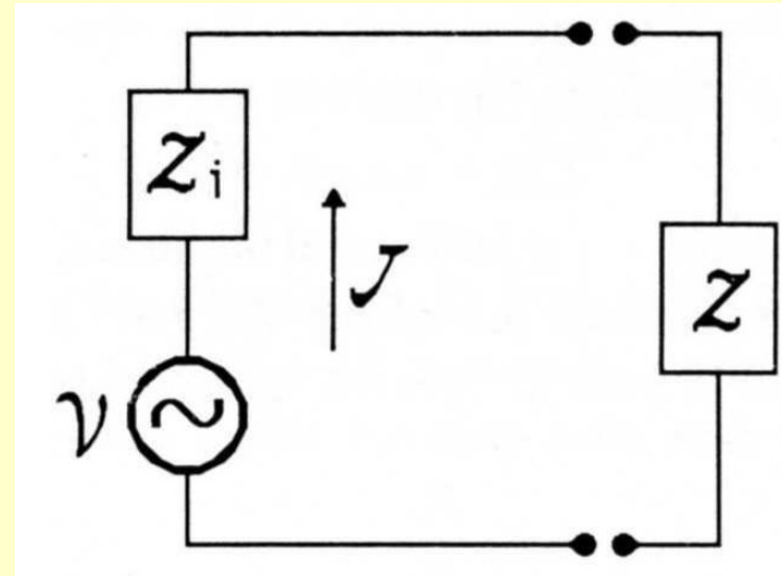
Siano $Z_i = R_i + j X_i$ e $Z = R + j X$

La potenza media dissipata sul carico (disponibile per l'utente) è

$$\langle W_t \rangle = i_{eff}^2 R = \frac{v_{eff}^2}{(R_i + R)^2 + (X_i + X)^2} R$$

Il massimo trasferimento di potenza si ha quindi quando
 $X_i = -X$ e $R = R_i$

Il risultato ottenuto è analogo a quello trovato in continua, che ne è un caso particolare, e conferma che la parte immaginaria dell'impedenza non contribuisce alla potenza media massima utilizzabile.



Misura di corrente

Galvanometro di Deprez – d'Arsonval → fornisce indicazione proporzionale alla corrente che lo attraversa (dettagli sul principio di funzionamento saranno dati successivamente)



ingressi

lettura

portata

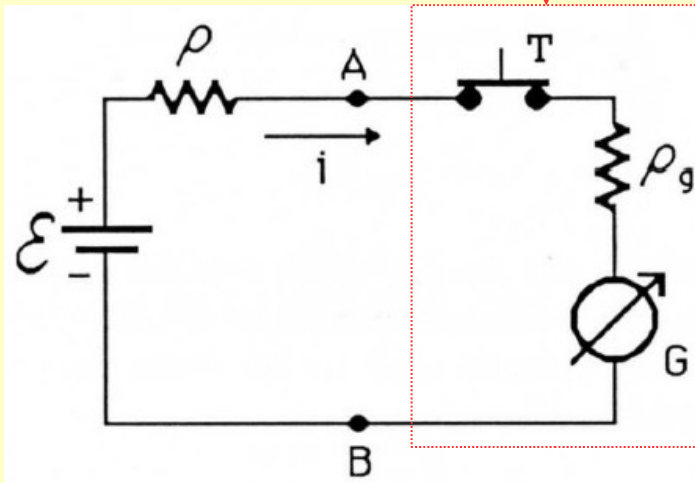
con k_r costante reometrica ($10^{-9} \div 10^{-7}$ A/mm)

$$i = K_r \varphi = k_r l$$

Nel galvanometro da banco disponibile in laboratorio la sensibilità massima è di circa 100 nA / divisione

Galvanometro Dinamica

Dal punto di vista elettrico il galvanometro è assimilabile ad una resistenza e quindi il suo inserimento in un circuito può essere rappresentato come in figura



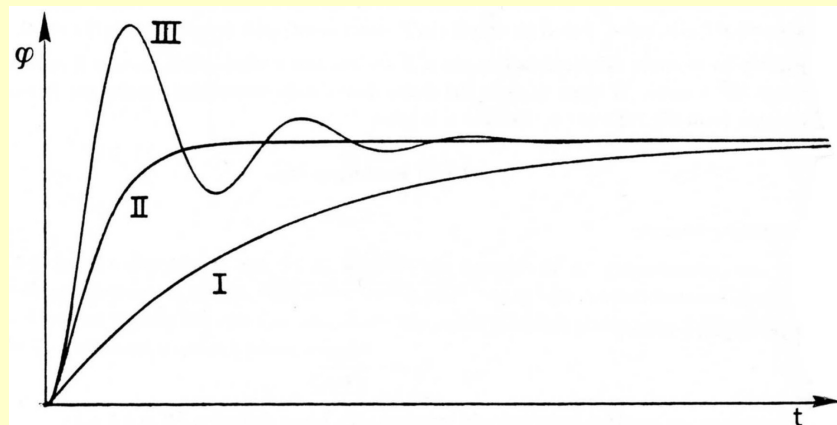
con \mathcal{E} e ρ fem e resistenza equivalenti ottenibili dal teorema di Thévenin per il circuito visto tra i terminali A e B

A $t=0$ viene chiuso il tasto T. Il moto successivo dell'indice del galvanometro segue andamenti diversi a seconda del valore di $R = \rho + \rho_g$

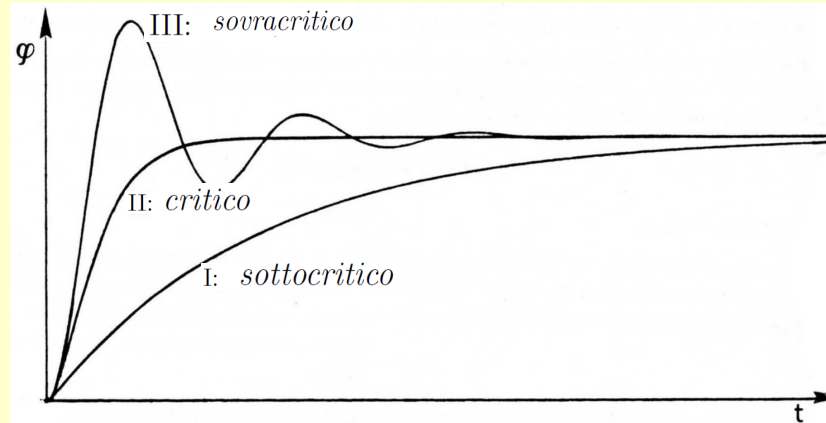
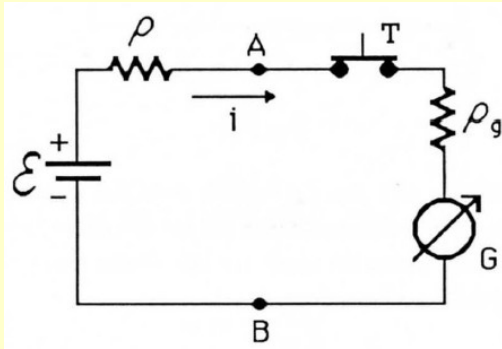
I: *sottocritico*

II: *critico*

III: *sovra-critico*



Galvanometro Dinamica



Caso II: avvicinamento all'asintoto nel più breve tempo possibile
→ $R =$ resistenza critica → $R_c = \rho_g$ resistenza critica esterna
Valori tipici $R_c = 10 \div 10^3 \Omega$

Caso I: ($R < R_c$) smorzamento elettrodinamico forte → assenza di oscillazioni

Caso III: ($R > R_c$) andamento oscillante con periodo $T = 1 \div 10 \text{ s}$