

Moto dei Gravi

MG-1

Un sasso praticamente puntiforme P viene lanciato da una data posizione con una velocità iniziale di modulo v_0 e inclinazione θ , rispetto all'orizzontale. Il moto di P, con buona approssimazione, avviene con accelerazione costante, verticale discendente di modulo g e la traiettoria in generale è parabolica.

- Scegliendo una terna cartesiana ortogonale con l'origine nella posizione iniziale di P, l'asse x orizzontale e nel piano del moto, l'asse y verticale ascendente, ricavare l'equazione della parabola. Ricavare l'espressione in funzione della gittata, ovvero x_g tale che $y = 0$.
- Fissato $v_0 = 20$ m/s, per quali valori di θ il sasso colpisce il bersaglio praticamente puntiforme A di coordinate (x_a, y_a) con $x_a = 30$ m e $y_a = 7$ m ?
- Fissato il valore di v , quali punti del piano non potranno mai essere raggiunti dal sasso ?

Sol: a) $y(x) = x \operatorname{tg} \theta - \frac{gx^2}{2v_0^2(\cos\theta)^2} = x \operatorname{tg} \theta \left(1 - \frac{x}{x_g}\right)$; b) $\theta = 61^\circ.28, 41^\circ.84$;

$$\text{c) } y(x) = -\frac{gx^2}{2v_0^2} + \frac{v_0^2}{2g}$$

MG-2

Due proiettili sono sparati da un cannone con una velocità iniziale $v_0 = 250$ m/s; uno con un angolo di tiro $\theta_1 = 60^\circ$, l'altro con un angolo di tiro $\theta_2 = 45^\circ$ (il piano di tiro è lo stesso per entrambi). Trascurando la resistenza dell'aria, determinare l'intervallo di tempo che separa il momento in cui i due proiettili sono lanciati e il momento in cui il primo proiettile raggiunge il punto in cui le traiettorie si incontrano.

Sol.: $t' = 37$ s

MG-3

Due corpi sono lanciati simultaneamente dallo stesso punto alla velocità iniziale di 25 m/s: uno verticalmente verso l'alto, l'altro con un angolo $\theta = 60^\circ$ rispetto all'orizzontale. Determinare la distanza tra i due corpi a $t = 1.70$ s senza tenere conto della resistenza dell'aria.

Sol.: $l = 22$ m

MG-4

Un aereo in rapida discesa ha una velocità che forma un angolo di 45° con l'orizzontale. Nell'istante in cui si trova ad una quota $h = 1000$ m abbandona un oggetto che raggiunge il suolo dopo un tempo $T = 4$ s. Trascurando gli effetti dovuti alla presenza dell'aria, determinare:

- Il modulo della velocità dell'aereo nell'istante in cui sgancia l'oggetto;
- La distanza del punto in cui l'oggetto tocca il suolo dalla retta verticale passante per la posizione dell'aereo nell'istante in cui sgancia l'oggetto;
- La velocità con cui l'oggetto tocca il suolo.

Sol.: $v_0 = 326$ m/s, $x = 922$ m, $\vec{v}(t) = v_0 \cos\theta \hat{i} - (v_0 \sin\theta + gt) \hat{k}$ e $|\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 355$ m/s

MG-5

Nello stesso istante in cui una pallina A viene lanciata dall'origine di un sistema di assi cartesiani ortogonali con velocità iniziale di modulo v_0 , una seconda pallina, B, viene lasciata cadere, inizialmente in quiete, da un punto P di coordinate $(x_0; z_0)$.

Assegnati $v_0 = 8$ m/s, $x_0 = 3$ m e $z_0 = 2$ m, e trascurando la presenza dell'aria, determinare:

- a) In che direzione deve essere lanciata la pallina A per riuscire a colpire B;
- b) Le coordinate del punto in cui A e B si incontrano.

Sol.: a) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{z_0}{x_0}$; b) $z_c = 1$ m.