

Analisi Matematica I (A.A. 2017/18) – Proff. F. Bucci & L. De Pascale

**Importante:** Per l'elaborato si utilizzino solo i fogli consegnati dai docenti, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte della seconda parte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita.

**I parte: Quesiti preliminari**

1. La funzione  $f(x) = \cos(2x + 1)$   
 non è periodica     ha periodo minimo pari a  $\frac{\pi}{2} - 1$      è  $\pi$ -periodica  
 non è né pari né dispari     è pari
2. Calcolare (se esiste)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{11n - 7n^n}{5n! - 13^n}$ .
3. Quante soluzioni reali ha l'equazione  $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$ ?
4. Verificato che la funzione  $f(x) = \sqrt{x} - x$  è concava in  $[0, +\infty)$ , determinare il valore (ottimale) di  $b \in \mathbb{R}$  che rende vera la stima  $f(x) \leq b(x - 1)$  per ogni  $x > 0$ .
5. Data  $f(x) = \log(1 + x^2) - [\log(1 + x)]^2$ , determinare  $C \neq 0$  e  $m \in \mathbb{N}^+$  per cui vale lo sviluppo asintotico
$$f(x) = C x^m + o(x^m), \quad x \rightarrow 0.$$
6. L'affermazione “Se  $g(x)$  è integrabile in senso generalizzato in  $[a, +\infty)$  essa tende a 0, per  $x \rightarrow +\infty$ ” è vera o falsa? Corroborare la risposta con un valido argomento (se pur rapido).
7. Data la serie  $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \tan \frac{1}{n-2}$ , attribuirle tra gli aggettivi *convergente*, *assolutamente convergente*, *divergente*, *indeterminata* (tutti e soli) quelli pertinenti.

## II parte: Problemi

8. Descrivere l'insieme

$$E = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = \frac{3}{4} + \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\},$$

precisando se esso è limitato inferiormente/superiormente, se i punti di accumulazione per  $E$  vi appartengono, se è compatto; determinare  $\inf E$  e  $\sup E$  specificando se sono rispettivamente  $\min E$  e/o  $\max E$ .

*Suggerimento:* andrà richiamata una proprietà cruciale della successione  $a_n = (1 + 1/n)^n$ ,  $n \geq 1$ , la cui validità si estende al caso di  $(1 + a/n)^n$ , con  $a$  dettato dal testo (questo andrà provato).

9. Discutere i limiti che seguono:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{\sin(2x)} - \cos^2(3x) - 1}{x(1 + \cos x)}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2e^{\sin(2x)} - \cos^2(3x) - 1}{x(1 + \cos x)}$$

10. Si consideri la funzione

$$h(x) = \begin{cases} 3 + \arctan \frac{1}{x-2} & x \neq 2 \\ 11 & x = 2. \end{cases}$$

Stabilire per quali valori di  $x \in \mathbb{R}$  è definita la funzione integrale  $H(x) = \int_0^x h(t) dt$ ,  
e per tali valori calcolarla.