

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

Particelle pesanti cariche -> $m \geq m(\text{protone})$

Perdita di energia specifica
(calcolo quanto-relativistico di Bethe-Bloch)

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi N Z \frac{z^2 e^4}{m_e c^2 \beta^2} \left[\ln \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} - \beta^2 \right]$$

con

$$I = 12 Z \text{ eV}$$

energia media di ionizzazione

N la densità numerica degli atomi del materiale

Z il numero di elettroni per atomo

ze la carica dello ione proiettile

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi N Z \frac{z^2 e^4}{m_e c^2 \beta^2} \left[\ln \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} - \beta^2 \right]$$

Dipendenza da caratteristiche del proiettile

A parità di energia:

dipendenza da z^2

dipendenza da m

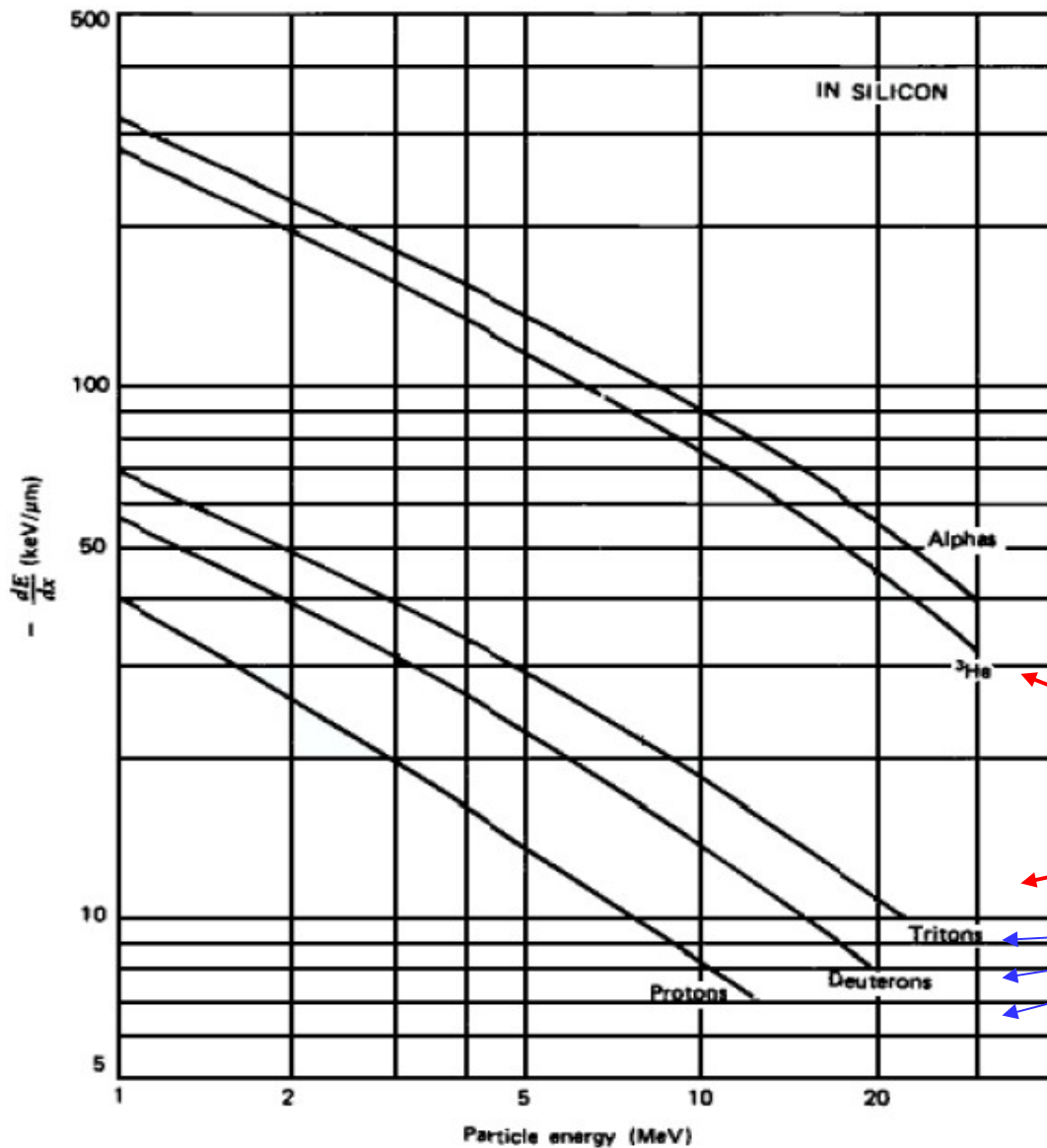


Figure 2-9 The specific energy loss calculated for different charged particles in silicon. (From Skyrme.³)

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

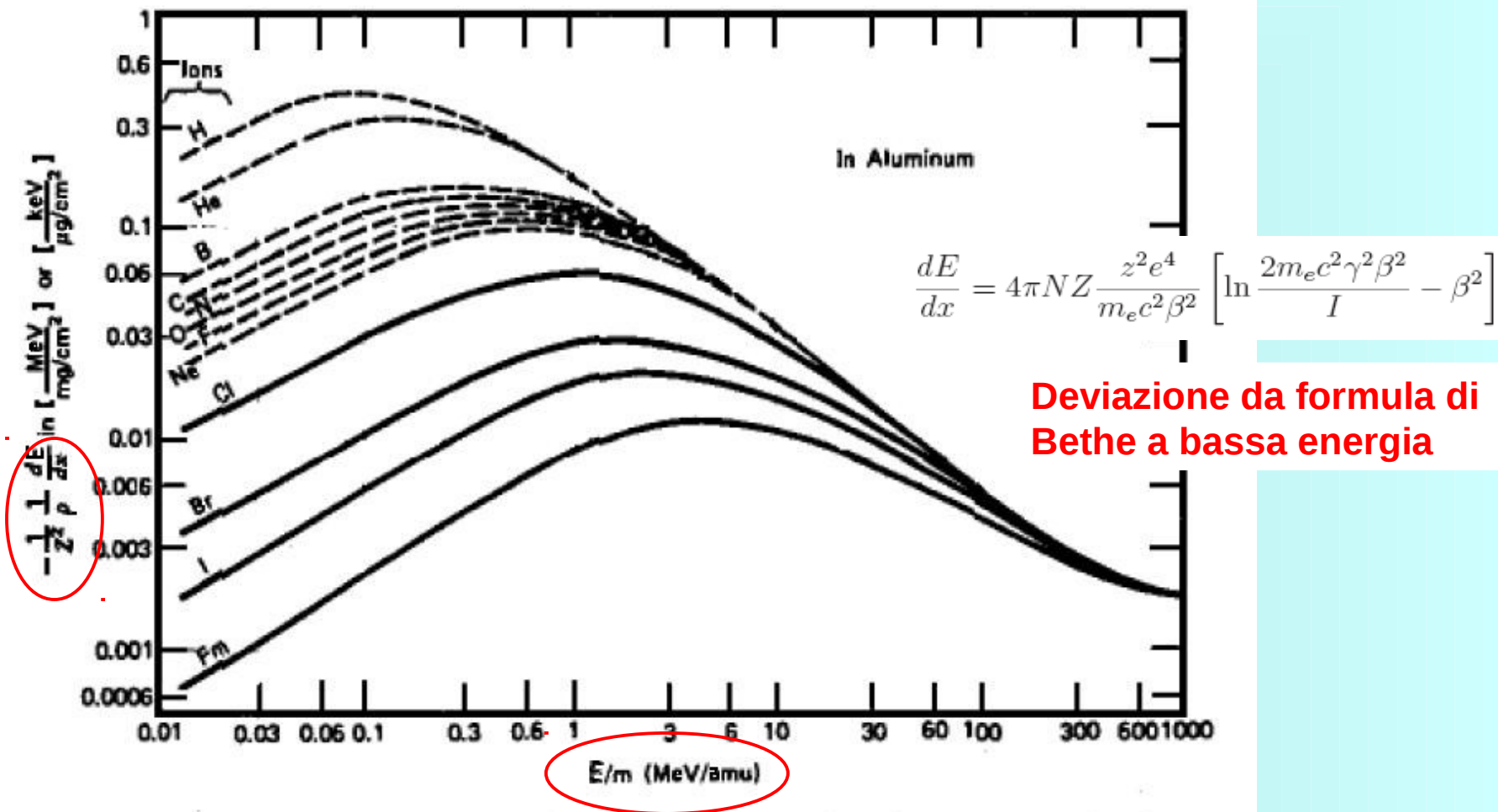


Figure 2-11 Plots showing the specific energy loss of various heavy ions in aluminum. The abscissa is the ion energy divided by its mass, and the ordinate is $-dE/dx$ divided by the density of aluminum and the square of the ion atomic number. Typical fission fragments (e.g., iodine) show a continuously decreasing $-dE/dx$ while slowing from their initial energy (~ 1 MeV/amu). (From Northcliffe and Schilling.⁷)

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

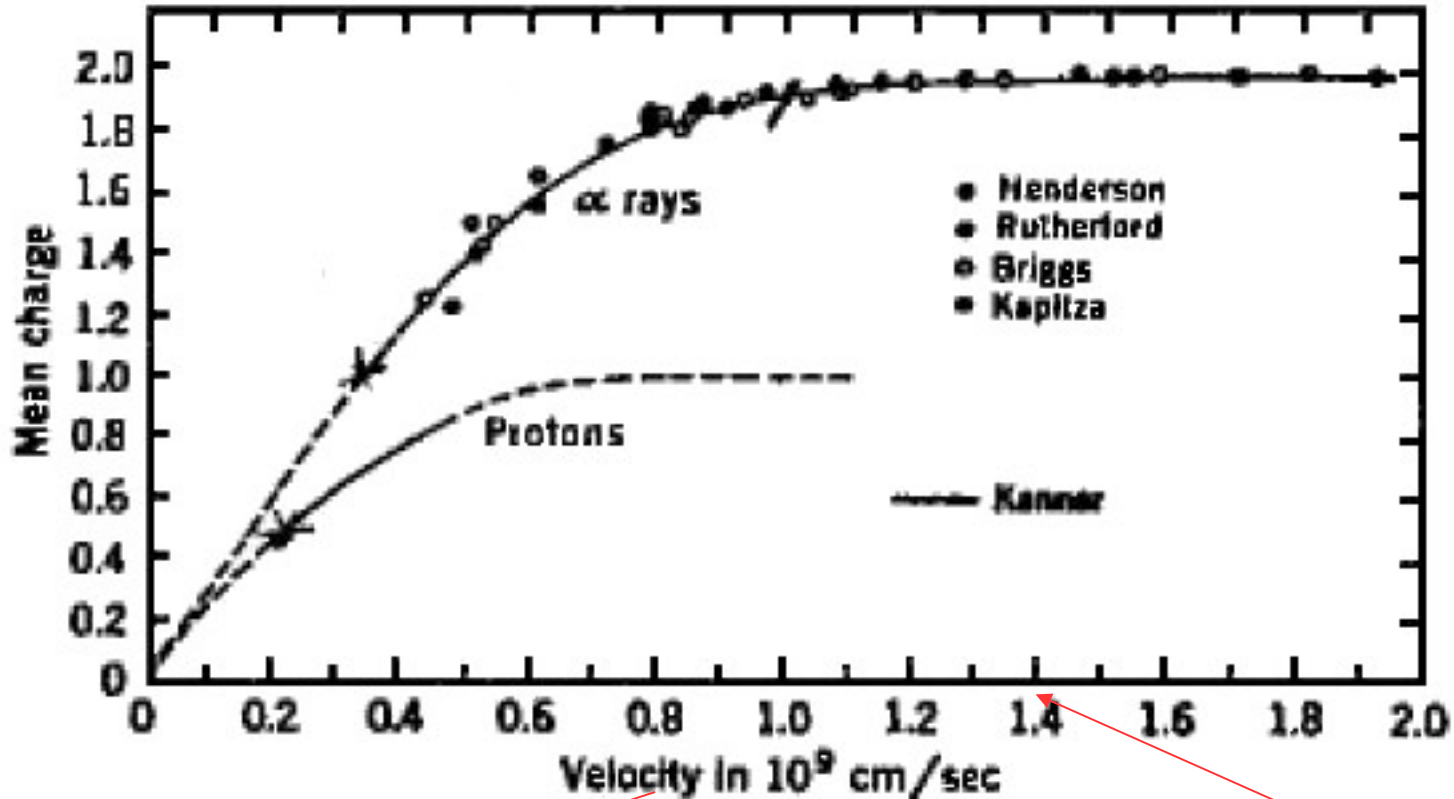


Fig. 1.1 Mean charge z_{av} for α rays and protons, due to capture and loss of electrons.

$$v (10^9 \text{ cm/s}) = 1.39 * \text{sqrt} (E(\text{MeV}) / A)$$

$$V = 1.39 \cdot 10^9 \text{ cm/s} \rightarrow E_p = 1 \text{ MeV}$$

$$\rightarrow E_\alpha = 4 \text{ MeV}$$

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

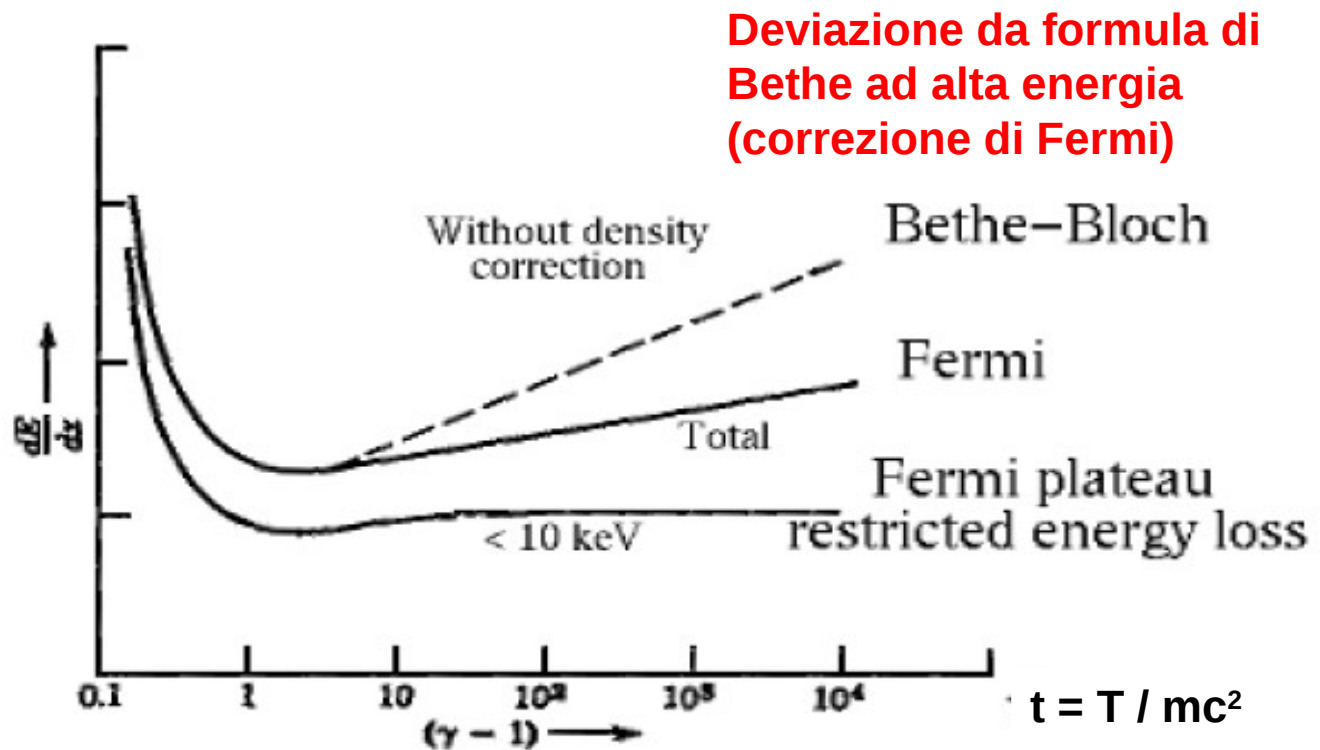


Fig. 13.5 Energy loss, including the density effect. The dotted curve is the total energy loss without density correction. The solid curves have the density effect incorporated, the upper one being the total energy loss and the lower one the energy loss due to individual energy transfers of less than 10 keV.

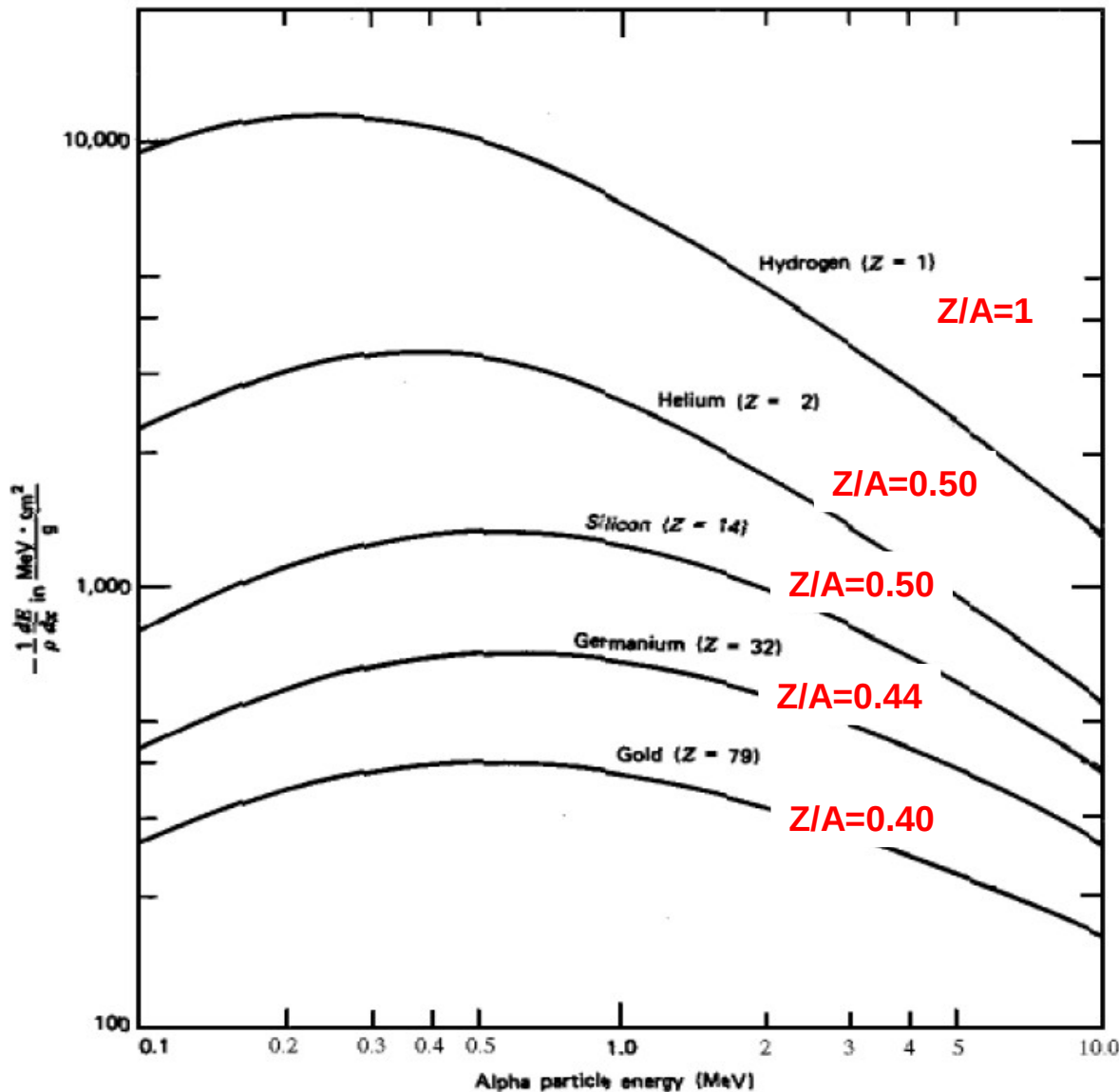


Figure 2-10 The specific energy loss calculated for alpha particles in different materials. Values are normalized by the density of the absorber material. (Data from Williamson et al.⁴)

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi N Z \frac{z^2 e^4}{m_e c^2 \beta^2} \left[\ln \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} - \beta^2 \right]$$

Dipendenza da caratteristiche del bersaglio

$dE/dx \propto NZ = N_{Av} \rho Z / A$ e quindi
 $(1/\rho)(dE/dx) \propto Z / A$

Residua dipendenza di $(1/\rho)(dE/dx)$ da Z da cui dipende anche I

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

RANGE

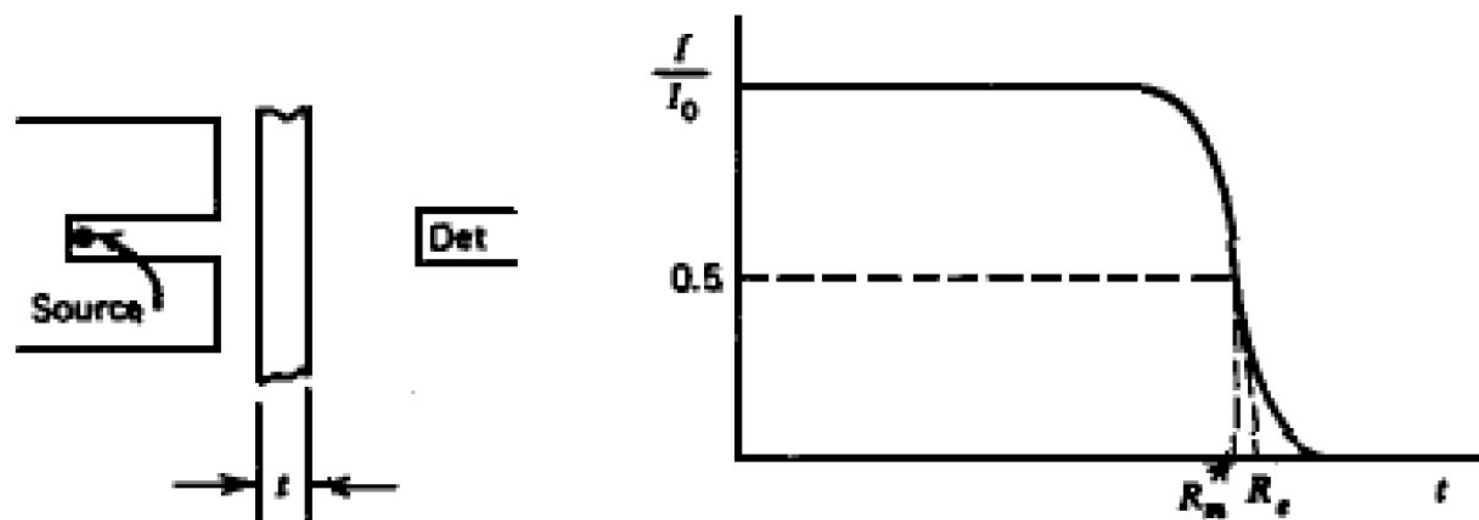


Figure 2-5 An alpha particle *transmission* experiment. I is the detected number of alpha particles through an absorber thickness, t , whereas I_0 is the number detected without the absorber. The mean range R_m and extrapolated range R_e are indicated.

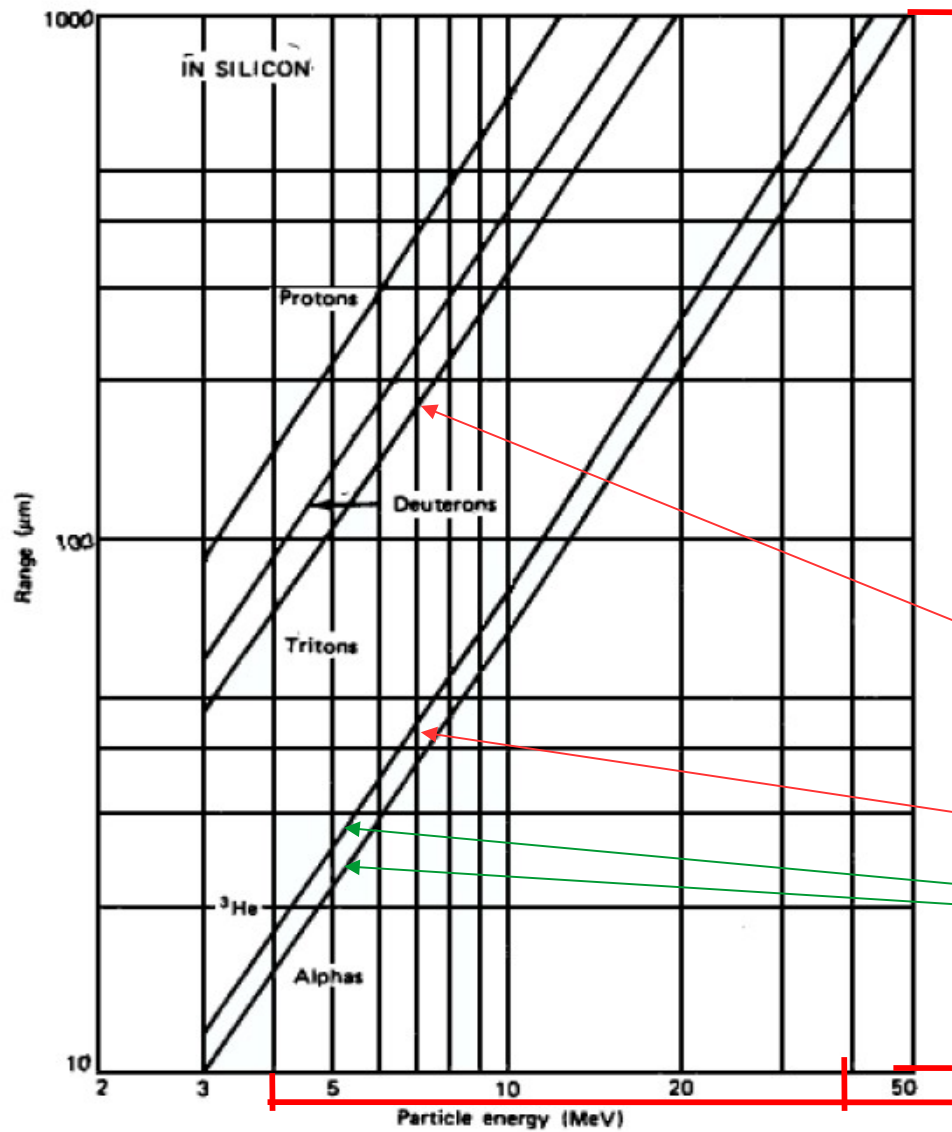


Figure 2-7 Range-energy curves calculated for different charged particles in silicon. The near-linear behavior of the log-log plot over the energy range shown suggests an empirical relation of the form $R = aE^b$, where the slope-related parameter b is not greatly different for the various particles. (From Skyrme.³)

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

RANGE

Indicando con u la velocità del proiettile la formula di Bethe può essere riscritta come

$$dx = \frac{m_1}{z_1^2} \frac{m_e}{4\pi e^4} \frac{1}{NZ} \frac{u^3 du}{\ln(2m_e u^2/I)}$$

$$R = \frac{m_1}{z_1^2} \int_{u_i}^0 f(u) du$$

$$R \approx k m_1 u^4 / z_1^2 = k' E^2 / (m_1 z_1^2)$$

Fattore 100
Fattore 10

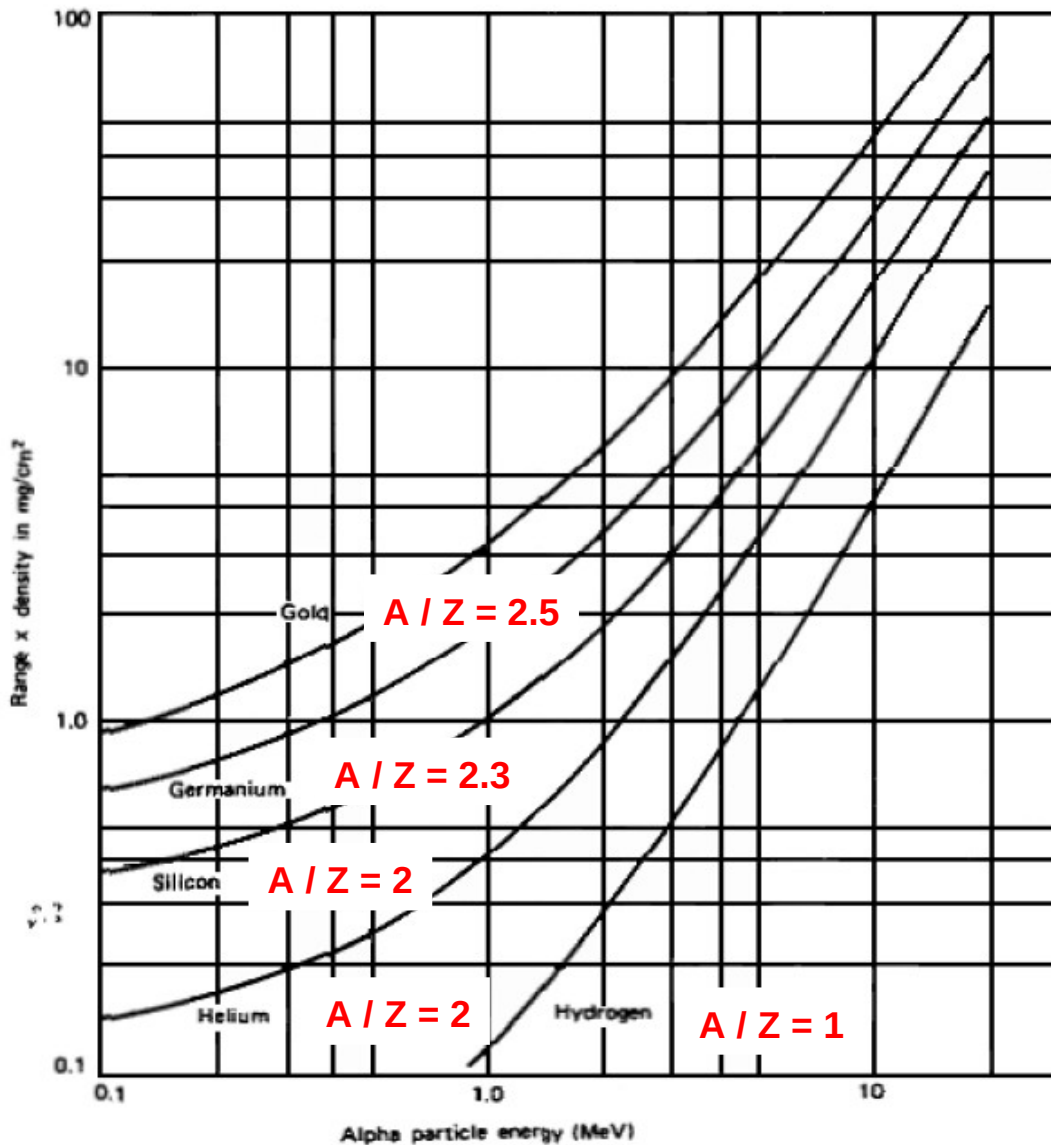


Figure 2-8 Range-energy curves calculated for alpha particles in different materials. Units of the range are given in mass thickness (see Section III.B.2) to minimize the differences in these curves. (Data from Williamson et al.⁴)

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

RANGE

$$dx = \frac{m_1}{z_1^2} \frac{m_e}{4\pi e^4} \frac{1}{NZ} \frac{u^3 du}{\ln(2m_e u^2/I)}$$

$$R \approx k' m_1 u^4 / NZ z_1^2$$

Per particelle alfa incidenti:

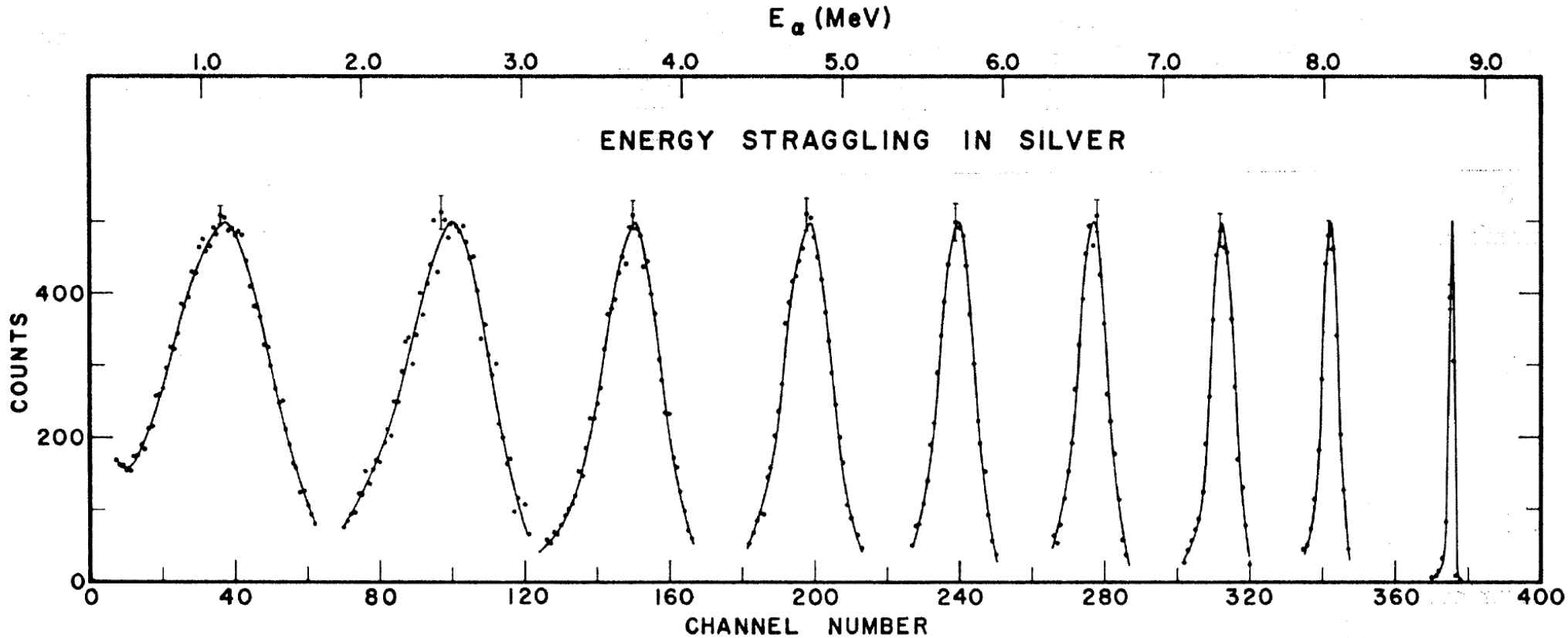
dipendenza da Z di

$$R^* \rho = R^* N A / N_{Av} \propto E A/Z$$

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

ENERGY STRAGGLING

E' conseguenza della fluttuazione statistica nel processo di perdita dell'energia



In figura sono riportate le distribuzioni in energia delle particelle α da 8.78 Mev (sorgente di ^{212}Po) dopo l'attraversamento di fogli di argento di circa $2.5 \mu\text{m}$

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

ENERGY STRAGGLING

Formula di Bohr (1948)

$$\Omega_B^2 = 4\pi Z_1^2 Z_2 e^4 N \Delta R$$

dove Z_1 è il numero atomico degli atomi proiettile, Z_2 quello per gli atomi bersaglio, e la carica dell'elettrone, N il numero di atomi bersaglio per unità di volume e ΔR lo spessore del bersaglio ($Z_2 N \Delta R =$ numero di elettroni per unità di area)

Essa si basa su 3 ipotesi:

- 1) la velocità del proiettile è \gg di quella degli elettroni orbitali del bersaglio
- 2) la perdita di energia è \ll dell'energia totale del proiettile
- 3) gli atomi del bersaglio sono distribuiti spazialmente in maniera casuale (no channeling)

Le ipotesi 2) e 3) sono ben verificate in molti casi, mentre la 1) viene meno per energie medie o basse del proiettile

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

ENERGY STRAGGLING

Per ovviare ai limiti, Lindhard e Scharff (1953) proposero una correzione alla formula di Bohr

$$\Omega^2 = \Omega_B^2 L(\chi) / 2 \quad \text{for } \chi \leq 3$$

$$\Omega^2 = \Omega_B^2 \quad \text{for } \chi \geq 3$$

dove

$$\chi = v^2 / (v_0^2 Z_2)$$

con v velocità del proiettile, v_0 la velocità orbitale in un atomo di idrogeno definita da

$$v_0 = e^2 / \hbar = 2.2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

e $L(X)$ è lo “stopping number” ottenibile da

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{mv^2} NZ_2 L(\chi)$$

Con tale correzione lo stragglng coincide con quello di Bohr ad alte energie mentre diventa dipendente dall'energia a bassi valori.

Interazione delle particelle pesanti cariche con la materia

ENERGY STRAGGLING

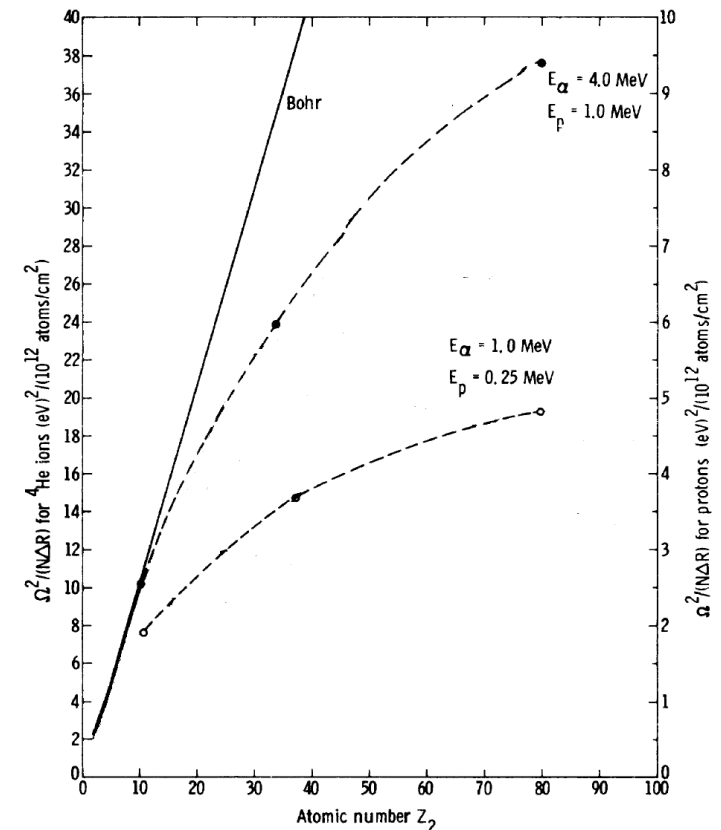
Bonderup e Hvelplund (1971) hanno raffinato la formula di Lindhard e Scharff introducendo una formula realistica per la distribuzione di carica atomica $\rho(r)$ e una espressione più accurata di $\Omega^2(r,v)$, il contributo delle varie parti della nuvola atomica allo stragglung, ottenendo

$$\frac{\Omega^2}{\Omega_B^2} = \frac{1}{Z_2} \int 4\pi r^2 \rho(r) \frac{\Omega^2(r,v)}{\Omega_B^2} dr$$

dove $\Omega^2(r,v)/\Omega_B^2$ è una funzione della velocità del proiettile e della distribuzione $\rho(r)$ di carica atomica, per la quale vale

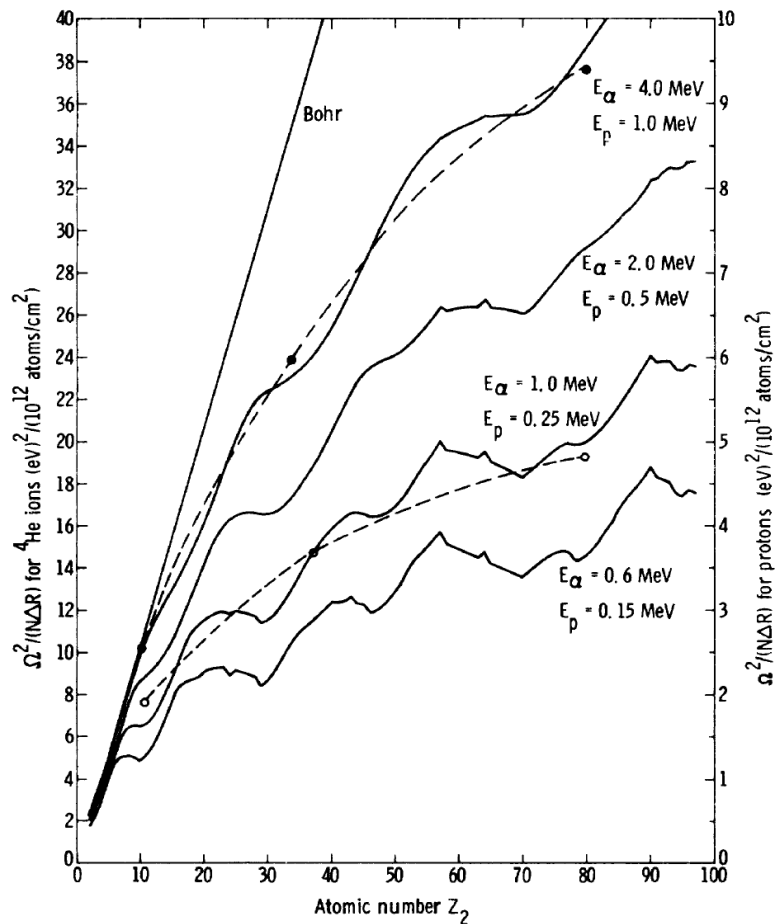
$$Z_2 = \int_0^\infty 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

nei loro calcoli usarono una formula analitica per $\rho(r)$ del tipo di Thomas-Fermi, ottenendo un sufficiente accordo con i dati sperimentali

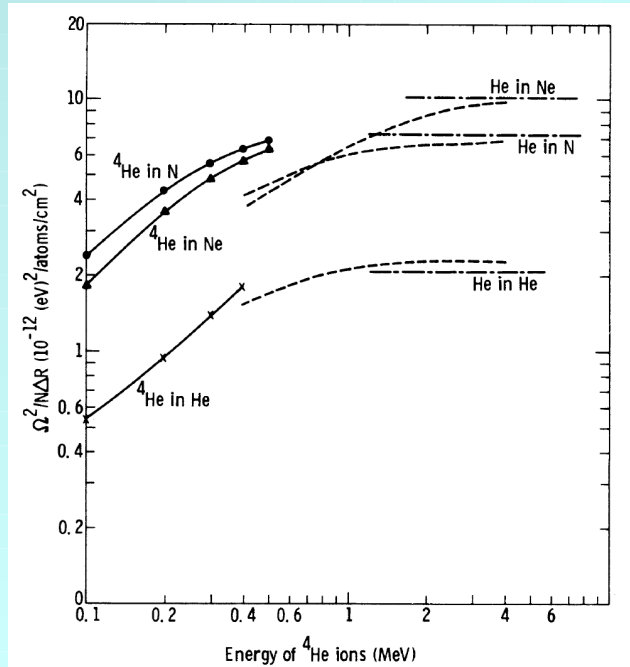


ENERGY STRAGGLING

Tra i successivi tentativi di migliorare l'accordo tra calcoli e dati sperimentali, riportiamo nel grafico di sinistra quello di Chu (1976), che ha proposto un calcolo di $\rho(r)$ basato sulla funzione d'onda radiale calcolata in base ad un modello Hartree – Fock – Slater (linea continua, linea a tratteggio calcolo di Bonderup)



Il confronto dei calcoli di Chu (linea tratteggio) con i dati sperimentali (punti e linea continua) è migliore rispetto al calcolo di Bonderup (linea tratto-punto) ma non ancora completamente soddisfacente



ENERGY STRAGGLING

Successivamente (1991) Yang e O'Connor, nell'intento di migliorare l'accordo tra dati sperimentali e teoria, hanno evidenziato le discordanze e le hanno imputate alla fluttuazione statistica della "carica efficace" dello ione incidente e alla correlazione non statica tra i vari eventi di perdita di energia.

Per migliorare l'accordo, Yang e O'Connor hanno proposto la seguente parametrizzazione

$$\left(\frac{\Omega^2}{\Omega_B^2}\right)_{\text{Ion}} = \gamma^2(Z_1, Z_2, v) \left(\frac{\Omega_{\text{CHU}}^2}{\Omega_B^2}\right) + \left(\frac{\Delta\Omega^2}{\Omega_B^2}\right)_{\text{Ion}}$$

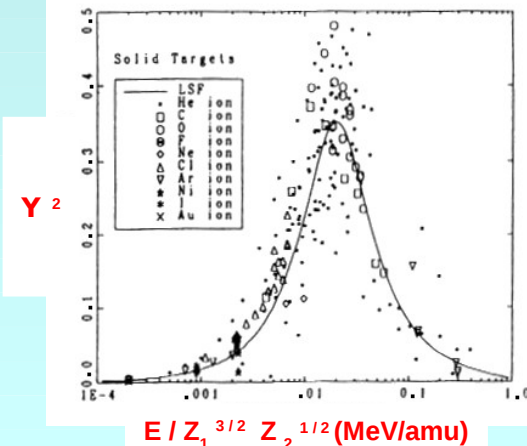
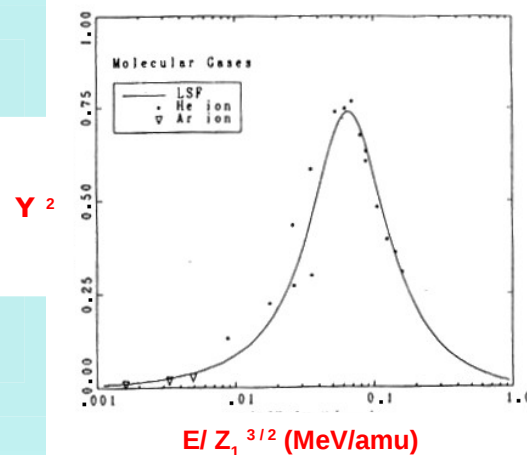
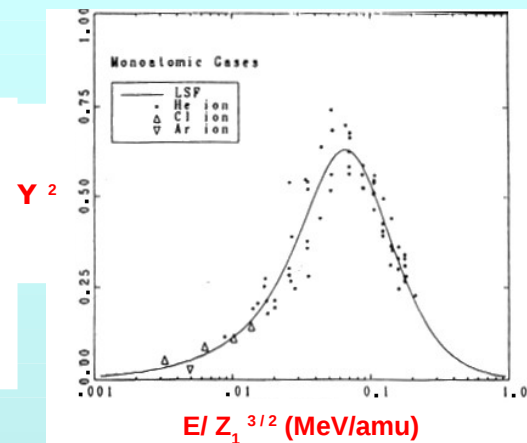
con
$$\gamma^2 = \left(\frac{\Delta\Omega^2}{\Omega_B^2}\right)_{\text{HI}} / \left(\frac{Z_1^{4/3}}{Z_2^{1/3}}\right) = C_1 \Gamma / \left\{ (\mathcal{E} - C_2)^2 + \Gamma^2 \right\}$$

$$\Gamma = C_3 \{ 1 - \exp(-C_4 \mathcal{E}) \}$$

$$\mathcal{E} = \begin{cases} E/Z_1^{3/2} & \text{for gas targets} \\ E/Z_1^{3/2} Z_2^{1/2} & \text{for solid targets,} \end{cases}$$

e γ "fattore di carica efficace" fornito da TRIM

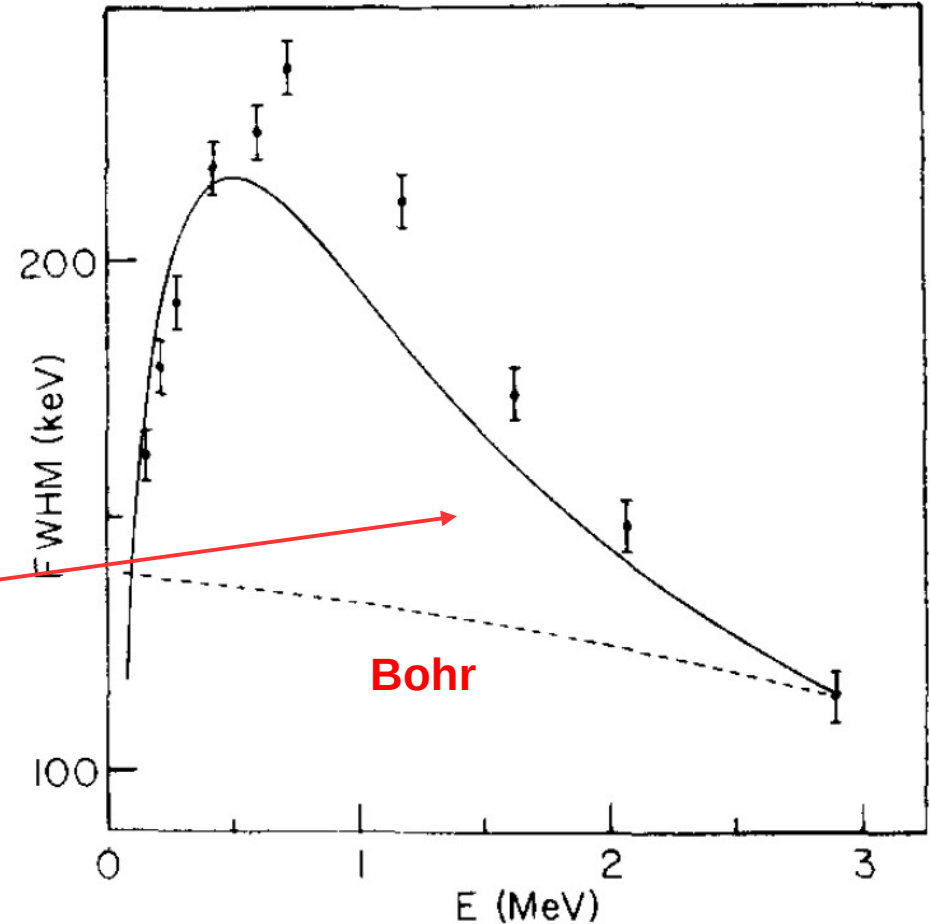
Target	Atomic gas	Molecular gas	Solid
C_1	5.058×10^{-2}	5.009×10^{-2}	1.273×10^{-2}
C_2	8.975×10^{-2}	8.660×10^{-2}	3.458×10^{-2}
C_3	0.1419	0.2751	0.3931
C_4	10.80	3.787	3.812



ENERGY STRAGGLING

Sperimentalmente l'effetto congiunto delle fluttuazioni statistiche della carica efficace e della correlazione non statistica tra gli eventi porta a una crescita della FWHM al diminuire dell'energia, fino a raggiungere un massimo dopo il quale la larghezza diminuisce e tende a zero.

Per lo stragglings energetico di alfa in aria si ottengono risultati del tipo



Interazione degli elettroni con la materia

Perdita di energia specifica collisionale

Particelle cariche pesanti

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi N Z \frac{z^2 e^4}{m_e c^2 \beta^2} \left[\ln \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} - \beta^2 \right]$$

Elettroni

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{coll} = 4\pi \frac{N Z e^4}{m_e \beta^2 c^2} \cdot \left\{ \ln \frac{(\gamma - 1)(\gamma + 1)^{1/2}}{2^{1/2}} \frac{m_e c^2}{I} - \beta^2 \right. \\ \left. + [1 - \ln 2(2(1 - \beta^2)^{1/2} - 1 + \beta^2) + \frac{1}{8}(1 - (1 - \beta^2)^{1/2})^2] \right\}$$

Termine correttivo del 10-20%

Interazione degli elettroni con la materia

Perdita di energia specifica radiativa

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = -(4/137)Z^2e^4N_0\frac{T_e + m_e c^2}{(m_e c^2)^2} \left[\ln \frac{2(T_e + m_e c^2)}{m_e c^2} - \frac{1}{3} \right]$$

$$\frac{(dE/dx)_r}{dE/dx)_c} \sim \frac{(t + 1) Z}{1600}$$

$$t = T_e / m_e c^2$$

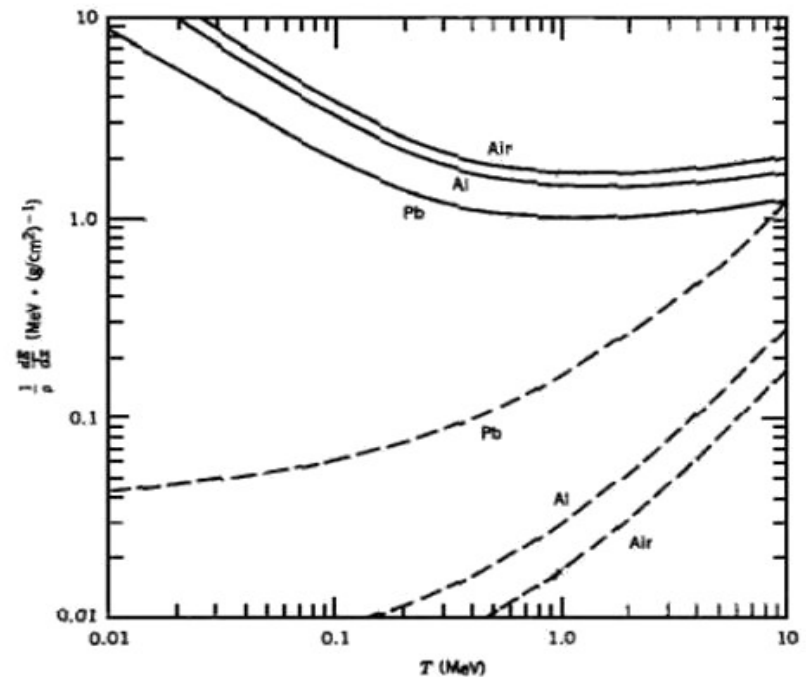


Figure 7.3 Energy loss by electrons in air, Al, and Pb. To suppress the large variation in dE/dx arising from the number of electrons of the material, the quantity $\rho^{-1}(dE/dx)$ is plotted. Solid lines are for collisions; dashed lines are for radiation. For additional tabulated data on energy losses, see L. Pages et al., *Atomic Data* 4, 1 (1972).

Interazione degli elettroni con la materia

Back-scattering

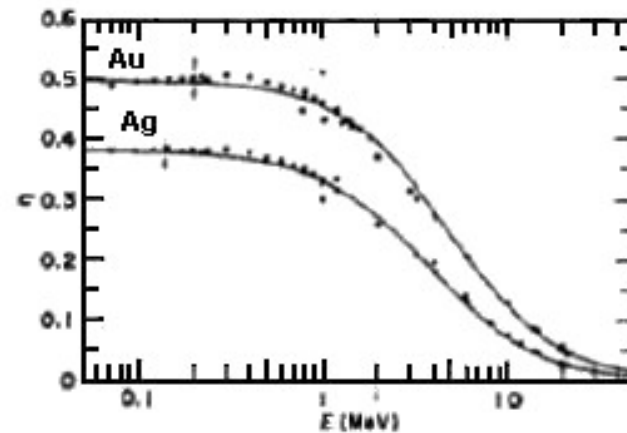
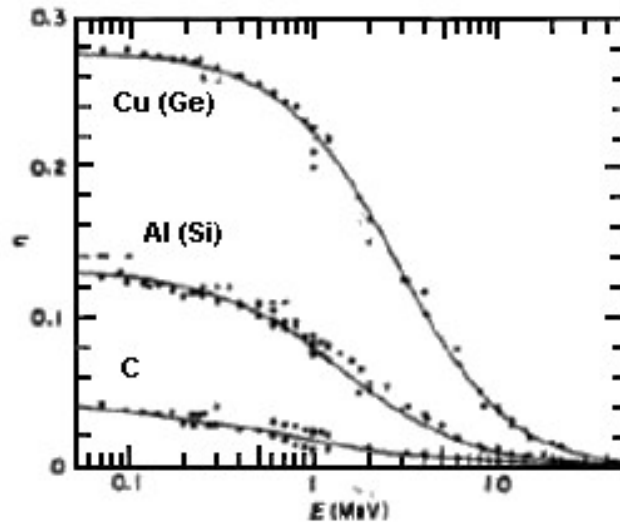


Figure 2-17 Fraction η of normally incident electrons that are backscattered from thick slabs of various materials, as a function of incident energy E . (From Tabata et al.¹⁸)

Interazione degli elettroni con la materia

RANGE

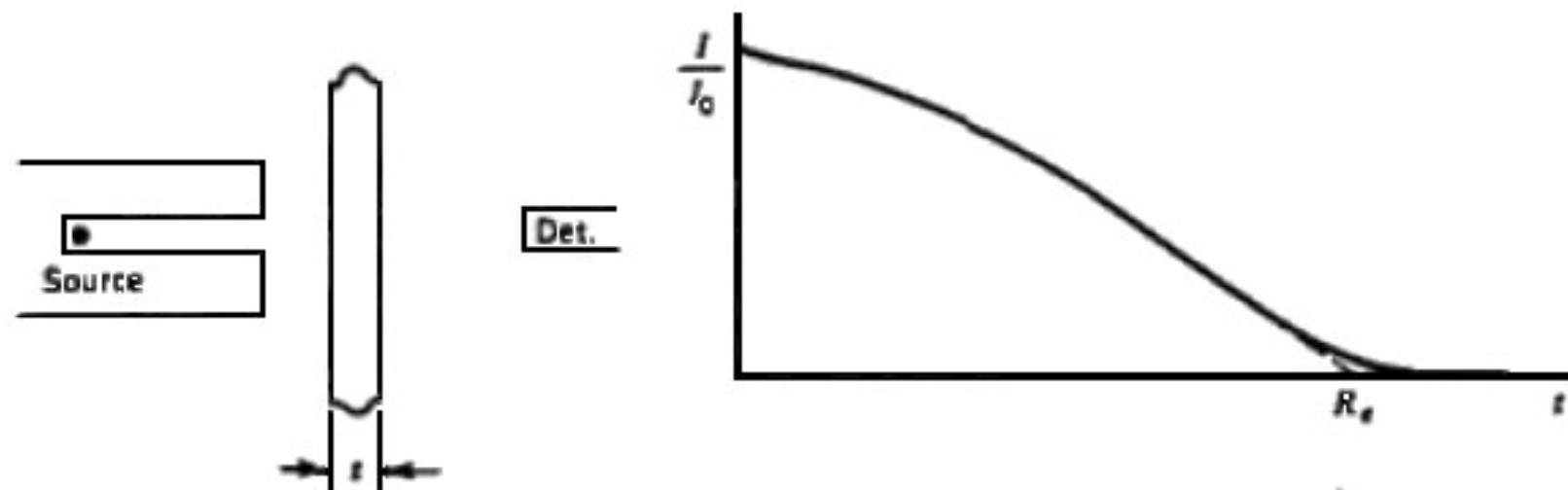


Figure 2-13 Transmission curve for monoenergetic electrons. R_e is the extrapolated range.

Interazione degli elettroni con la materia

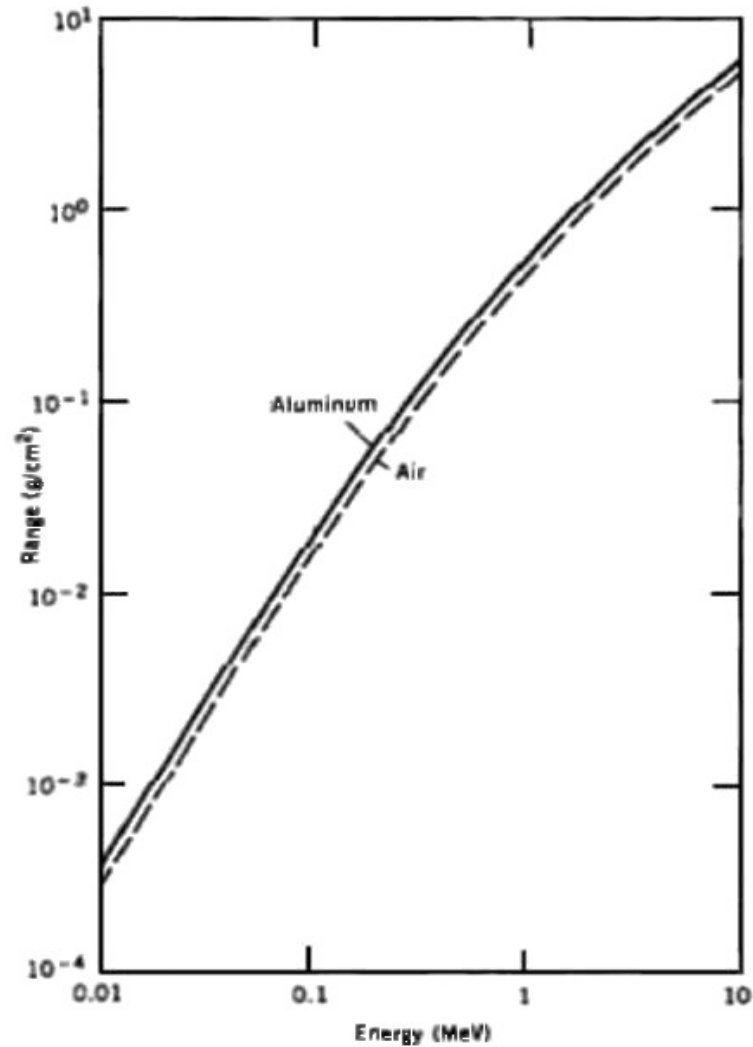


Figure 7.4 Range-energy relationship for electrons in air and in aluminum.

RANGE

Interazione della radiazione e.m. con la materia

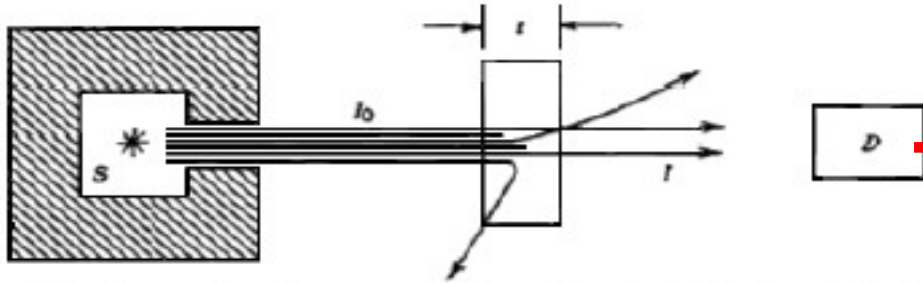


Figure 7.9 An experiment to measure absorption of radiation in a slab of material of thickness t . A beam of radiation from the source S is collimated and then is scattered or absorbed by the material. The remaining intensity I reaches the detector D .

$$dn = -(NZ dx)\sigma_c n$$

$$\sigma = N Z \sigma_c \text{ cm}^{-1}$$

coefficiente di
attenuazione lineare

$$n = n_0 e^{-\sigma x} = n_0 e^{-\frac{\sigma}{\rho}(\rho x)}$$

$$\frac{\sigma}{\rho} = N_A \frac{Z}{M_m} \sigma_c \text{ g}^{-1} \text{ cm}^2$$

coefficiente di
attenuazione lineare di massa

Interazione della radiazione e.m. con la materia

Principali interazioni

•Effetto fotoelettrico

per $E_\gamma > BE_K$

$$\sigma_{ph}(\text{per 1 elettrone 1s}) = \frac{128\pi}{3} \frac{e^2 h}{m_e c E_\gamma} \left(\frac{BE_K}{E_\gamma}\right)^3 \frac{e^{-4\varepsilon \arctan(1/\varepsilon)}}{1 - e^{-2\pi\varepsilon}} \text{ cm}^2$$

$$\varepsilon = [BE_K / (E_\gamma - BE_K)]^{1/2}$$

per $E_\gamma \approx BE_K$

$$\sigma_{ph}(\text{per 1 elettrone 1s}) \approx \frac{6.31 \cdot 10^{-18}}{Z^2} \left(\frac{BE_K}{E_\gamma}\right)^{8/3} \text{ cm}^2$$

•Scattering Compton

$$\sigma_c = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1 + \alpha}{\alpha^2} \left[\frac{2(1 + \alpha)}{1 + 2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + 2\alpha) \right] + \frac{1}{2\alpha} \ln(1 + 2\alpha) - \frac{(1 + 3\alpha)}{(1 + 2\alpha)^2} \right\} \frac{\text{cm}^2}{\text{elettrone}}$$

$$\alpha = h\nu / m_e c^2$$

•Creazione di coppie

Per $h\nu \gg m_e c^2$

$$\sigma_{pair} = \frac{Z^2}{137} r_e^2 \left(\frac{28}{9} \ln 183 Z^{-1/3} - \frac{2}{27} \right) \text{ cm}^2$$

E_γ



Interazione della radiazione e.m. con la materia

•Effetto fotoelettrico

$$\sigma_{ph}(\text{per 1 elettrone 1s}) \simeq \frac{6.31 \cdot 10^{-18}}{Z^2} \left(\frac{BE_K}{E_\gamma} \right)^{8/3} \text{ cm}^2$$

$$BE_K \sim 13.5(Z-1)^2 \text{ eV}$$

$$BE_L \sim 13.5(Z-5)^2/4 \text{ eV}$$

$$BE_M \sim 13.5(Z-13)^2/9 \text{ eV}$$

coefficiente di attenuazione lineare per effetto fotoelettrico

$$\tau = \left\{ (5 \div 6) / 4 \right\} \sigma_{ph} N \text{ cm}^{-1}$$

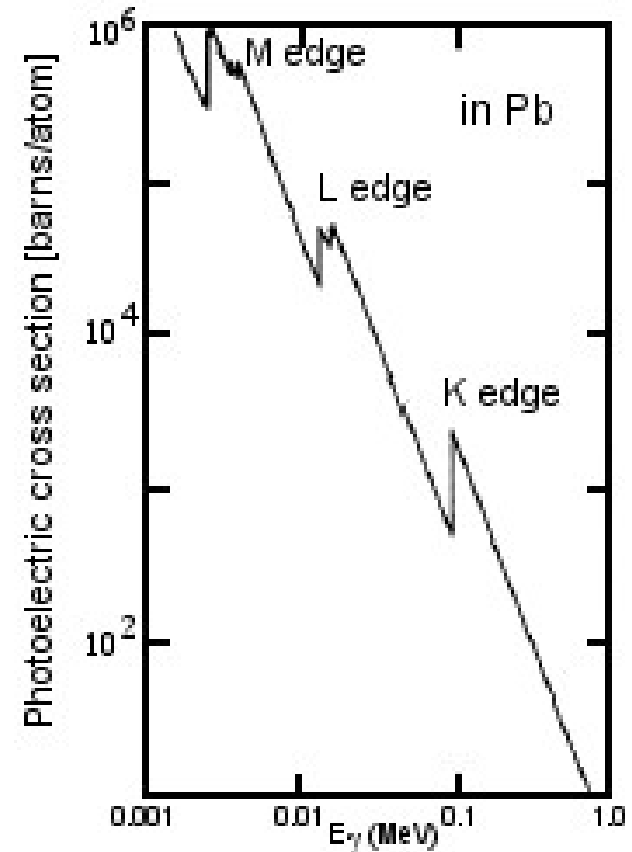


Figure 7.5 Photoelectric cross section in Pb. The discrete jumps correspond to the binding energies of various electron shells; the K-electron binding energy, for example, is 88 keV. To convert the cross section to the linear absorption coefficient τ in cm^{-1} , multiply by 0.033.

Interazione della radiazione e.m. con la materia

Effetto fotoelettrico

Distribuzione angolare dei fotoelettroni

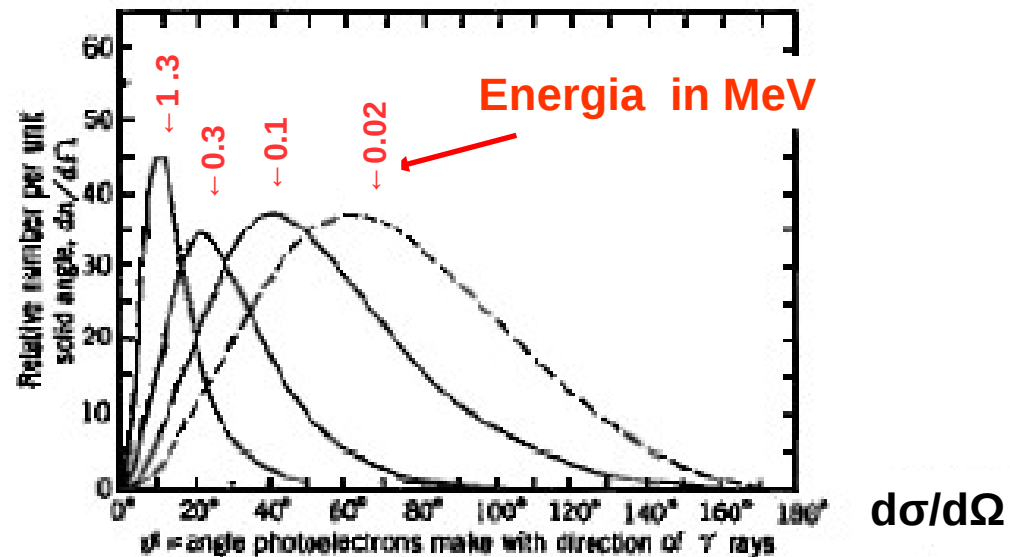


Fig. 1.2 Directional distribution of photoelectrons per unit solid angle, for energies as marked. The curves are not normalized with respect to each other. Solid curves are calculated from Sauter's (S0) relativistic formula; dashed curve from Fischer's (F50) nonrelativistic formula. [From Davison and Evans (D12).]

Interazione della radiazione e.m. con la materia

Scattering Compton

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{\nu^*}{\nu}\right)^2 \left(\frac{\nu}{\nu^*} + \frac{\nu^*}{\nu} - \sin^2 \theta\right)$$

con

$$\frac{h\nu^*}{h\nu} = \frac{\nu^*}{\nu} = \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)}$$

$$\alpha = h\nu/m_e c^2$$

Direzione fotone
incidente

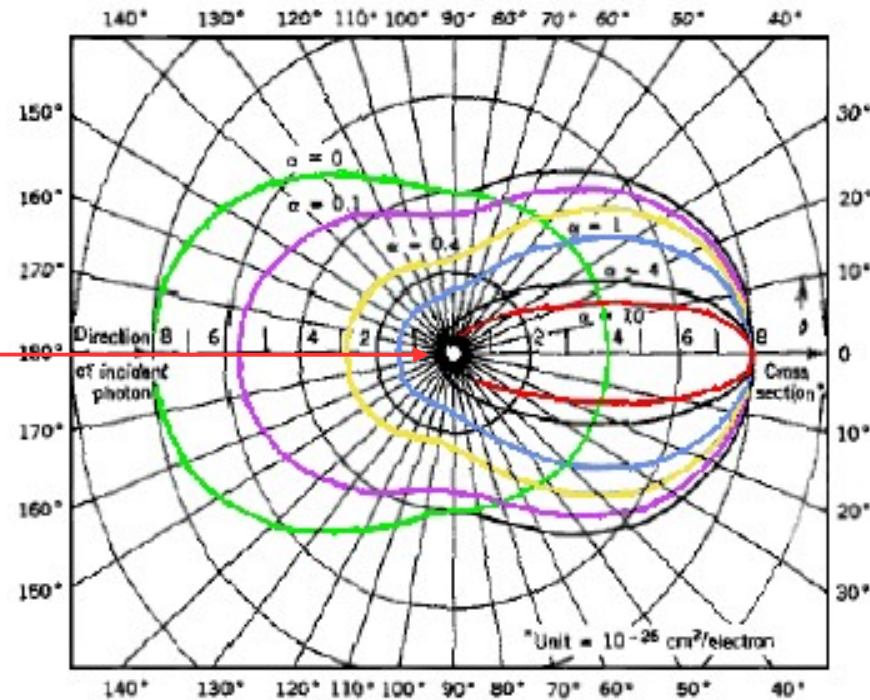
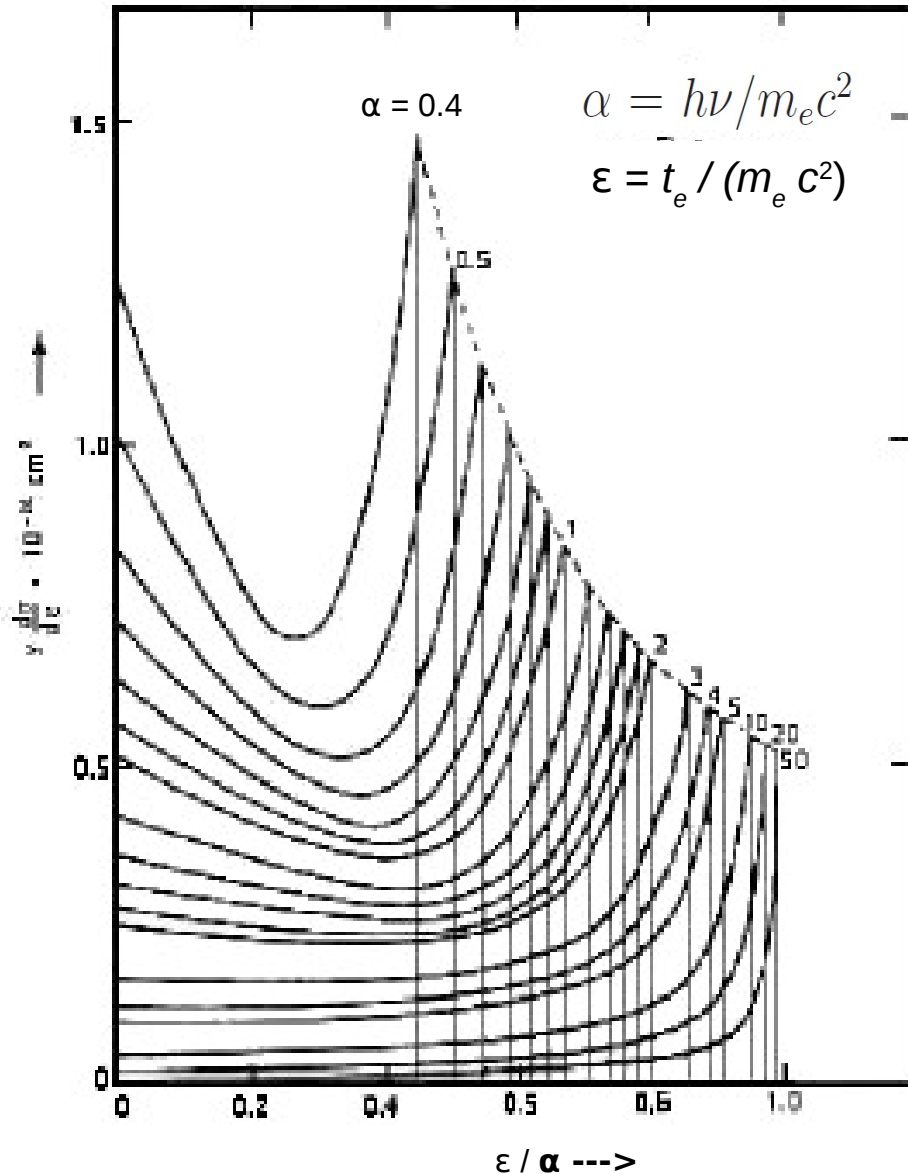


Figure 7.7 The Compton-scattering cross section for various incident energies. The polar plot shows the intensity of the scattered radiation as a function of the scattering angle θ . From R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955).

Interazione della radiazione e.m. con la materia



Scattering Compton

Energia dell'elettrone di rinculo

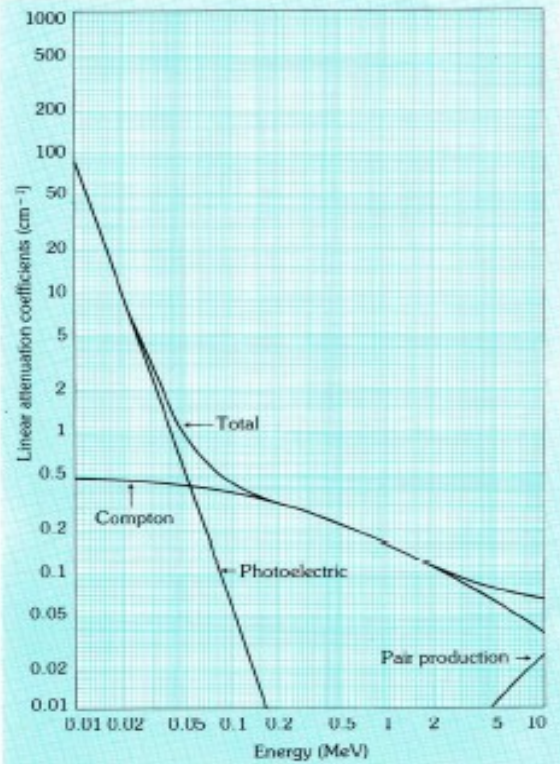
$$t_e = \frac{\alpha^2(1 - \cos \theta)}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)}$$

Distribuzione in energia dei fotoelettroni

$$\left(\frac{d\sigma}{dt_e} \right) \frac{1}{\pi r_e^2} = \frac{2\alpha^4 - 2\alpha^2(2\alpha + 1)t_e + (3\alpha^2 + 2\alpha + 1)t_e^2 - \alpha t_e^3}{\alpha^4(\alpha - t_e)^2}$$

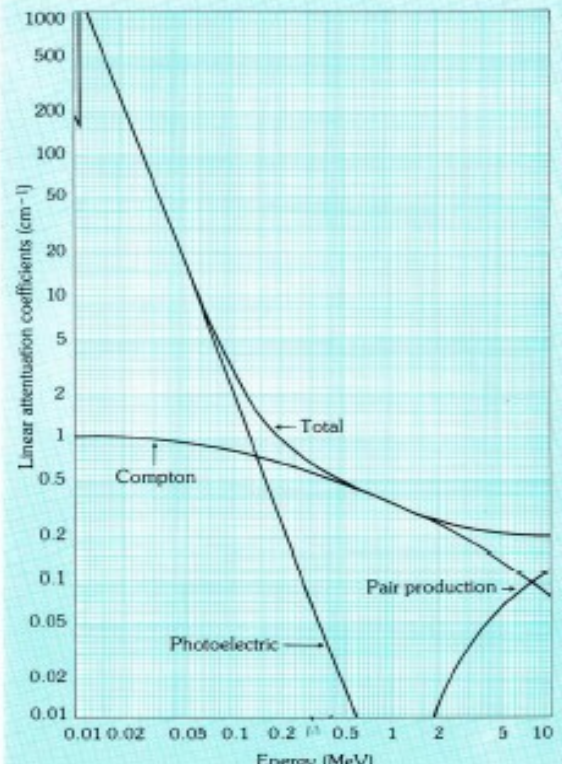
Interazione della radiazione e.m. con la materia

Si



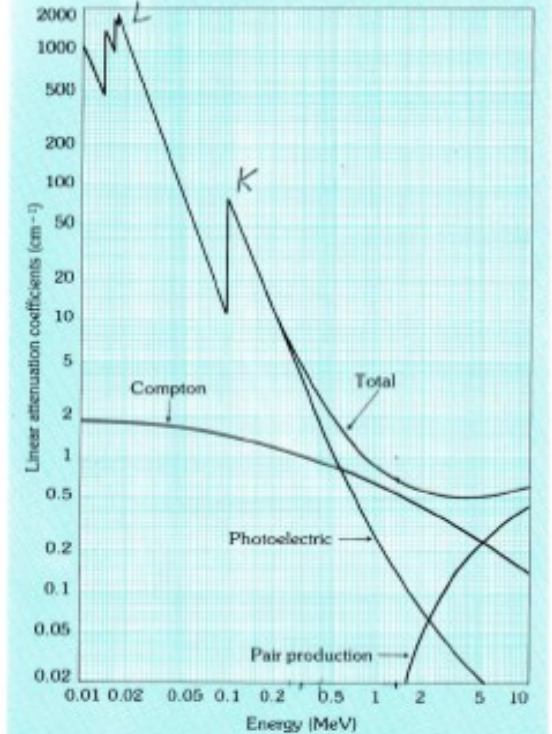
Specific mass = 2420 kg/m³
 Atomic number: Z = 14
 Electron Binding Energy:
 K-edge = 1.84 keV
 Average K X-Ray Energy: 1.75 keV

Ge



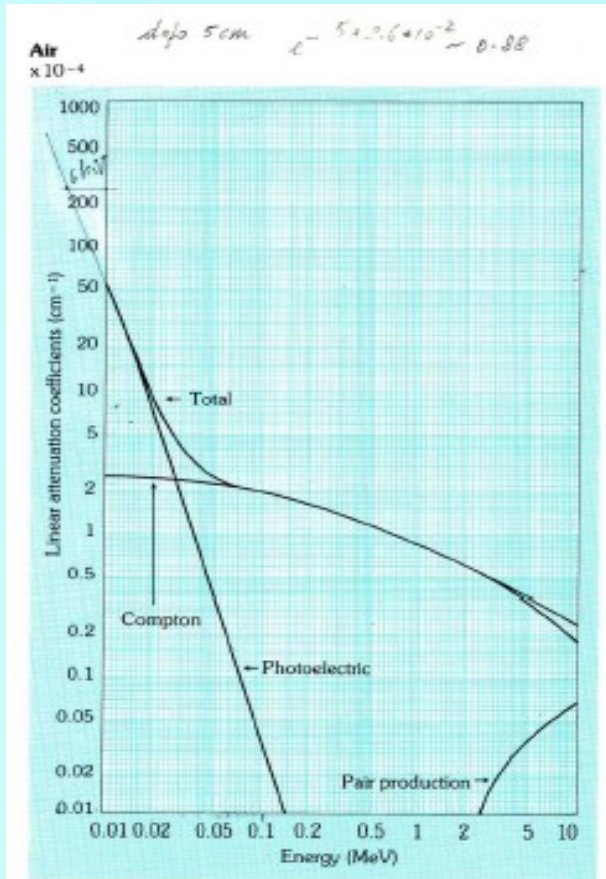
Specific mass = 5350 kg/m³
 Atomic number: Z = 32
 Electron Binding Energy:
 K-edge = 11.1 keV
 Average K X-Ray Energy = 10 keV

Pb

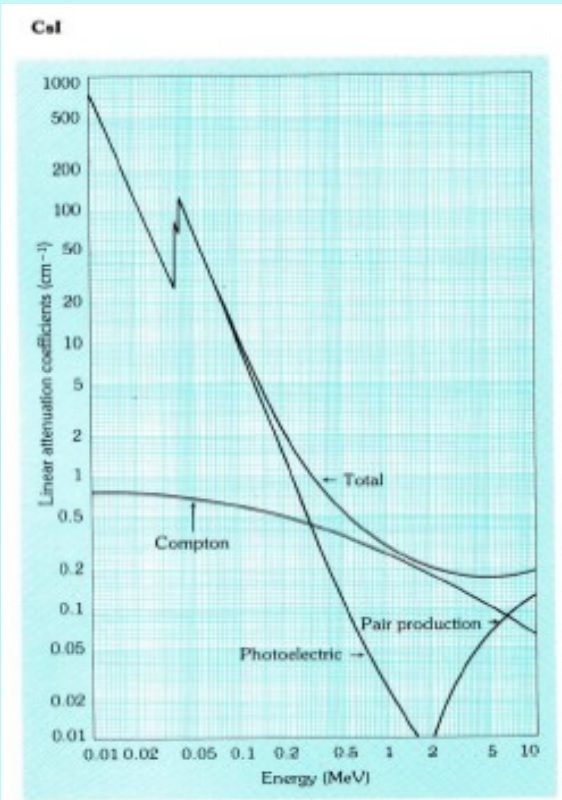


Specific mass = 11350 kg/m³
 Atomic number: Z = 82
 Electron Binding Energies:
 K-edge = 88.02 keV
 L₁-edge = 15.87 keV
 L₁₁-edge = 15.21 keV
 L₁₁₁-edge = 13.05 keV
 Average K X-Ray Energy = 76.74 keV

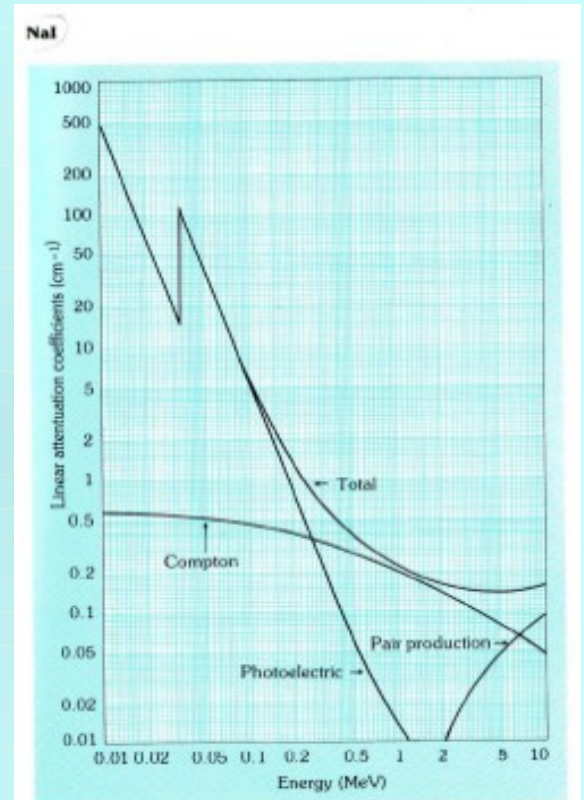
Interazione della radiazione e.m. con la materia



Specific mass = 1.293 kg/m³
 Composition of "air"
 78.04 volume percent nitrogen
 21.02 volume percent oxygen
 0.94 volume percent argon



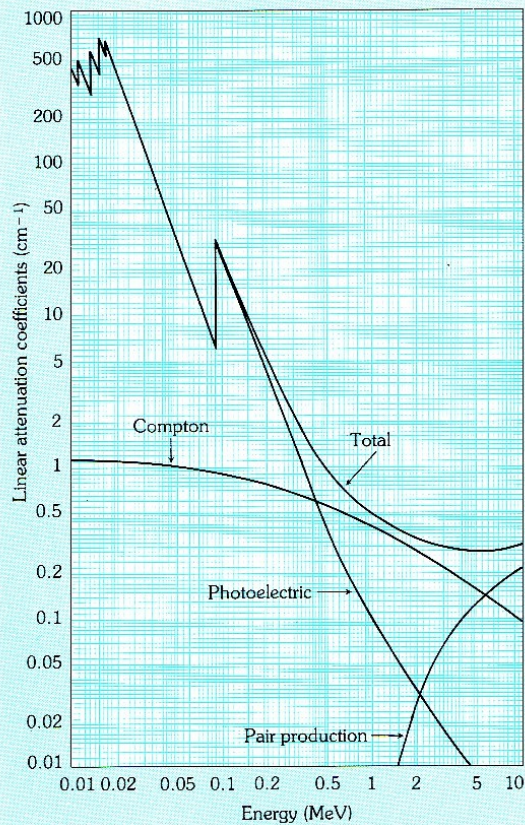
Specific mass = 4510 kg/m³
 Atomic number: Z (I) = 53
 Z (Cs) = 55
 Electron Binding Energies:
 K-edge (I) = 33.17 keV
 K-edge (Cs) = 35.98 keV
 L₁-edge (Cs) = 5.72 keV
 L₁₁-edge (Cs) = 5.36 keV
 L₁₁₁-edge (Cs) = 5.01 keV
 Average K X-Ray Energy (Cs) = 31.6



Specific mass = 3670 kg/m³
 Atomic Number: Z (I) = 53
 Z (Na) = 11
 Electron Binding Energies:
 K-edge (I) = 33.17 keV
 L₁-edge (I) = 5.19 keV
 L₁₁-edge (I) = 4.85 keV
 L₁₁₁-edge (I) = 4.56 keV
 Average K X-Ray Energy (I) = 29.2 keV

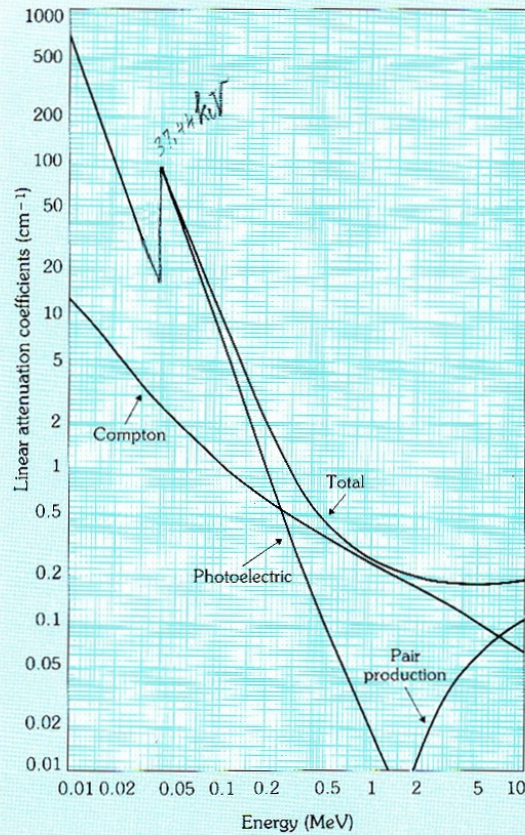
Interazione della radiazione e.m. con la materia

BGO



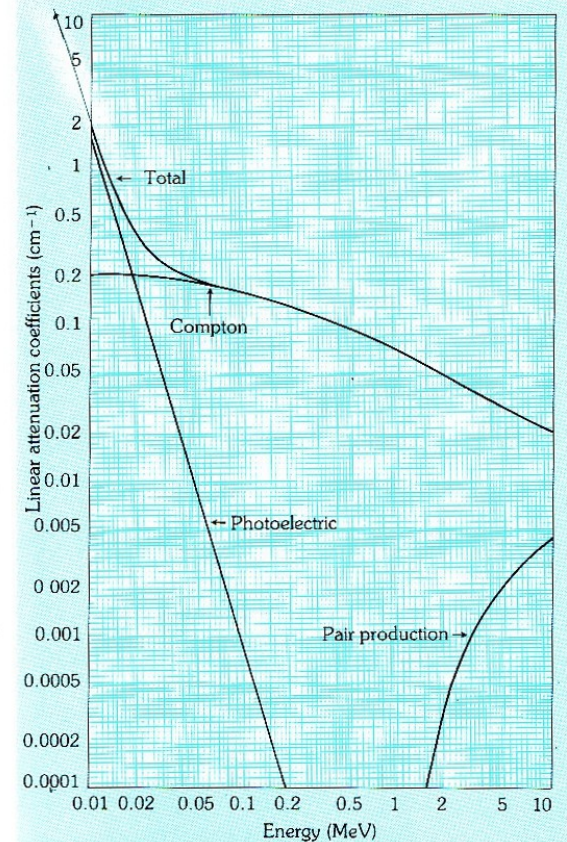
Specific mass = 7130 kg/m³
 Atomic number: Z (Bi) = 83
 Z (Ge) = 32
 Electron Binding Energies:
 K-edge (Bi) = 90.53 keV
 L₁-edge (Bi) = 16.39 keV
 L₁₁-edge (Bi) = 15.71 keV
 L₁₁₁-edge (Bi) = 13.42 keV
 K-edge (Ge) = 11.10 keV
 Average K X-Ray Energy (Bi) = 78.9 keV

BaF₂



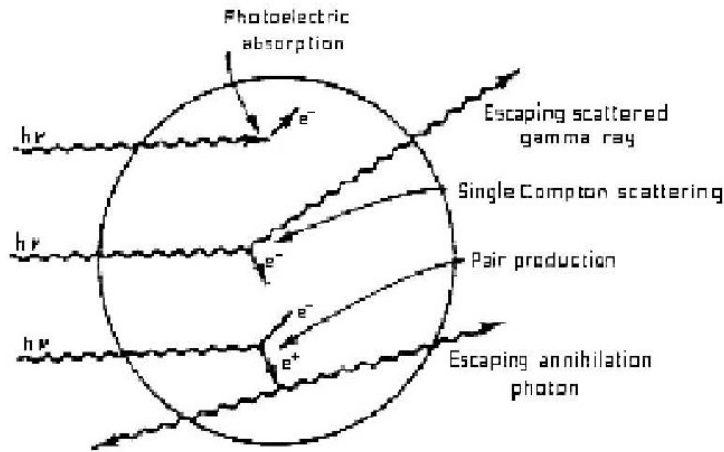
Specific mass = 4880 kg/m³
 Atomic number: Z(Ba) = 56
 Z(F) = 9
 Electron Binding Energies:
 K-edge (Ba) = 37.44 keV
 L₁-edge (Ba) = 5.99 keV
 L₁₁-edge (Ba) = 5.62 keV
 L₁₁₁-edge (Ba) = 5.25 keV
 K-edge (F) = 0.69 keV

Plastic Scintillator

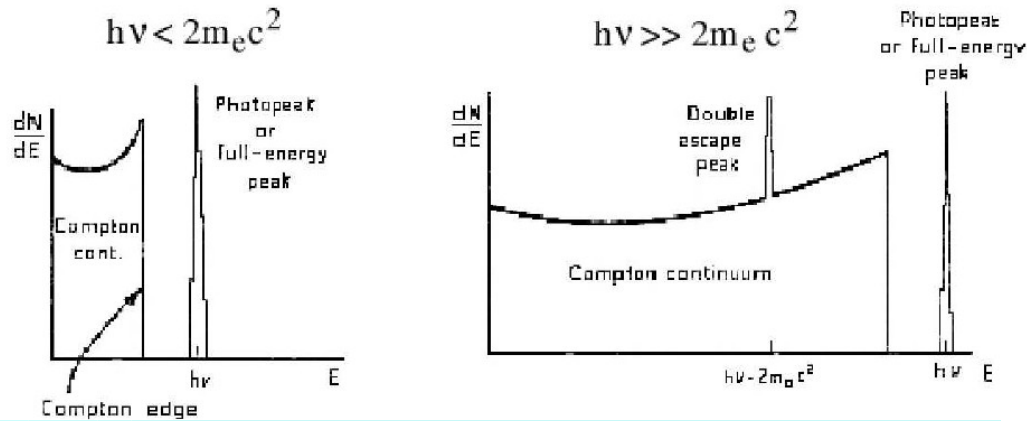
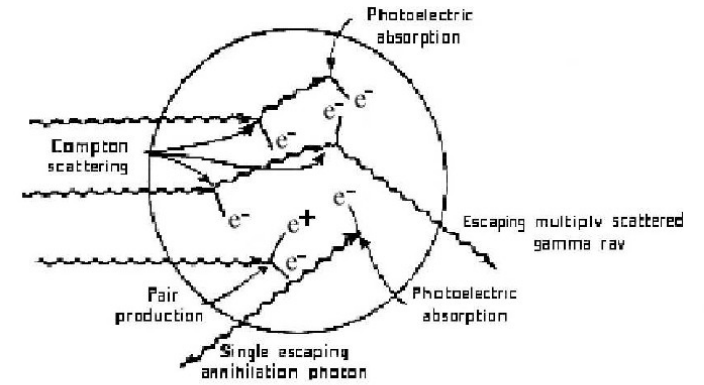


Specific mass = 1050 kg/m³
 No atoms per cm³
 H: 5.25×10^{22} , C: 4.75×10^{22}
 N: 1.8×10^{18} , O: 1.8×10^{18}
 Atomic number: Z (C) = 6
 K-edge (C) = 0.28 keV

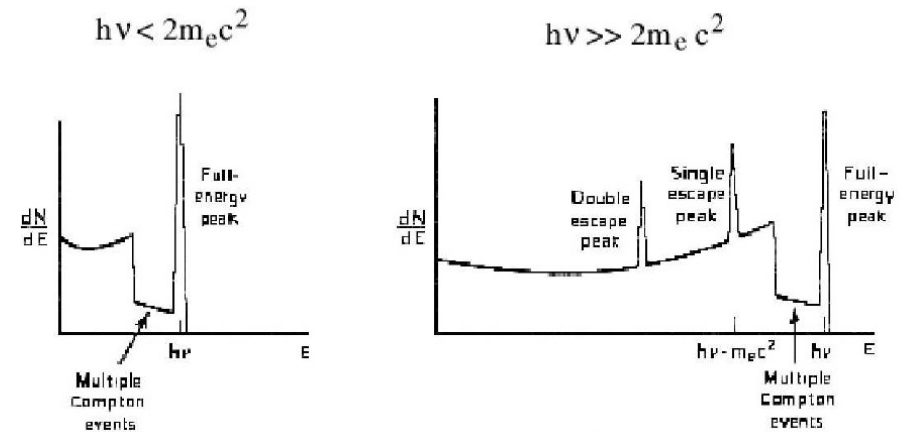
Interazione della radiazione e.m. con la materia



“rivettore medio”



“rivettore piccolo”



Interazione di particelle cariche e radiazione e.m. con la materia

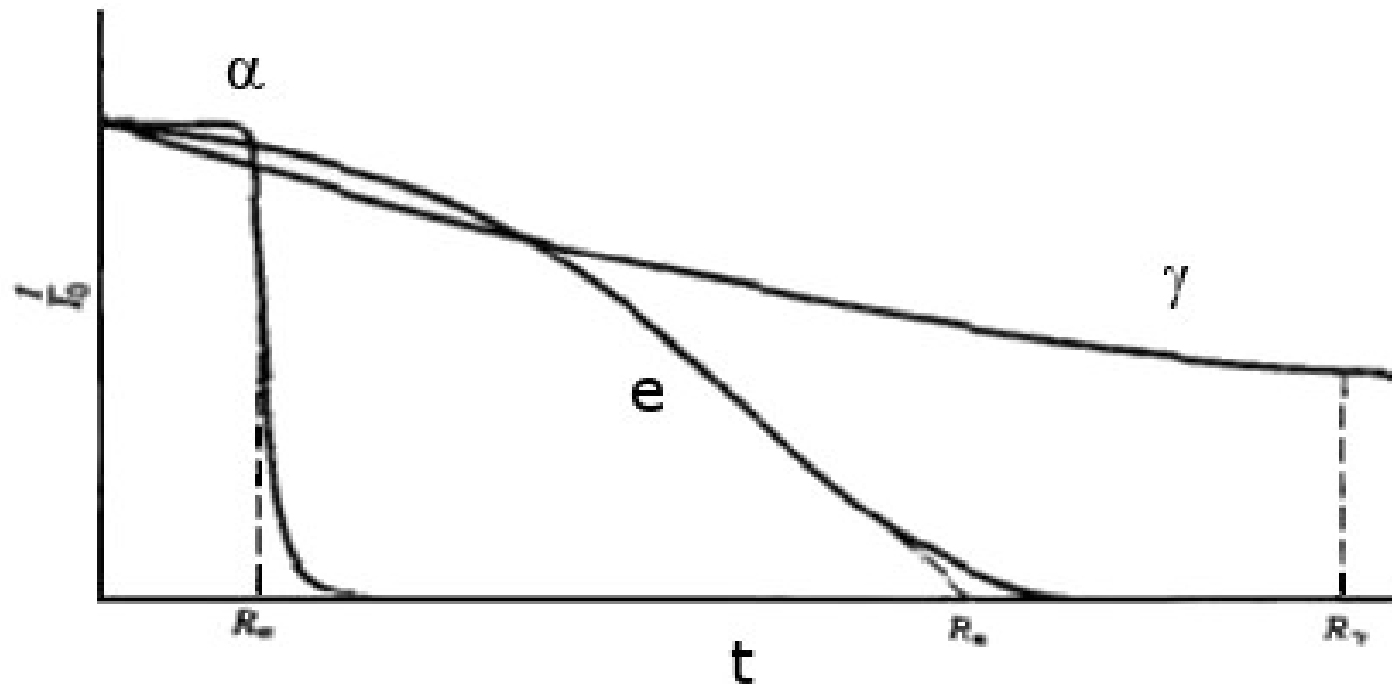


Figure 7.11 The transmitted intensity measured in a geometry such as that shown in Figure 7.9. For α 's, the value of t such that $I/I_0 = 0.5$ is the mean range; for photons, with their simple exponential dependence, we can define the mean range similarly. For electrons, it is customary to define the *extrapolated range* by extending the linear portion of the absorption curve as shown. The horizontal scale is not at all linear; the range for γ 's may be 10^4 that for α 's.