

# Conversione analogico-digitale

(Digitalizzazione ed analisi di segnali di rivelatori – L. Bardelli)

## Motivazione:

- determinazione, tramite oscilloscopio, delle forme dei segnali
- determinazione, tramite ADC, dell'ampiezza del segnale

## Digitalizzazione dei segnali

Ad un segnale analogico  $S(t)$  viene associato un vettore  $S[k]$  di valori numerici

## Doppia discretizzazione del segnale:

- Temporale → la conversione della tensione in un valore numerico viene ripetuta ad una frequenza fissata → campionamento a tempi equidistanti  $\Delta t = t_{\text{clk}}$
- In ampiezza → l'ampiezza del segnale  $S(t)$  viene convertita in un codice numerico a B bit

Esistono varie tecniche di campionamento che si differenziano per la frequenza e la risoluzione ottenibili (maggiore frequenza, minore risoluzione ovvero minor numero di bit) e per le corrispondenti architetture.

## Conversione analogico-digitale

Per preservare l'informazione dell'ampiezza del segnale (energia) è necessario l'utilizzo di campionatori con elevata risoluzione (ovvero alto numero di bit), limitando quindi la frequenza di campionamento.

D'altra parte segnali veloci richiedono l'utilizzo di campionatori veloci ( e quindi necessariamente limitati in risoluzione).

In pratica per i rivelatori in laboratorio si utilizzano campionatori con frequenze di campionamento superiori a 20 Msamples/s, con risoluzioni di 10-12 bit o superiori

1 sample/5 ns

1024 valori

In teoria. il miglior campionamento del segnale di un rivelatore lo si ottiene con un campionatore ad “alta” velocità di campionamento , in modo da campionare in “molti” punti il segnale di interesse per poi ricostruirlo “sufficientemente” bene. Questo processo è descritto dal seguente teorema di Nyquist-Shannon:

# Conversione analogico-digitale

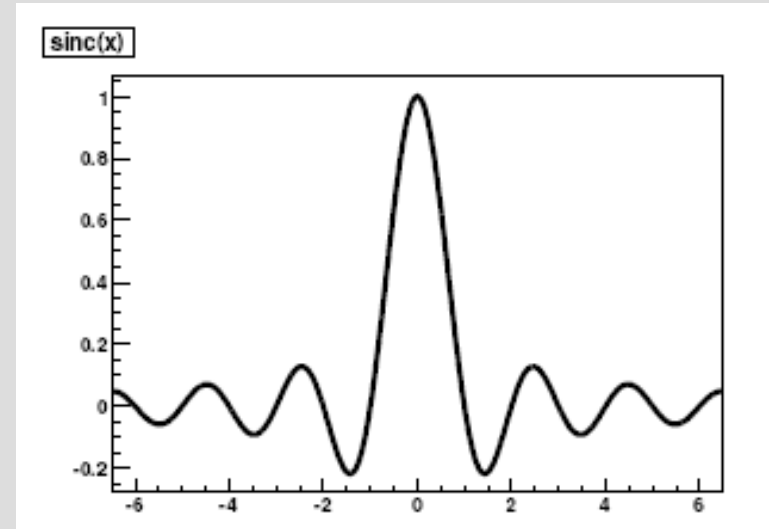
**Teorema del campionamento** Nelle ipotesi in cui:

- $S(t)$  è un segnale a banda limitata, ovvero la sua trasformata di Fourier è nulla per  $|f| > f_N$ , dove  $f_N$  è la frequenza di Nyquist del segnale,
- il segnale viene campionato puntualmente e senza rumore aggiuntivo a una frequenza di campionamento  $f_S \geq 2f_N$ ,

allora il segnale  $S(t)$  ad ogni tempo  $t$  è rappresentato completamente dai campioni  $S[k]$  raccolti, e può essere esattamente ricostruito mediante:

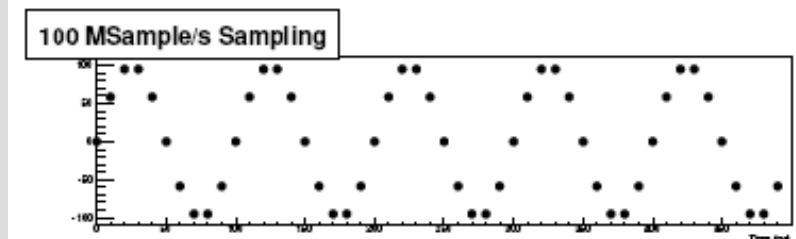
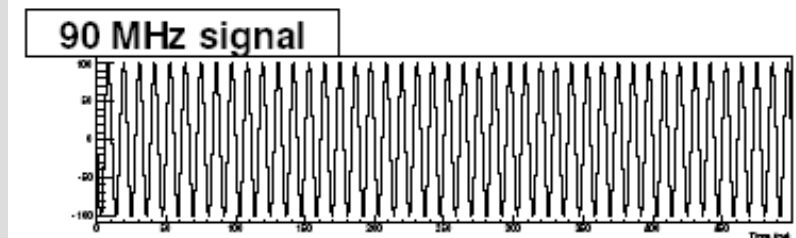
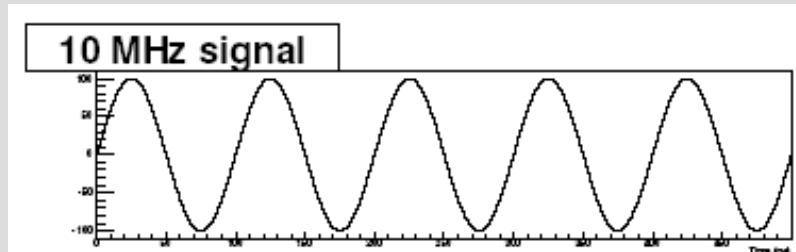
$$S'(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S[k] \cdot \text{sinc}\left(\frac{t}{\tau_{\text{clk}}} - k\right) \quad (1)$$

con la definizione  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ .



**Un esempio di “non corretto” campionamento del segnale è mostrato nella figura accanto, nella quale è riportato il campionamento a 100 MSamples/s di due segnali sinusoidali a 10 MHz e 90 MHz.**

**Per eliminare questo problema di ambiguità (aliasing) si usa spesso inserire prima del campionatore un filtro anti-aliasing (filtro passa basso con frequenza di taglio superiore pari a  $f_s/2$  o inferiore).**



# Conversione analogico-digitale

L'equazione (1) del teorema di Nyquist-Shannon può essere vista come convoluzione tra il segnale campionato  $S(k)$  e la funzione sinc ("kernel di interpolazione"). Nella figura accanto sono mostrati i risultati della ricostruzione del segnale  $S(t)$  tramite diverse interpolazioni tra i campioni  $S[k]$

Il processo di conversione introduce però un rumore che si aggiunge a quello presente sul segnale del rivelatore e deve essere piccolo per non influenzare le prestazioni del rivelatore.

Il processo di quantizzazione introduce un troncamento nell'ampiezza misurata del segnale in ingresso

$$S[k] = \text{troncamento}(S_{n.q.}[k])$$

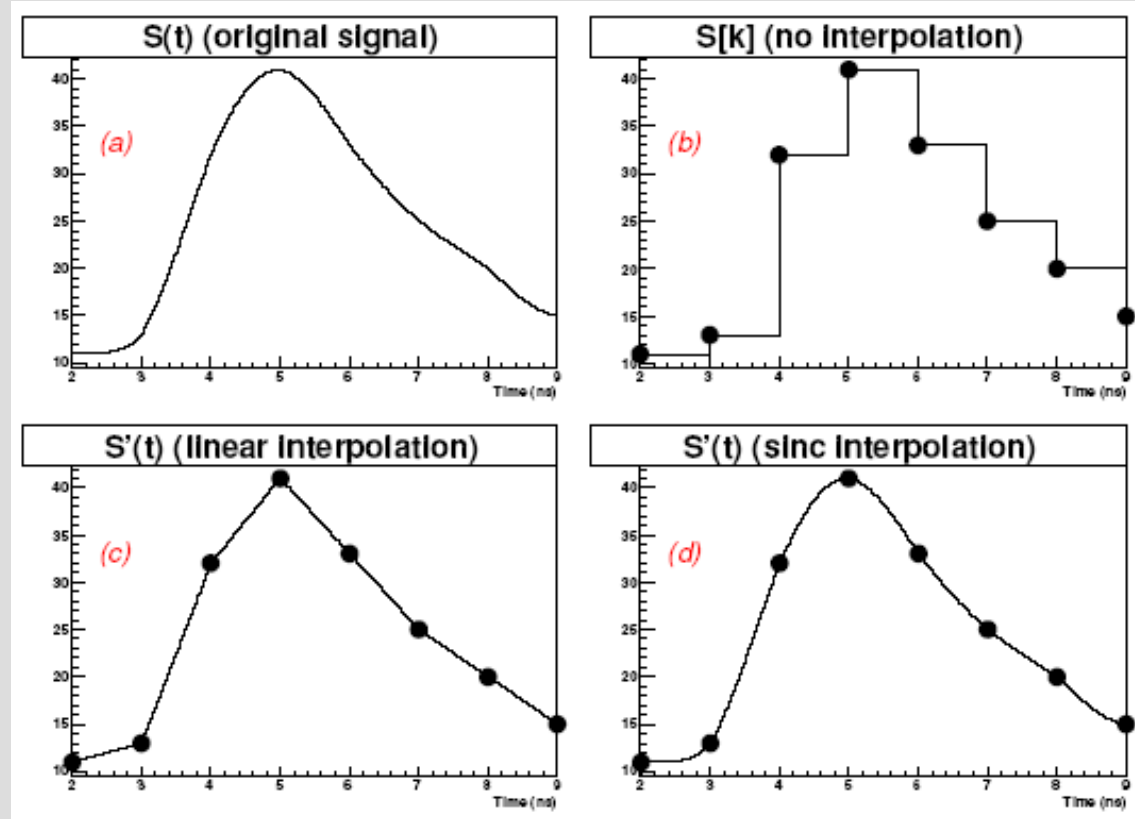
con  $S_{n.q.}[k]$  segnale non quantizzato.

Si può descrivere l'effetto del campionamento tramite l'aggiunta di un rumore  $n[k]$  sulla sequenza originaria in modo tale che

$$S[k] = S_{n.q.}[k] + n[k]$$

In molti casi il rumore  $n[k]$  può essere schematizzato come bianco e scorrelato in ampiezza con il segnale di ingresso.

Altri effetti (random sampling, non linearità integrale, non linearità differenziale, jitter del clock) possono influenzare i risultati della misura.



In tali condizioni la varianza del rumore di quantizzazione può essere definita come  $\sigma_Q^2 = (1/12) * (R/2^B)^2$  dove (1/12) è la varianza della distribuzione uniforme sull'intervallo [0,1] e R il range del convertitore. In pratica altre sorgenti di rumore interne all'ADC aumentano tale rumore e si introduce il "Numero di Bit Effettivi" (ENOB) come

$$\sigma_{ADC}^2 = (1/12) * (R/2^{ENOB})^2$$

Tipicamente  $ENOB = B - 1.5$

# Acquisizione ed analisi dati in laboratorio

Campionamento da un ADC veloce (frequenza di campionamento 0.1 - 5 Gs/s) e memorizzazione in continua su memoria numerica. La presenza di un segnale di trigger produce il trasferimento dei dati in memoria sul display (costituito da circa 10000 punti). La frequenza di campionamento dell'ADC si adatta alla base dei tempi impostata. I dati trasferiti dalla memoria possono essere manipolati per eseguire calcoli o trasferiti ad un PC (via http) per una successiva analisi.

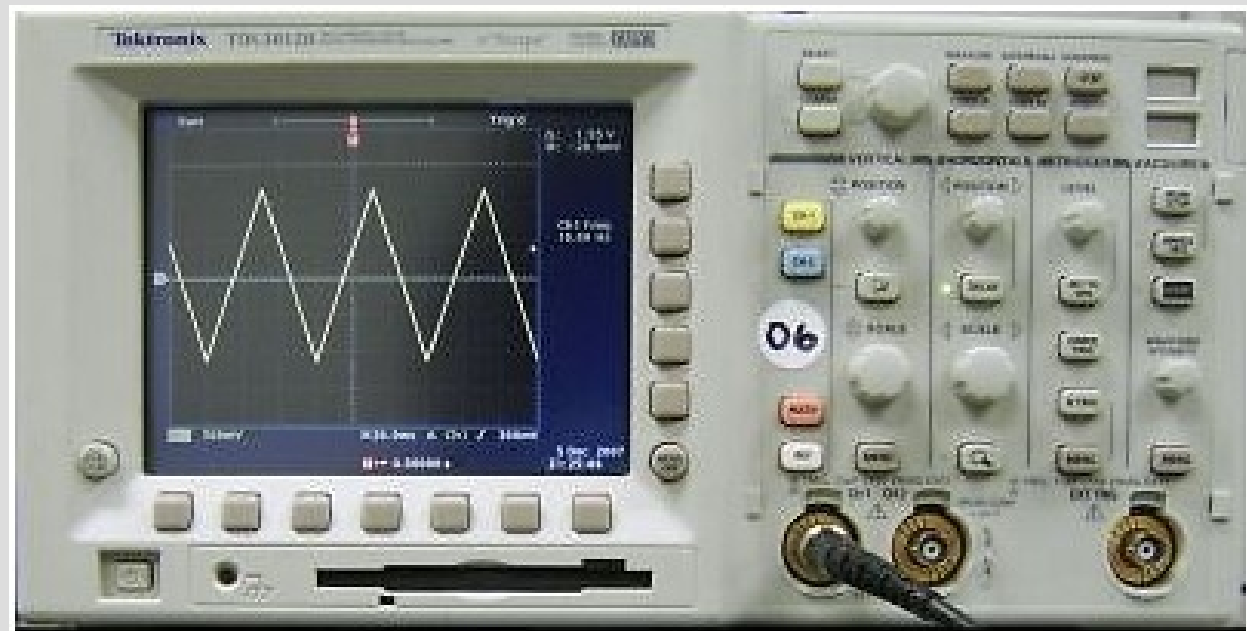
## Acquisizione ed analisi di un evento:

- Impostazione manuale delle scale orizzontale (tempi) e verticale e del trigger al fine di vedere sul display il segnale di interesse
- Selezione di un segnale tramite singolo spazzolamento
- Acquisizione da parte del programma di analisi del segnale

## Oscilloscopio digitale

### Tektronix TDS 3012B

- # 100 MHz Bandwidths
- # 2 Channel
- # Sample Rates to 5 GS/s per Channel
- # Full VGA Color LCD
- # 25 Automatic Measurements
- # 9-Bit Vertical Resolution



# Acquisizione ed analisi dati in laboratorio

## Analisi del segnale prodotto da un evento

Acquisizione dei segnali:

read from scope:

- Lettura da oscilloscopio  
selezionare oscilloscopio e canale  
di misura e poi acquisire con

Get signal!

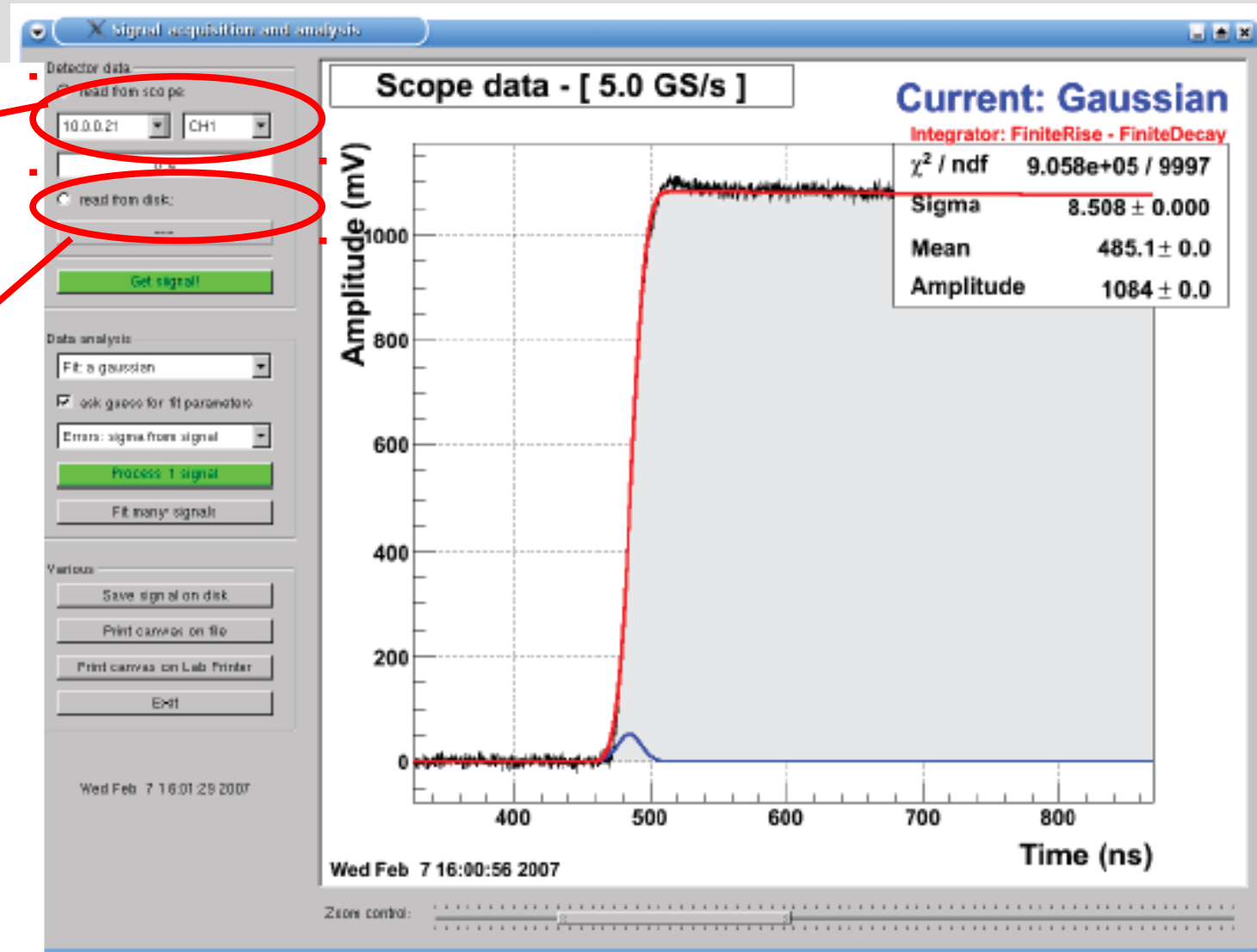
- Lettura da disco

read from disk:

selezionare file e poi

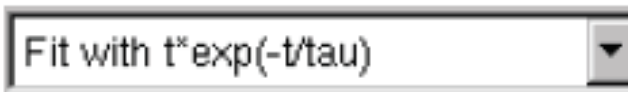
Get signal!

In ambedue i casi il programma  
esegue una sottrazione di una  
media dei primi 100 canali  
per riportare la linea di base a zero.



# Analisi dati in laboratorio

L'analisi vera e propria dei segnali viene condotta selezionando una delle funzionalità disponibili dalla combobox



## Fit dei segnali

All'interno del programma sono selezionabili varie funzioni standard che possono essere utilizzate per il fit delle forme d'onda acquisite tramite oscilloscopio. Il fit dei segnali viene eseguito tramite il metodo dei minimi quadrati (programma MINUIT) andando a minimizzare l'espressione :

$$X^2 = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^N \left[ S[k] - f(k\tau_{\text{clk}}; \vec{p}) \right]^2$$

$\vec{p}$  è il vettore dei parametri della funzione

$\tau_{\text{clk}}$  è il passo di campionamento utilizzato

Se  $f$  è lineare nei parametri  $p$  la minimizzazione è semplice. Se viceversa non è lineare, è necessario fornire al programma un valore iniziale (stima di "guess") per ciascuno dei parametri: la funzione viene quindi linearizzata in un intorno del punto di guess  $p$ . Nel caso di un solo parametro  $p$  avremo quindi

$$f(t; p) \simeq f(t; p_g) + \left[ \frac{\partial f(t; p)}{\partial p} \right]_{p_g} \cdot (p - p_g)$$

Si esegue il fit determinando così il valore di  $p$  che può essere usato ricorsivamente come nuovo valore di guess. Il processo si arresta quando le variazioni di  $p$  diventano inferiori di un certo valore di soglia predefinito.

## Analisi dati in laboratorio

Il fit del segnale acquisito viene scomposto in due componenti: l'originario segnale di corrente  $i(t)$  prodotto dal rivelatore in esame e la risposta  $G_{preamp}(t)$  dell'elettronica seguente (fotomoltiplicatore, preamplificatore, ecc....). Quindi la funzione  $f(t,p)$  può essere espressa nella forma:

$$f(t; \vec{p}) = i(t; \vec{p}) * G_{preamp}$$

All'interno del programma di analisi sono presenti alcune funzioni di risposta  $G_{preamp}(t)$  dell'elettronica di preamplificazione: gli eventuali parametri di  $G_{preamp}(t)$  (ad es. il tempo di salita) non vengono fittati dal programma ma devono essere misurati in precedenza. Dopo aver selezionato la funzione da fittare per  $i(t)$  e aver premuto il tasto

Process signal

appare la finestra di dialogo nella quale è possibile impostare i valori di guess dei parametri della funzione, le caratteristiche del preamplificatore usato ed i limiti per il fit del segnale

A seconda dei valori impostati per il tempo di salita o decay è possibile includere nel fit vari tipi di elettronica di preamplificazione.

The dialog box 'Set fit parameters and guesses...' contains a signal flow diagram and three columns of parameter settings:

- Segnale di corrente:** A yellow box containing a graph of a current signal with a sharp initial peak followed by an exponential decay.
- "Preamplificatore":** A yellow box containing a white triangle symbol representing an amplifier.
- Segnale finale:** A green box containing a graph of the final signal, which is the convolution of the current signal and the preamplifier response, showing a smooth curve.

Parameter input fields:

Set guesses for func_exp	GIVE "preamplifier" parameters	GIVE final sig. parameters:
T0 440.0	Rise time (ns,-1=perfect) 32.0	Fit limits: start (-1 for all) 0.0
tau 70.0	<input checked="" type="checkbox"/> Is Integrator? Int. decay (ns,-1=inf) -1.0	Fit limits: stop (-1 for all) 1800.0
A 1500.0		

Buttons: OK, Cancel



## Analisi dati in laboratorio

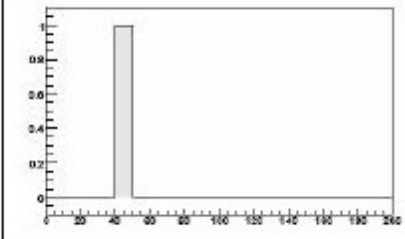
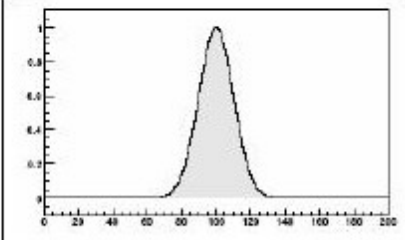
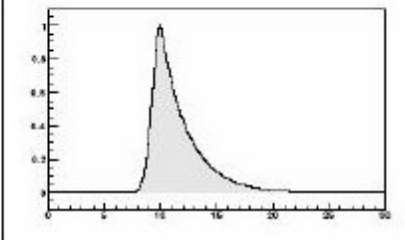
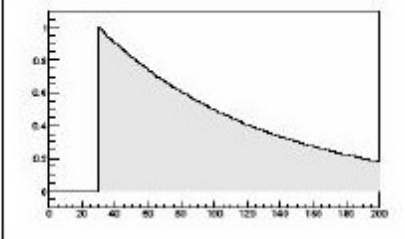
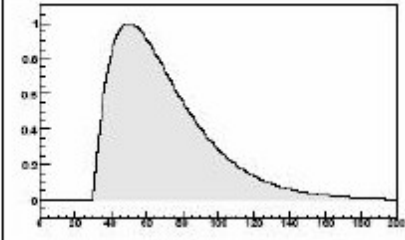
Ad esempio

Caso desiderato	T.rise (ns)	Is Integrator?	T.decay (ns)
Preamp. Ideale	-1	<input type="checkbox"/>	-
Integratore Ideale	-1	<input checked="" type="checkbox"/>	-1
Preamp. reale	valore	<input type="checkbox"/>	-
Integr. reale senza decay	valore	<input checked="" type="checkbox"/>	-1
Integr. reale con decay	valore	<input checked="" type="checkbox"/>	valore

Per quanto riguarda le funzioni disponibili per il fit della  $i(t)$  segue una carrellata delle più utilizzate

# Analisi dati in laboratorio

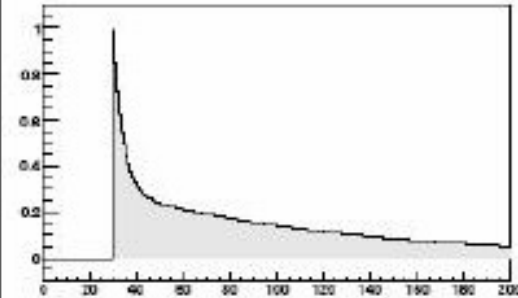
## Funzioni di Fit

FIT DEI SEGNALI		
Funzione	Andamento	Espressione
delta con durata finita		$i(t) = \begin{cases} A & \text{if } t > t_0 \text{ or } t < t_0 + t_W \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$
gaussiana		$i(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-t_m)^2}{2\sigma^2}\right)$
gaussiana · exp		$i(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-t_m)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$
$\exp(-t/\tau)$		$i(t) = \begin{cases} \frac{A}{\tau} \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right) & \text{if } t > t_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$
$t \exp(-t/\tau)$		$i(t) = \begin{cases} A \cdot \frac{t}{\tau^2} \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right) & \text{if } t > t_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

# Analisi dati in laboratorio

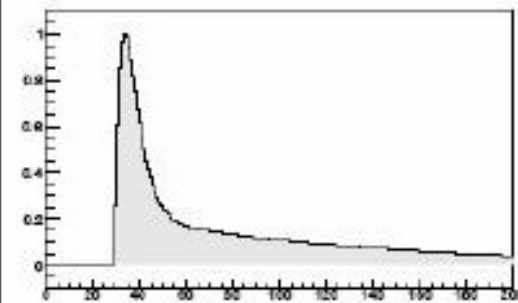
# Funzioni di Fit

$$A_1 \exp(-t/\tau_1) + A_2 \exp(-t/\tau_2)$$



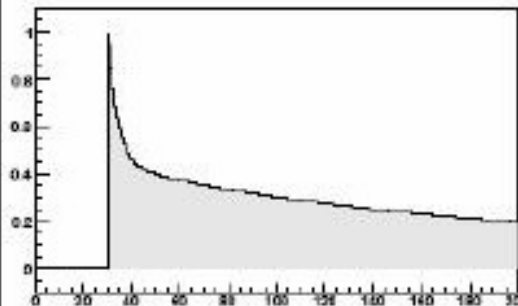
$$i(t) = \begin{cases} \frac{A_1}{\tau_1} \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_1}\right) + \frac{A_2}{\tau_2} \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_2}\right) & \text{if } t > t_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$A_1 t \exp(-t/\tau_1) + A_2 \exp(-t/\tau_2)$$



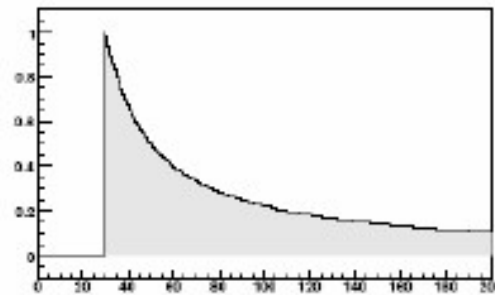
$$i(t) = \begin{cases} \frac{A_1}{\tau_1} \cdot t \cdot \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_1}\right) + \frac{A_2}{\tau_2} \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_1}\right) & \text{if } t > t_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Scintillatore a 3 componenti



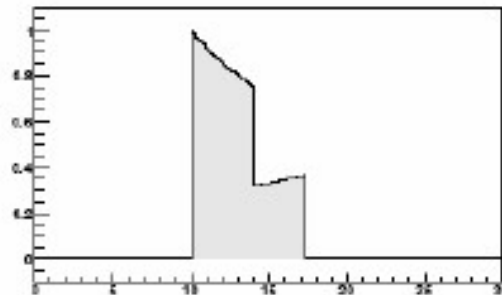
$$i(t) = \begin{cases} \frac{A_1}{\tau_1} \cdot t \cdot \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_1}\right) + \frac{A_2}{\tau_2} \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_2}\right) + \frac{A_3}{\tau_3} \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_3}\right) & \text{if } t > t_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$1/(1 + t/\tau)$$



$$i(t) = \begin{cases} A / [1 + \frac{t-t_0}{\tau}] & \text{if } t > t_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

“silicio”

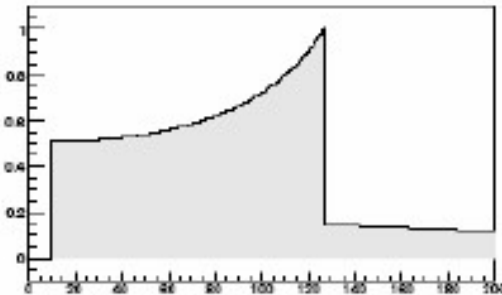


$$i(t) = \begin{cases} A \cdot [i_e(t - t_0) + i_h(t - t_0)] & \text{if } t > t_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$i_e(t) = \frac{e\mu_e b}{d} (a + bx_0) \exp(-\mu_e bt) \quad \text{if } t < t_e$$

$$i_h(t) = \frac{e\mu_h b}{d} (a + bx_0) \exp(+\mu_h bt) \quad \text{if } t < t_h$$

“germanio coassiale”



$$i(t) = \begin{cases} A \cdot [i_e(t - t_0) + i_h(t - t_0)] & \text{if } t > t_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$i_e(t) = \frac{ev_e}{\log(r_2/r_1)} \frac{1}{r_0 - v_e t} \quad \text{if } t < t_e$$

$$i_h(t) = \frac{ev_h}{\log(r_2/r_1)} \frac{1}{r_0 + v_h t} \quad \text{if } t < t_h$$

# Formazione dei segnali

Scopo della formazione dei segnali:

ridurre i problemi di possibile pile-up trasformando un segnale di ampiezza proporzionale alla carica prodotta e avente una lunga coda in uno di ampiezza ancora proporzionale alla carica ma con durata più breve possibile

Amplificatore lineare avente come base i circuiti CR e RC che hanno anche la funzione di filtro nel dominio delle frequenze e quindi contribuiscono a migliorare il rapporto segnale/rumore

La densità spettrale di rumore in uscita dal preamplificatore  $\rho_{OPA}$  può essere infatti espressa nella forma [ricordiamo che  $\langle v^2 \rangle = \int_0^\infty \rho(\omega) d\omega$  valore quadr. medio della tensione di rumore]

$$\rho_{OPA} = \rho_{OPA}^{IB} + \rho_{OPA}^{IFET} + \rho_{OPA}^{RB} + \rho_{OPA}^{RF} + \rho_{OPA}^{VFET} = (a/\omega^2) + b$$

con

$\rho_{OPA}^{IB}$  = dens. sp. di rumore associato a corrente inversa del rivelatore

$\rho_{OPA}^{IFET}$  = dens. sp. di rumore parallelo all'ingresso del JFET

$\rho_{OPA}^{RB}$  = dens. sp. di rumore Johnson della resistenza  $R_B$  di alimentazione

$\rho_{OPA}^{RF}$  = dens. sp. di rumore Johnson della resistenza  $R_F$  di reazione

$\rho_{OPA}^{VFET}$  = dens. sp. di rumore serie all'ingresso del JFET

bassa frequenza

rumore bianco

$$= 2qI_B / \omega^2 C_f^2$$

$$= 2qI_{FET} / \omega^2 C_f^2$$

$$= 4KT / R_B \omega^2 C_f^2$$

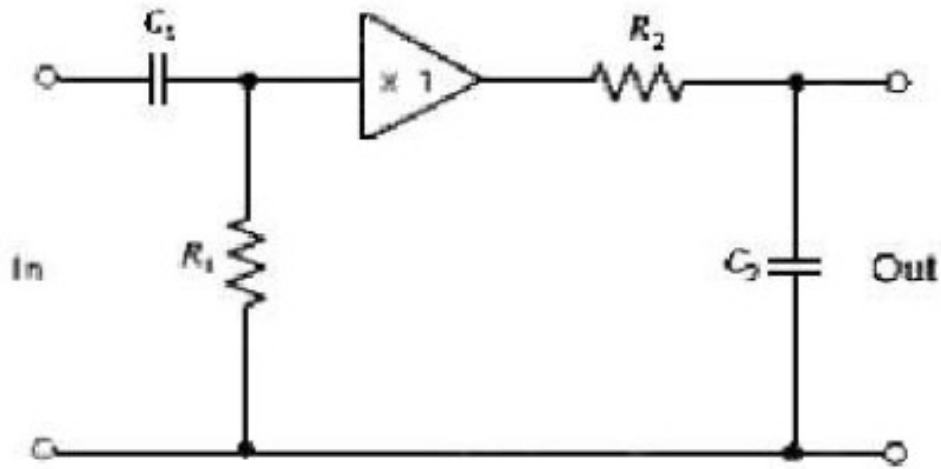
$$= 4KT / R_F \omega^2 C_f^2$$

$$= (2.7 KT/g_m) (\Sigma C / C_f)^2$$

dove  $\Sigma C$  è la somma delle capacità in parallelo all'ingresso del JFET

# Formazione dei segnali

## Circuito CR - RC



Risposta ad un segnale di ingresso a scalino di ampiezza E

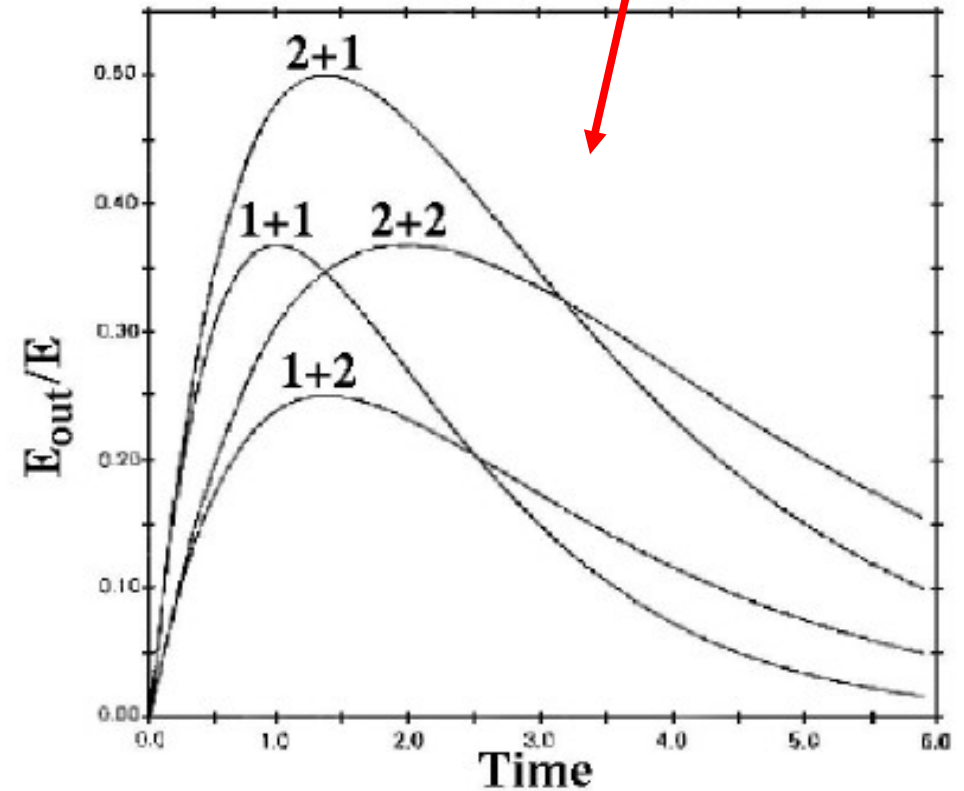
$$E_{out} = E \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2})$$

Spesso viene scelto  $\tau_1 = \tau_2 = \tau$  ottenendo

$$E_{out} = E \frac{t}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$\tau$  viene scelto in base a

- riduzione pile-up (breve)
- minimizzazione deficit balistico (lunga)
- riduzione rumore elettronico



## Formazione dei segnali

### Circuito CR – RC <sup>n</sup>

Se il circuito CR è seguito da n stadi RC la forma dell'impulso si avvicina a quella di una gaussiana.

Se le costanti di tempo sono uguali tra loro la risposta ad un segnale di ingresso a scalino di ampiezza E è data da

$$E_{out} = E \left( \frac{t}{\tau} \right)^n e^{-t/\tau}$$

In pratica già con  $n = 4$  la differenza rispetto ad una gaussiana risulta non significativa. In tali condizioni il tempo richiesto al segnale per arrivare al massimo è  $n\tau$  rispetto a  $\tau$  nel caso del singolo stadio. Per avere lo stesso tempo di salita si può quindi scegliere una costante di tempo nel circuito a 4 stadi 4 volte più piccola di quella del singolo stadio, con una corrispondente riduzione nel ritorno del segnale alla linea di base. Un ulteriore vantaggio lo si ha nel rapporto segnale/rumore che nel circuito a 4 stadi è circa 1.2 volte quello del singolo stadio

# Formazione dei segnali

## Amplificatore - Formatore

### Regolazioni e caratteristiche

**COARSE GAIN:** variazione amplificazione a passi discreti

**GAIN 0.5-1.5:** variazione continua dell'amplificazione tra il 50% e il 150% del COARSE GAIN

**SHAPING TIME:** selezione della costante di tempo di integrazione e differenziazione del segnale di ingresso

**BLR:** Base Line Restorer -> impedisce la trasmissione di componenti continue in continua nel segnale di ingresso e permette l'aggiustamento di "pole zero" sul segnale in uscita

**INPUT:** resistenza 500 ohm      **OUTPUT:** resistenza < 1 ohm

**UNIPOLAR:** formazione CR-RC-> miglior rapporto s/n

**BIPOLAR:** formazione CR-RC-CR -> segnale a media nulla adatto per rate variabili e per elettronica successiva DC coupled





# Acquisizione dei segnali

## ADC (Convertitore Analogico Digitale)

Fornisce un numero proporzionale all'ampiezza del segnale in ingresso

ADC di tipo Wilkinson [non molto veloce (tempo di conversione =  $(640 + 2.5 \cdot N_{ch})$  ns) ma con ottima linearità ( $<0.03\%$ )]

Risoluzione massima 13 bit (8192 canali)  
Range segnali di ingresso: 20 mV – 8.2 V

DEAD TIME %: tempo morto percentuale

GAIN: numero di canali in cui è convertito il range

RANGE: numero di bit impiegati

RISE TIME PROT.: ritardo acquisizione rispetto a segnale di ingresso per corretta conversione di ampiezza

ULD e LLD: soglie superiore ed inferiore su segnale di ingresso

