UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE
Facoltà di Scienze M.F.N.
Corso di Laurea in Fisica

Prof. Roberto Falciani

Prof. Andrea Stefanini

Appunti aggiuntivi al corso di ESPERIMENTAZIONI I

Misure in Fisica, equazioni dimensionali e sistemi di unità di misura

PREMESSA

Grandezze fisiche, leggi fisiche e concetti che, per ovvie necessità di spazio e di tempo, non potranno essere illustrati compiutamente in questa sede, saranno illustrati in altri corsi. Tali corsi saranno indicati fra [ ], poste accanto all'argomento in questione, secondo il seguente codice:

- FG1: Fisica generale I - Meccanica - Termodinamica
- FG2: Fisica generale II - Elettromagnetismo
- SM : Struttura della materia
- IFN: Istituzioni di Fisica nucleare
- AS : Astronomia
- MR : Meccanica razionale - Meccanica analitica
- SP : Spettroscopia

Per i nostri scopi attuali possono bastare le nozioni della Fisica del liceo o, talvolta, quello che suggerisce il buon senso e la comune intuizione.
Si raccomanda di leggere (e meditare!) il Cap.I "Le grandezze fondamentali e la loro misura" del volume Mario Ageno - Elementi di Fisica, ed. Boringhieri (TO), per una semplice ma esauriente presentazione della definizione operativa di alcune grandezze fisiche fondamentali.

1 Grandezze fisiche, misure, dimensioni, sistemi di unità di misura

1.1 Introduzione

La Fisica studia i fenomeni naturali cercando di interpretarli, di metterli in relazione fra loro, di formulare relazioni quantitative che permettano di spiegarli in maniera il più possibile unitaria. Sono fenomeni fisici la caduta di un sasso, il galleggiamento di una nave, l'oscillazione di un pendolo, la dilatazione dei corpi sotto l'azione del calore, ecc.. Noi siamo circondati in ogni istante della nostra vita da fenomeni fisici e spesso li osserviamo e li sfruttiamo senza nemmeno rendercene conto. Non appena ci chiediamo il perché di un certo fenomeno, cioè non appena desideriamo conoscere come si produce e le relazioni quantitative esistenti fra le varie "grandezze" che intervengono nel fenomeno considerato, noi facciamo della Fisica. La conoscenza di queste relazioni ci è utile, in quanto ci permette di descrivere e riprodurre il fenomeno considerato a nostro piacimento.

Se noi osserviamo, ad esempio, una nave, ci possiamo chiedere come mai galleggi, pur essendo di ferro. Infatti se noi posiamo sull'acqua un qualsiasi pezzo di ferro, dello stesso ferro di cui è fatta la nave, vediamo che va immediatamente a fondo, mentre la

nave invece galleggia. Viene alla mente che la nave galleggi per la sua forma particolare, per come è stato sagomato il suo scafo, che il volume occupato dalla parte immersa dello scafo sia in relazione con la capacità di galleggiamento della nave. Si potrebbe vedere con ulteriori prove (per esempio prendendo scafi dello stesso peso, sagomandone in maniera diversa la forma e osservandone le diverse capacità di galleggiamento, e così via) che la nostra ipotesi corrisponde alla realtà. Abbiamo dunque trovato quale è la spiegazione del fenomeno "galleggiamento della nave": il volume della nave al di sotto della linea di galleggiamento (cioè il volume dell'acqua spostata dallo scafo immerso) è in effetti ciò che impedisce alla nave di affondare sotto l'azione del proprio peso.
Questi fatti, esposti adesso così grossolanamente, saranno chiariti ed approfonditi quando sarà trattato il principio di Archimede [FG1]; speriamo solo che possano essere stati d'aiuto per capire quale è lo scopo dello studio della Fisica: la comprensione e la schematizzazione dei fenomeni naturali, per poter ridurre la grande quantità di fenomeni, che si presentano così diversi e variabili, a pochi principi fondamentali ed a leggi ben comprensibili per il nostro schema mentale.

1.2 Leggi e grandezze fisiche

Quando arriviamo a formulare una legge fisica, mettiamo in relazione fra di loro grandezze fisiche tramite relazioni matematiche. Vediamo di chiarire questo concetto con un esempio. Si abbia un recipiente cilindrico, contenente un gas molto rarefatto (assimilabile al cosidetto "gas perfetto"), nel quale possa scorrere senza attrito un pistone (v.Fig.1). Un termometro Te ed un manometro B ci danno la possibilità di misurare in ogni istante la temperatura [FG1] e la pressione [FG1] del gas, e l'altezza h_1 ci fornisce la misura del volume occupato dal gas, conoscendo la superficie di base del cilindro. All'inizio il gas occupa il volume V_1 alla pressione P_1 e alla temperatura T; se adesso comprimiamo lentamente il gas fino a ridurne il volume a metà $V_2 = \frac{1}{2}\, V_1$, e manteniamo costante la temperatura (mettendo in contatto termico il cilindro con un'opportuna sorgente di calore a temperatura costante T, cioè con un termostato [FG1]), vediamo che la pressione è raddoppiata $P_2 = 2\ P_1$. Se invece raddoppiamo il volume iniziale, la pressione si dimezza, se triplichiamo il volume iniziale, la pressione si riduce ad 1/3 e così via. Ad un certo momento sorge l'idea che in tutte queste esperienze, mantenendo costante la temperatura, la pressione è variata in maniera inversamente proporzionale al volume. Eseguendo le serie di misure ad una diversa temperatura troviamo che la pressione varia sempre in maniera inversamente proporzionale al volume, ma la costante di proporzionalità è diversa da quella precedente. Traducendo in formule questo concetto, si può scrivere

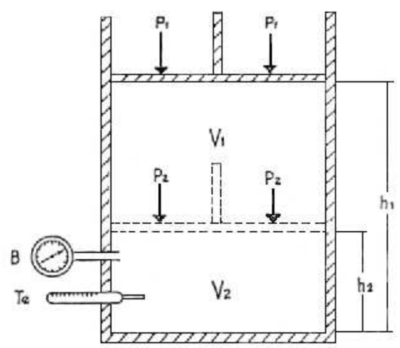

Figura 1:

$$P = \frac{k(T)}{V}$$

o anche

$$PV = k(T) \tag{1}$$

La (1) è nota come la legge di Boyle-Mariotte per i gas perfetti [FG1] e il valore numerico della costante $k(T)$ dipende dal numero di moli di gas, dalla temperatura T alla quale avviene la trasformazione oltre che dalle unità di misura scelte per P e V [FG1].
Notiamo che la (1) non solo riassume in forma schematica le esperienze che abbiamo fatto, ma esprime anche in forma analitica (cioè adatta al calcolo, utile quindi per le applicazioni) come variano P e V in un gas perfetto nelle trasformazioni a temperatura costante (dette isoterme), cioè rappresenta la legge delle trasformazioni isoterme di un gas perfetto.
Procedendo in maniera analoga possiamo scrivere altre leggi fisiche, cioè altre formule analitiche che mettono in relazione tra di loro grandezze fisiche.
Desideriamo notare ancora una volta che una legge della Fisica non è altro che la traduzione matematica delle relazioni esistenti in un certo fenomeno naturale, cioè una relazione analitica fra le grandezze fisiche che intervengono ed interagiscono nel particolare fenomeno che stiamo studiando.

1.3 Grandezze fisiche e loro misura

Noi sappiamo definire una grandezza fisica quando sappiamo misurarla, cioè quando sappiamo fissare le modalità per eseguire la misura e l'unità di misura di quella grandezza. Si tratta quindi di dare una "definizione operativa" delle grandezze fisiche di interesse. Mentre in alcuni casi tale definizione operativa è piuttosto intuitiva (ad es. per la misura di una lunghezza), in molti casi essa risulta alquanto delicata (si vedano ad es. le definizioni operative di massa, temperatura e quantità di calore [FG1]).
Misurare una grandezza significa confrontarla con una prescelta unità di misura, omogenea (cioè della stessa specie) con la grandezza stessa, e definire esattamente un criterio per l'esecuzione pratica della misura stessa. Come esempio pensiamo di dover misurare la lunghezza di un pezzo di spago; prendiamo il "metro" [1] e riportiamolo consecutivamente per un numero x di volte necessario per raggiungere la lunghezza dello spago. Diremo allora che lo spago misura x metri e ciò significa che l'unità di misura "metro" è contenuta x volte nella lunghezza dello spago. Prendendo un'altra unità di misura (ad esempio la lunghezza del nostro braccio, l'estensione del palmo della mano, ecc.) otterremo naturalmente altri valori numerici per la misura della lunghezza dello stesso spago, ma questo significherà soltanto che quella particolare unità di misura è contenuta un diverso numero di volte nella lunghezza misurata rispetto al "metro". Avrà quindi senso parlare della lunghezza di qualche cosa solo quando si specificherà rispetto a quale unità si riferisce la misura.

[1] Abbiamo messo fra virgolette la parola metro perché non l'abbiamo ancora definito compiutamente. Rimandiamo al cap. I dell'Ageno per tutte le precisazioni da fare quando si parla di "misura di una lunghezza".

Anche nel caso della misura di una lunghezza il criterio per l'esecuzione della misura può essere molto più preciso di quello esposto precedentemente. Nel caso che si dovesse effettuare la misura della lunghezza di una sbarra metallica, occorrerebbe specificare a quale temperatura deve essere effettuata la misura; se la sbarra fosse di legno, bisognerebbe anche fissare l'umidità dell'ambiente nel quale si opera; se la sbarra fosse di materiale deformabile, sarebbe necessario inoltre imporre il valore della pressione alla quale è sottoposta la sbarra e così via. Vogliamo insomma far notare che i criteri per l'esecuzione della misura devono essere molto precisi e rigorosi affinché la nostra misura abbia quel preciso significato fisico che vogliamo dare alla grandezza fisica misurata.
Naturalmente per ogni grandezza fisica occorre definire la relativa unità di misura e quindi veniamo ad avere tante unità quante sono le grandezze che conosciamo. Se riflettiamo un momento, troviamo un gran numero di unità di misura, che adoperiamo correntemente e che saranno in seguito introdotte opportunamente (m^3, secondo, chilogrammo-massa, chilogrammo-peso, joule, watt, caloria, grado centrigrado, ampère, volt, ohm, [FG1], [FG2], ecc.).
Possiamo, a questo punto, precisare che una legge fisica è una relazione analitica fra le misure delle grandezze che intervengono nella legge e non fra le grandezze stesse. Nella (1) noi non mettiamo "la pressione" e "il volume" generici nel senso di enti di cui diamo solo una definizione operativa, ma i valori della pressione e del volume misurati ad una certa temperatura rispetto a prefissate unità di misura. Solo in questo senso deve essere formulata una legge fisica e solo in questo senso è utile, permettendoci di fare valutazioni e previsioni sui fenomeni che quella legge descrive in modo generale.

1.4 Grandezze fondamentali e derivate. Dimensioni ed equazioni dimensionali

Come abbiamo detto nel precedente paragrafo per poter misurare una grandezza fisica occorre definire il metodo di misura e la relativa unità di misura, e poiché le grandezze che entrano in gioco nella Fisica sono un numero molto grande, si presenta la necessità di definire e di avere a disposizione un numero molto grande di unità di misura. Questo naturalmente non è né comodo né facile; basti pensare che bisognerebbe creare un adeguato numero di campioni per le varie grandezze, che dovrebbero essere universalmente accettati. E' possibile invece definire alcune grandezze (fondamentali) dalle quali poi poter dedurre tutte le altre. Avendo già definito come unità di misura delle lunghezze il metro (v. paragrafo 1.5) e volendo misurare l'area di una **superficie** S (v. Fig. 2), al momento di scegliere l'unità di misura più adatta bisognerà scegliere un materiale malleabile, in modo da poterlo ridurre a forma "bidimensionale" e poterlo così facilmente ed in modo riproducibile "sovrapporre" alla superficie da misurare. Per non introdurre complicazioni basta assumere come unità

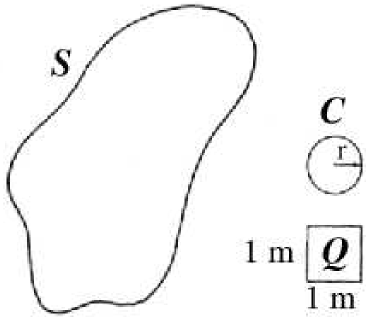

Figura 2:

di misura l'area di un quadrato Q avente per lato l'unità di lunghezza. In questo modo l'unità di misura per le aree è univocamente determinata, non solo, ma è definita in funzione dell'unità di misura delle lunghezze; basta quindi fissare quest'ultima perché anche l'unità per le aree resti definita. In questo caso la grandezza fondamentale è la lunghezza e quella derivata è la superficie. Notiamo che con questa definizione per l'unità di misura per la superficie, l'area A di un quadrato di lato l si esprime attraverso la formula $A = l^2$; se invece avessimo scelto come unità di misura per la superficie quella di un cerchio di raggio unitario, l'area del quadrato sarebbe stata espressa da $A = \ l^2/\ \pi$.
Un ragionamento analogo può essere fatto per il volume; si arriva allora a definire come unità di misura il volume di un cubo avente per spigolo l'unità di lunghezza. Il volume quindi è un'altra grandezza derivata dalla lunghezza.
Si può procedere in maniera analoga per tutte le altre grandezze fisiche: alla fine si vede (e lo controlleremo durante il nostro studio per tutti gli enti fisici che ci interesseranno) che tutte le misure delle grandezze fisiche della meccanica si possono esprimere come combinazione di misure di tre sole grandezze fondamentali: lunghezza, massa, intervallo di tempo (o semplicemente tempo) [2]. Ciò significa che ogni grandezza fisica della meccanica può essere espressa tramite queste tre grandezze fondamentali, o, per meglio dire, da una relazione nella quale compaiono solamente le grandezze fondamentali. In altre parole si può dire che una qualsiasi grandezza fisica si esprime tramite determinate "dimensioni" delle grandezze fondamentali. Gli esempi che seguono chiariranno il concetto, meglio di qualunque giro di parole.
Nel caso della superficie abbiamo visto che la misura si ottiene come "prodotto" di due misure di lunghezza, cioè in formule

$$[\ S\ ] = [\ l \cdot l\ ] = [\ l^2\ ] \tag{2}$$

che si legge: le "dimensioni" della superficie sono il quadrato delle dimensioni della lunghezza, o, anche, che la superficie ha le dimensioni del quadrato di una lunghezza.
Nella (2) si è adottata la convenzione per cui porre una grandezza fra parentesi quadra significa scriverne le dimensioni relativamente alle grandezze fondamentali. Espressioni come la (2) si chiamano **equazioni dimensionali** e la (2) è l'equazione dimensionale della superficie. Nella (2) non compaiono la massa ed il tempo; ciò significa che la superficie è una grandezza fisica indipendente dalla massa e dal tempo. Infatti nell'operazione di misura di una superficie non intervengono misure di tempo e di massa.

Volendo mettere in evidenza l'indipendenza di un ente fisico da una grandezza fondamentale, si pone nell'equazione dimensionale la grandezza fondamentale, da cui l'ente non dipende, elevata ad esponente zero; nel caso della superficie

$$[\ S\ ] = [\ l^2\ m^0\ t^0\ ]$$

Per il **volume** avremo evidentemente

$$[\ V\ ] = [\ l^3\ ] = [\ l^3\ m^0\ t^0\ ] \tag{3}$$

[2]Queste tre grandezze fondamentali non saranno sufficienti per esprimere tutte le grandezze fisiche di interesse; occorrerà considerare anche la temperatura e la quantità di materia contenuta in un sistema (mole) in termodinamica, l'intensità di corrente elettrica in elettrologia e la candela in fotometria quali grandezze fondamentali.

Vediamo adesso quali sono le dimensioni della velocità [FG1]. A noi basta definire come **velocità media** il rapporto fra lo "spazio" Δs percorso da un corpo sulla propria traiettoria ed il tempo Δt impiegato a percorrere questo spazio, in formule

$$< v > = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

dove il simbolo <> significa "valore medio" della quantità fisica inserita entro il simbolo. Le dimensioni della velocità saranno

$$[\ v\ ] = [\ s\ ]\ /\ [\ t\ ] = [\ l\ t^{-1}\ ] \tag{4}$$

cioè una lunghezza diviso un tempo, indipendentemente dalla massa.
L'**accelerazione media** di un corpo mobile [FG1] può essere definita come il rapporto fra la variazione di velocità (Δv) del corpo e il tempo (Δt) durante il quale avviene questa variazione

$$< a > = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$[\ a\ ] = [\ v\ ]\ /\ [\ t\ ] = [\ l\ t^{-1}\ t^{-1}\ ] = [\ l\ t^{-2}\ ] \tag{5}$$

Dalla (5) si ha che le dimensioni dell'accelerazione sono una lunghezza diviso un tempo al quadrato, indipendentemente dalla massa.
Il secondo principio della dinamica si può esprimere dicendo che, in un sistema di riferimento inerziale [FG1], l'accelerazione istantanea subita da un corpo libero, soggetto all'azione di una forza, è un vettore diretto come la forza stessa e di modulo proporzionale a quello della forza , la costante di proporzionalità essendo la massa inerziale m del corpo.
In formule

$$\vec{F} = m\ \vec{a}$$

Le dimensioni di una **forza** sono quindi

$$[\ F\ ] = [\ m\ l\ t^{-2}\ ] \tag{6}$$

Si definisce (nel caso di una forza $\vec{F}$ costante e di uno spostamento rettilineo $\vec{s}$ del suo punto di applicazione) come **lavoro** L compiuto dalla forza $\vec{F}$ il prodotto scalare della forza per lo spostamento rettilineo $\vec{s}$ del suo punto di applicazione [FG1], cioè

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F\ s\ cos\theta$$

essendo θ l'angolo compreso fra le direzioni dei vettori $\vec{F}$ ed $\vec{s}$. Avremo quindi

$$[\ L\ ] = [\ m\ l\ t^{-2}\ l\ ] = [\ m\ l^2\ t^{-2}\ ] \tag{7}$$

Consideriamo una forza $\vec{F}$ che agisce "uniformemente" ed in direzione ortogonale su una superficie S (ad es., il peso di un libro appoggiato sul tavolo, la puntina da disegno premuta sul tabellone, ecc.). Si chiama **pressione** il rapporto fra l'intensità F della forza ed il valore della superficie S [FG1], cioè

$$P = F/S$$

$$[\ P\ ] = [\ m\ l\ t^{-2}\ l^{-2}\ ] = [\ m\ l^{-1}\ t^{-2}\ ] \qquad (8)$$

La **potenza media** $< W >$ [FG1] di una macchina è data dal rapporto tra il lavoro L compiuto dalla macchina in un intervallo di tempo Δt ed il tempo Δt stesso

$$< W >= L/\Delta t$$

$$[\ W\ ] = [\ m\ l^2\ t^{-2}\ t^{-1}\ ] = [\ m\ l^2\ t^{-3}\ ] \qquad (9)$$

Potremmo ancora continuare questo lungo elenco, ma a noi basta per il momento aver visto dalle relazioni (2) - (9) come si scrivono le dimensioni di una grandezza.
Consigliamo vivamente lo studente di valutare le dimensioni di tutte le grandezze fisiche che avrà l'occasione di incontrare. L'utilità dell'equazione dimensionale sta nel fatto che oltre a mettere in evidenza la natura di una grandezza, in relazione alle grandezze fondamentali, stabilisce l'unità di misura di una grandezza derivata (ad esempio, dalla (4) si può subito dire che l'unità di misura della velocità è il metro/secondo, quando si assumono quali unità di misura per la lunghezza il metro e per il tempo il secondo). Inoltre l'equazione dimensionale serve anche per stabilire la correttezza di un'uguaglianza fisica. Infatti se abbiamo un'equazione, un'uguaglianza, quando insomma si può scrivere $A = B$ dove con A e B indichiamo espressioni generiche contenenti varie grandezze fisiche, le dimensioni del primo membro devono sempre essere uguali alle dimensioni del secondo membro (principio di omogeneità), cioè

$$[\ A\ ] = [\ B\ ] \qquad (10)$$

La (10) fornisce un criterio semplice e potente per controllare l'esattezza di una serie di passaggi che, partendo da una qualsiasi espressione fisica, giungano ad un'altra formulazione del tipo $A = B$; basta verificare che le dimensioni del primo e del secondo membro siano uguali per poter essere ragionevolmente sicuri che la deduzione della formula è stata condotta bene. Questo è in generale più semplice che ripetere o ricontrollare tutto il procedimento per provarne l'esattezza [3].
Vediamo infine come le equazioni dimensionali possono anche servire a dedurre, in alcuni casi semplici, le corrette leggi che mettono in relazione le diverse grandezze fisiche che

[3] Naturalmente un paio di errori che si compensino possono ugualmente dare, al momento della verifica dimensionale, che $[\ A\ ] = [\ B\ ]$. Quindi $[\ A\ ] = [\ B\ ]$ è condizione necessaria, ma non sufficiente per l'esattezza del risultato. Certo è che se si trova $[\ A\ ] \neq [\ B\ ]$ si può essere certi di aver commesso qualche errore e bisogna rivedere tutto il calcolo, a cominciare da quello dimensionale!

intervengono in un particolare fenomeno.
Consideriamo ad esempio un pendolo semplice, ovvero una massa puntiforme m appesa ad un filo di lunghezza l ed oscillante sotto l'azione dell'accelerazione di gravità g [FG1]. A priori possiamo pensare che il periodo T di oscillazione sia una funzione, per il momento incognita, delle grandezze fisiche che caratterizzano il problema, ovvero:

$$T = f(l, g, m)$$

Se supponiamo che la funzione f si possa esprimere come legge di potenza, avremo:

$$T = k\ l^{\alpha}\ g^{\beta}\ m^{\gamma}$$

dove k è una costante numerica adimensionale e dove α, β e γ sono tre esponenti incogniti che possiamo dedurre attraverso considerazioni dimensionali.
Ricordando che g è un'accelerazione, l'equazione precedente si scrive dimensionalmente:

$$[\ t\ ] = [\ l^{\alpha}\ l^{\beta}\ t^{-2\beta}\ m^{\gamma}\ ] = [\ l^{\alpha+\beta}\ t^{-2\beta}\ m^{\gamma}\ ]$$

dalla quale si ottiene il sistema

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -2\beta = 1 \\ \gamma = 0 \end{cases}$$

che risolta dà

$$\begin{cases} \alpha = 1/2 \\ \beta = -1/2 \\ \gamma = 0 \end{cases}$$

L'equazione per il periodo del pendolo risulta allora

$$T = k\ l^{1/2}\ g^{-1/2} = k\ \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Come lo studente vedrà nel corso di Meccanica, l'equazione corretta per il periodo del pendolo semplice è:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ovviamente, le considerazioni dimensionali non possono dare il valore della costante k.

1.5 Misure di angoli

Ricordiamo dalle nozioni di geometria elementare che si definisce **angolo piano** la parte di piano individuata da 2 rette non parallele (v. Fig.3). I 4 angoli formati sono a 2 a 2 uguali, in quanto angoli opposti, e gli angoli acuti e ottusi risultano supplementari.

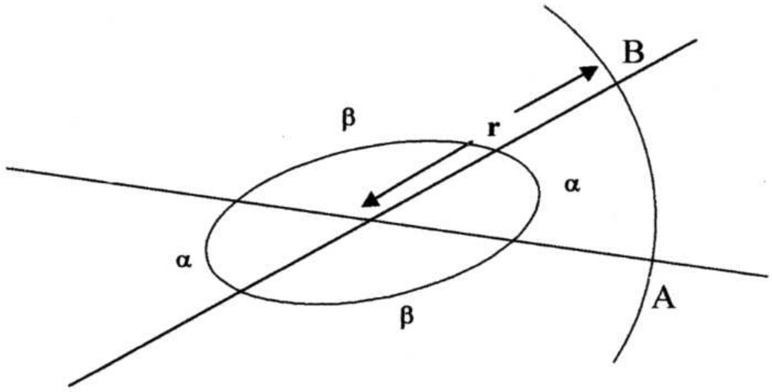

Figura 3:

Possiamo quindi concentrare la nostra attenzione sulla misura di un angolo acuto, indicato in Fig.3 con α. Se stacchiamo su questo angolo un arco di circonferenza di raggio r, la lunghezza dell'arco $\widehat{AB}$ sarà proporzionale al raggio r, cioè $\widehat{AB} = k \cdot r$. La costante di proporzianalità k non è altro che l'ampiezza dell'angolo, cioè $\widehat{AB} = \alpha \cdot r$. Questa relazione contiene esplicitamente la definizione della misura di un angolo in quanto $\alpha = \widehat{AB} \ / r$. Questo significa che potremo misurare l'ampiezza di un angolo semplicemente facendo il rapporto della lunghezza dell'arco $\widehat{AB}$ sotteso dall'angolo stesso su un arco di circonferenza di raggio r ed il raggio stesso. La grandezza "angolo" così definita risulta essere una grandezza adimensionale (in quanto rapporto di 2 lunghezze) ed avremo un angolo unitario (cioè di 1 radiante, abbreviato rad) quando sottende un arco uguale al raggio che è servito per tracciarlo.

Mentre l'angolo piano ci permette di individuare porzioni di piano (e di misurarle), ci può essere l'interesse di definire quantitativamente una **porzione di spazio**, come vista da un punto fisso. Se pensiamo ad esempio di porre la moneta di 1 euro (diametro $\sim$ 23 mm) alla distanza di 2-3 cm dall'occhio non vedremo quasi nulla in quanto la superficie della moneta intercetta tutto il campo visivo del nostro occhio. Se la mettiamo invece alla distanza della visione distinta (v. dispense di ottica geometrica), per esempio ad una distanza dell'ordine di 23 cm dall'occhio, il diametro della moneta sottende in questo caso un angolo piano di circa 0.1 rad. Se invece la disporremo ad una distanza di 2.3 m da noi, la superficie della moneta coprirà solo una modesta frazione del nostro angolo visivo; in questo caso il diametro della moneta sottende un angolo piano di 0.01 rad, che corrisponde grosso modo all'angolo sotto cui vediamo mediamente il Sole e la Luna.

Si tratta, a questo punto, di trovare la maniera di misurare correttamente la porzione di spazio intercettata da una determinata superficie, posta ortogonalmente alla direzione di osservazione, ad una certa distanza dall'osservatore. Con riferimento alla Fig.4, consideriamo una superficie dS, posta ortogonalmente alla direzione individuata dagli angoli θ e φ, e di area trascurabile rispetto al quadrato della distanza ρ. Potremo definire l'**angolo solido elementare** $d\omega$ come

$$d\omega = \frac{\mathrm{dS}}{\rho^2}$$

Ovviamente se considerassimo una superficie dS' non ortogonale a $\rho(\theta, \varphi)$ dovremmo considerare la sua proiezione dS ortogonale alla direzione di ρ. I lati della superficie infinitesima dS valgono rispettivamente (a meno di infinitesimi di ordine superiore) $\rho \cdot d\theta$ e $\rho \cdot sin\theta \cdot d\varphi$, per cui avremo che

$$d\omega = sin\theta \; d\theta \; d\varphi$$

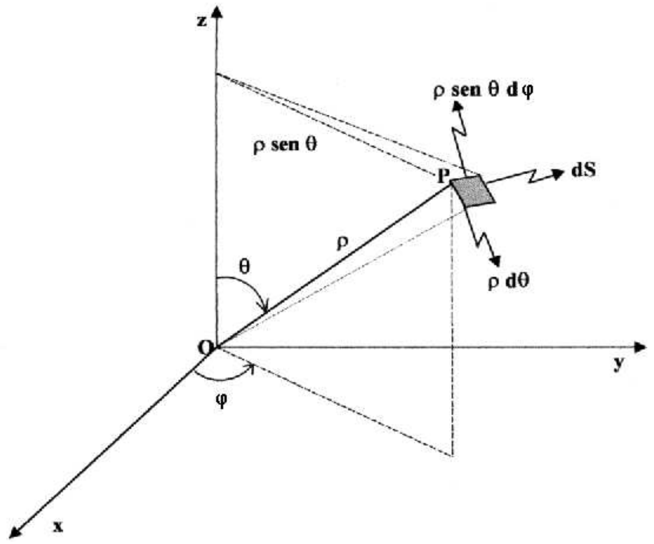

Figura 4:

Per avere il valore dell'angolo solido Ω individuato dai valori estremi θ_1, θ_2 e φ_1, φ_2, bisognerà valutare l'integrale

$$\Omega = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int_{\theta_1}^{\theta_2} sin\theta d\theta \quad (11)$$

Nel caso di un intero semispazio ($\theta = [0, \pi/2], \varphi = [0, 2\pi]$), avremo $\Omega = 2\pi$, mentre per tutto lo spazio $\Omega = 4\pi$. L'angolo solido unitario, che ha il nome di steradiante (e si indica con sr), sottende una superficie (posta ortogonalmente alla direzione di osservazione) di area uguale al quadrato della distanza a cui questa superficie si trova dal punto di osservazione (origine del nostro sistema di coordinate).

In altre parole, l'angolo solido Ω *misura* l'ampiezza del **cono** individuato dalla superficie S posta a distanza ρ; fissato l'angolo solido Ω l'area S da esso sottesa aumenta in modo proporzionale al quadrato della distanza a cui l'area S è *vista* dal punto di osservazione (vertice del cono).

Se la superficie S ha dimensioni e forma qualunque, il semplice integrale dell'equazione (11) si trasforma in un integrale di superficie.

1.6 Unità di misura e sistemi di unità di misura

L'aver assunto quali grandezze fondamentali indipendenti la lunghezza, la massa ed il tempo, comporta la definizione di tre unità di misura fondamentali. La scelta pratica di queste tre unità di misura fondamentali definisce il sistema di unità di misura nel quale decidiamo di "operare".

SISTEMA MKS

Il sistema MKS (dalle iniziali delle unità scelte), o sistema Giorgi (dal nome del fisico italiano che ne sostenne l'adozione) assume come unità di misura per la lunghezza il metro, per la massa il chilogrammo-massa e per il tempo il secondo.

Il metro è stato definito (ed è ormai una definizione "storica" come vedremo in seguito) come la lunghezza della distanza intercorrente fra due incisioni poste su un regolo-campione di platino-iridio, mantenuto alla temperatura di $0°C$, e conservato a Parigi nell'Ufficio Internazionale di pesi e misure. Questo campione doveva rappresentare, in origine, la 40.000.000-esima parte del meridiano terrestre passante per Parigi; misure successive e più precise hanno mostrato che questo meridiano terrestre è circa 40.007.000 metri, ma si è preferito mantenere il campione internazionale originario come unità di misura.
Il regolo campione è stato fatto di una lega di platino-iridio (Pt 90%; Ir 10%) perché tale materiale si conserva abbastanza bene inalterato col tempo; la sua sezione a forma di X ed i particolari accorgimenti per il buon sostenimento meccanico della sbarra impediscono, o per lo meno rendono minime, le deformazioni e inoltre la misura è stata fissata a $0°C$ per controllare gli effetti della dilatazione termica del campione stesso.
La precisione relativa (vedi par.10) con la quale si riesce a determinare la lunghezza del metro-campione è $\sim 2 \cdot 10^{-7}$ ed è dovuta alla larghezza finita dei tratti di riferimento incisi sul regolo di Pt - Ir, alla differenza e disomogeneità dei bordi dei tratti a confronto e a variazioni intrinseche della struttura microcristallina del metallo del regolo campione.
Come unità di misura della massa è stato assunto il chilogrammo-massa (kg), definito dalla massa di un cilindro-campione di platino-iridio, conservato a Parigi nell'Ufficio Internazionale di pesi e misure. Tale massa campione avrebbe dovuto, nelle intenzioni del costruttore, corrispondere alla massa di 1 dm^3 di acqua distillata a $4°C$, ma in effetti la massa campione è circa 27 mg superiore.
La precisione relativa con la quale si possono eseguire misure di confronti di massa (con metodi "classici", tipo bilance, ecc.) può arrivare ad un limite $\sim 7 \cdot 10^{-9}$.
Desideriamo far notare che misure di confronti di masse a livello "atomico" possono essere fatte con precisioni peggiori di circa 3 ordini di grandezza (es., la carica specifica di un protone, e/m, oppure la massa di vari nuclei sono note con precisioni $\sim 2 \cdot 10^{-5}$) [FG2; SM; IFN].
Come unità di misura del tempo è stato assunto il secondo solare medio definito attualmente come l'intervallo di tempo durante il quale si hanno 9192631770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli energetici della struttura iperfine dello stato fondamentale dell'atomo di ^{133}Cs [SP].
Il sistema MKS è stato attualmente sostituito dal Sistema Internazionale.
Si invitano gli studenti a leggere con attenzione le considerazioni svolte in Appendice sulla misura del tempo come esempio delle complessità che si incontrano in Fisica quando si vogliono (e si devono) analizzare con cura gli aspetti metrologici di grandezze fisiche apparentemente quasi intuitive, come possono sembrare la misura del tempo e la definizione della sua unità di misura.

SISTEMA CGS

Il sistema C.G.S. adotta come unità di lunghezza il centimetro, come unità di massa il grammo-massa e come unità di tempo il secondo solare medio ed è stato per molto tempo il sistema più usato nella Fisica.

SISTEMA PRATICO

Nel sistema pratico (detto anche sistema degli ingegneri) vengono assunte quali grandezze fondamentali la lunghezza, la forza, ed il tempo e le rispettive unità di misura sono il metro, il chilogrammo-peso (kgf) e il secondo. Questo sistema, pur essendo molto utile quando si trattano problemi nei quali intervenga la forza peso, presenta l'inconveniente che il valore del chilogrammo-peso varia al variare della latitudine geografica e dell'altezza sul livello del mare del posto nel quale viene effettuata la misura, poiché il chilogrammo-peso dipende dall'accelerazione di gravità g e questa varia con la posizione che si considera sulla Terra. Una rappresentazione parametrica della dipendenza del valore di g da ϕ (latitudine geografica) e da h (altezza sul livello del mare, espressa in metri) è data dall'espressione:

$$g(\phi, h) = 9.80612 - 0.025865\ cos(2\phi) + 0.58 \cdot 10^{-4} cos^2(2\phi) - 0.3086 \cdot 10^{-5}\ h \quad (m\ s^{-2})$$

La dipendenza di g da h è conseguenza diretta dell'allontanamento dal centro della Terra, mentre quella da ϕ proviene per il primo termine principalmente dallo schiacciamento della Terra ai Poli e per il secondo dal fatto che la Terra ruota (e quindi non è un sistema inerziale) e si deve sommare vettorialmente la forza (fittizia) centrifuga alla forza di attrazione gravitazionale.
Occorre, quindi, definire un valore standard per g per dedurre un valore univoco per il kgf; questo viene definito come la forza con la quale la Terra attrae il chilogrammo-massa in un luogo in cui g abbia il valore standard $g_s = 9.80665\ m/s^2$ [4]. Ad esempio, a Roma ($h = 49\ m; \phi = 41°53'N$) $g = 9.80316\ m/s^2$, che risulta inferiore a g_s di $\Delta g/g_s = 3.6 \cdot 10^{-4}$; pertanto il kgf, misurato a Roma, sarà inferiore di $3 \cdot 10^{-4}$ rispetto al kgf standard. A Parigi ($h = 61\ m; \phi = 48°50'N$) invece $g = 9.80938\ m/s^2$, superiore a g_s del $2.8 \cdot 10^{-4}$.
Nel sistema pratico le dimensioni delle grandezze derivate cambiano rispetto a quanto ottenuto per i due sistemi di unità di misura visti precedentemente. Basta infatti pensare alla massa, che in questo caso viene ad avere le dimensioni

$$[\ m\ ] = [\ \frac{F}{a}\ ] = [\ F\ l^{-1}\ t^2\ ]$$

cioè mentre nei sistemi M.K.S. e C.G.S. la massa era un'unità fondamentale, nel sistema pratico è un'unità derivata. E' utile notare che l'unità di misura per il lavoro (e l'energia) è il chilogrammetro ($kgf \cdot m$), che rappresenta il lavoro fatto della forza di un kgf che sposta il proprio punto di applicazione di 1 metro nella direzione di azione della forza stessa.

SISTEMA INTERNAZIONALE

Questo sistema rappresenta la razionalizzazione e l'aggiornamento tecnologico del sistema MKS, deciso nelle periodiche Conferenze Generali di Pesi e Misure (CGPM) e adottato da quasi tutte le nazioni. Le grandezze fondamentali assunte sono: la massa, il

[4] g_s è il valore di g in un luogo con latitudine 45° posto sull'ellissoide di rotazione attorno all'asse di rotazione terrestre che meglio si adatta alla superficie terrestre reale; tale ellissoide si discosta leggermente dal "geoide" ovvero dalla reale superficie di livello degli oceani che costituisce la superficie equipotenziale del campo di gravità terrestre.

tempo, la lunghezza, l'intensità di corrente elettrica, la temperatura termodinamica assoluta, l'intensità luminosa e la quantità di materia. Le corrispondenti unità di misura sono:

- il **chilogrammo** (kg) definito dalla massa di un cilindro-campione di platino-iridio, conservato a Parigi nell'Ufficio Internazionale di pesi e misure;

- il **secondo** (s), definito dalla durata di 9192631770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli della struttura iperfine dello stato fondamentale del ^{133}Cs (v. considerazioni svolte nell'appendice A sulla misura del tempo);

- il **metro** (m); anche per l'unità di misura della lunghezza si è deciso di usare un fenomeno fisico fondamentale, collegato con la struttura atomica, e non un campione pratico, sulla cui inalterabilità si possono nutrire anche dubbi legittimi. Nella CGPM del 1960 il metro fu definito come la lunghezza pari a 1650763,73 lunghezze d'onda nel vuoto della radiazione corrispondente alla transizione tra i livelli $2p_{10}$ e $5d_5$ dell'atomo di kripton 86 (^{86}Kr), la cui lunghezza d'onda è, quindi, di $6.0578021 \cdot 10^{-7}$ m, cioè di 605.78021 nm oppure di 6057.8021 $\mathring{A}$ ($1\ \mathring{A} = 10^{-10}\ m$). La precisione relativa con la quale poteva essere realizzato il metro, seguendo dettagliatamente tutte le prescrizioni sperimentali raccomandate nella definizione stabilita dalla CGPM-1960, era di $\pm 1.0 \cdot 10^{-8}$. Successivamente, lo sviluppo tecnologico dei laser e dell'interferometria ottica ad eterodina [FG2] ha permesso la misura della velocità della luce nel vuoto c con una precisione relativa di $4 \cdot 10^{-9}$, ottenendo per c il valore $(299792458 \pm 1.2)\ m/s)$ (Evenson, 1973). Considerata anche l'importanza che riveste nella Fisica la velocità della luce nel vuoto, la CGPM-1983 ha promulgato una nuova definizione del metro, definito come la lunghezza del percorso nel vuoto della luce durante 1/299792458 di secondo, determinabile con una precisione relativa di $4 \cdot 10^{-9}$.

- l'**ampère** (A) è l'intensità della corrente elettrica (costante) che, percorrendo due conduttori paralleli, rettilinei, di lunghezza "infinita", di sezione circolare di diametro trascurabile rispetto alla distanza fra i conduttori, posti alla distanza di 1 m l'uno dall'altro nel vuoto produce fra questi conduttori una forza uguale a $2 \cdot 10^{-7}$ N per metro di lunghezza;

- il **grado kelvin** (K) è la frazione 1/273.16 della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua pura;

- la **candela** (cd) è l'intensità luminosa di una sorgente che emette una radiazione monocromatica con frequenza $540 \cdot 10^{12}$ Hz e intensità energetica di 1/683 W/sr [5];

[5] Fino al 1982 la definizione della candela era data come l'intensità luminosa, emessa nella direzione perpendicolare, da una superficie di 1/ 600.000 di m^2 di un corpo nero alla temperatura di solidificazione del platino (2045 K) sotto la pressione di 101325 Pa ($1\ Pa = 1\ N/m^2$)

- la **mole** (mol) è la quantità di materia di un sistema che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi di 0.012 kg di carbonio 12 in condizioni di temperatura e pressione standard.

E' prescritto inoltre che il simbolo dell'unità segua il valore numerico della misura, che non sia seguito da un punto, che sia scritto con lettere minuscole a meno che non sia derivato da un nome proprio, nel qual caso la prima lettera del simbolo deve essere maiuscola. (come , ad esempio, il grado kelvin K e l'ampère A).
Si consiglia vivamente lo studente di compilare un quadro sinottico in cui siano riportate tutte le grandezze fisiche che avrà occasione di incontrare nel suo corso di studi, con le dimensioni, unità di misura e fattori numerici di conversione almeno per i sistemi di unità di misura più importanti (SI - MKS, CGS). Sarà particolarmente utile considerare anche le unità di misura non "canoniche", ma universalmente accettate nell'uso pratico (ad esempio, il chilowattora e l'elettronvolt per l'energia; l'atmosfera, il Torr, il bar per la pressione, il cavallo-vapore per la potenza; il barn per la sezione d'urto, ecc...).
Concludiamo confrontando la precisione relativa con la quale sono attualmente conosciute nel SI alcune fra le più importanti unità di misura. In alcuni casi tali valori di precisione relativa sono dovuti a limitazioni imposte da principi fondamentali della meccanica quantistica [IFT] (ad es., il principio di indeterminazione di Heisenberg).

10^{-3}	candela
10^{-4}	
10^{-5}	unità di massa atomica; ampère; volt
10^{-6}	ohm; temperatura (K)
10^{-7}	metro (Sevres)
10^{-8}	kg; metro (^{86}Kr)
10^{-9}	secondo (effemeridi); metro (tramite c)
10^{-10}	
10^{-11}	secondo (quarzo)
10^{-12}	secondo (atomico)

Nelle tabelle I, II e III sono riportati rispettivamente i valori tipici di alcune misure di lunghezza, di massa e di tempo in modo da presentare, anche se molto grossolanamente, i limiti nei quali si troverà ad operare lo studente di Fisica nel corso dei suoi studi, almeno per quanto riguarda le tre grandezze fondamentali della meccanica.
Nella tabella IV sono riassunte le unità di misura e le dimensioni delle grandezze fisiche di interesse per il corso.
Nella tabella V sono infine riportati i prefissi utilizzati per i multipli ed i sottomultipli delle unità di misura.

Vogliamo infine aggiungere alcune conclusioni finali che hanno lo scopo di riassumere e chiarire quanto sopra esposto:

- le dimensioni non definiscono la grandezza fisica a cui si riferiscono: in particolare esse non rendono conto della sua natura scalare, vettoriale, ecc.. Ad esempio energia e momento di forze hanno le stesse dimensioni ma mentre la prima è uno scalare il secondo è una grandezza vettoriale;

- un cambiamento di unità di misura o di grandezze fondamentali utilizzate per la determinazione delle dimensioni non deve influire sulla validità di una legge fisica e quindi grandezze fisiche (o loro funzioni) possono essere legate da uguaglianze in una legge fisica solo se i due membri hanno le stesse dimensioni;

- come conseguenza di quanto sopra riportato, può essere necessario introdurre dei coefficienti nella relazione che esprime una data legge per renderla dimensionalmente corretta. Tali coefficienti devono avere le dimensioni opportune e un valore numerico dipendente dal sistema di unità di misura. Ad esempio nella legge di gravitazione universale

$$F = G\,\frac{M_1\,M_2}{r^2}$$

  la costante G ha le dimensioni

$$[\,G\,] = [\,l^3\,m^{-1}\,t^{-2}\,]$$

- è possibile sommare e sottrarre solo grandezze fisiche omogenee, ovvero caratterizzate dalle stesse dimensioni;

- per essere usate come argomenti di funzioni le grandezze fisiche devono essere combinate in modo che il loro insieme risulti adimensionale, cioè indipendente dalla particolare scelta del sistema di unità di misura. Ciò ha come conseguenza immediata che nello sviluppo in serie di potenze della funzione tutti gli addendi dello sviluppo sono omogenei tra loro.

1.7 Metodi di misura delle grandezze fisiche

Possiamo raggruppare i metodi di misura in tre tipi fondamentali:

1. la misura diretta, che consiste nel confrontare direttamente una grandezza fisica con un campione ad essa omogeneo, preso come unità di misura. Citiamo, come esempi, la misura di massa eseguita con una bilancia, le misure relative di densità, di forza, carica elettrica, ecc.;

2. la misura indiretta, che viene effettuata quando la grandezza da misurare ψ è una funzione di altre grandezze fisiche ad essa non omogenee, e cioè, se $\psi = f(x, y, z, ...)$, misurando separatamente le grandezze $x, y, z, ...$ tramite la relazione funzionale f si può risalire al valore di ψ, quindi si può misurare ψ. Ad esempio, se noi pensiamo di effettuare una misura di velocità media v_m di un punto materiale P in un determinato tratto Δx della sua traiettoria dovremo misurare la lunghezza Δx, il tempo Δt necessario a P per percorrere Δx e poi, dalla definizione di v_m, eseguendo il rapporto $\Delta x/\Delta t$ si otterrà il valore di v_m desiderato. Altri esempi di misure indirette sono

le misure di superficie (ricondotte a due misure separate di lunghezza), di volume (tre misure separate di lunghezze), la misura dinamica di una forza (dalla legge $F = ma$, misurando la massa m di un corpo e l'accelerazione a a cui è sottoposta), di intensità di corrente, ecc.;

3. la misura con apparecchi tarati, che viene effettuata con uno strumento appositamente costruito, il quale fornisce facilmente tramite un opportuno indicatore il valore della misura in questione, senza aver bisogno di campioni (di uso delicato, difficili a costruire e spesso anche costosi), nè di dover operare nelle condizioni ideali e schematiche previste dalle misure indirette. Praticamente quasi tutti gli apparecchi che si incontrano in un laboratorio sono apparecchi tarati (termometri, barometri, tachimetri, voltmetri, bilance, frequenzimetri, multimetri, ecc.).

1.8 Varie caratteristiche di uno strumento

Riportiamo brevemente alcune proprietà caratteristiche di uno strumento, la cui conoscenza è necessaria per una corretta esecuzione della misura con quello strumento.

- La **prontezza** è data dalla rapidità con cui lo strumento si mette in equilibrio, segnalando così il valore della misura della grandezza. La prontezza viene misurata dal reciproco del "tempo caratteristico", t_c, dello strumento, che rappresenta il tempo necessario affinché lo strumento si porti in una nuova situazione di equilibrio dopo che la grandezza misurata ψ abbia subito una variazione $\Delta\psi$ in un intervallo di tempo $\ll t_c$. Uno strumento sarà tanto più pronto quanto minore sarà il suo t_c. Per misurare correttamente variazioni successive $\Delta\psi_i$ che avvengono in tempi Δt_i, occorre usare uno strumento che possieda un $t_c \ll \Delta t_i$. Ad esempio, un normale tester analogico ha un $t_c \sim 0.5\ s$ e non può, quindi, misurare correttamente variazioni di differenza di potenziale (ddp) che avvengono in intervalli di tempo inferiori. Se, al contrario, vogliamo misurare il valore di una grandezza mediato in un tempo Δt, occorrerà usare uno strumento con $t_c > \Delta t$ oppure acquisire la serie temporale di misure ottenute con uno strumento con $t_c \ll \Delta t$ ed integrare successivamente (a livello di integrazione numerica dei valori ottenuti o con opportuni strumenti elettronici, detti integratori) nell'intervallo Δt desiderato, dividendo poi il risultato dell'integrale per Δt.

- La **portata** (massima) è la massima quantità della grandezza che può essere misurata con quello strumento. Ad esempio la portata di una comune bilancia è di qualche chilogrammo, mentre quella di una bascula è di vari quintali. Ovviamente non si può pensare di misurare una grandezza superiore in valore alla portata dello strumento senza che la misura sia alterata dal funzionamento non perfetto dello strumento oppure senza che lo strumento stesso subisca guasti irreparabili.

- La **soglia** è la minima quantità della grandezza che può essere rivelata dallo strumento.

- L'**intervallo di funzionamento** (o range) di uno strumento è dato dall'intervallo soglia-portata.

1.9 La sensibilità

Occorre distinguere subito se si parla di uno strumento o di una misura. Infatti si può considerare uno strumento come un ente separato dal resto, oppure ci possiamo riferire ad una misura, che prevede naturalmente l'uso di uno o più strumenti, ma con particolari modalità d'impiego, che definiscono le condizioni sperimentali della misura. Si può avere a disposizione uno strumento di per sé ottimo ed usarlo in maniera talmente maldestra da ottenere una misura completamente sbagliata della grandezza in esame (ad esempio, una bilancia di precisione usata in un ambiente soggetto ad elevate fluttuazioni di temperatura e a violente correnti d'aria).

Uno strumento di misura fornisce una risposta R (spostamento di un indice, indicazione di un contatore, altezza di un menisco mobile, ecc.) quando viene sollecitato dal valore della grandezza fisica ψ che si vuol misurare. La relazione $R(\psi)$ è la curva di taratura dello strumento, che si ricava misurando le risposte R_i ottenute quando lo strumento è sollecitato da valori noti ψ_i della grandezza ψ. Generalmente la taratura di uno strumento è fornita (e talvolta certificata) dal costruttore, ma è buona norma procedere sempre ad un controllo sia dell'esattezza della taratura di uno strumento sia della sua stabilità temporale, tramite calibrazioni periodiche. Per quantificare la qualità di uno strumento è utile definire una grandezza, detta **sensibilità** σ di uno strumento, data dal valore assoluto della pendenza della curva di taratura nell'intorno del valore medio $R(\psi)$ della grandezza che stiamo misurando. Una valutazione della sensibilità media può essere ottenuta determinando la quantità $<\sigma>=\mid R_2 - R_1 \mid / \mid \psi_2 - \psi_1 \mid$ dove R_2 e R_1 sono le risposte dello strumento considerato quando "misura" rispettivamente i valori ψ_2 e ψ_1 della grandezza ψ. La quantità $<\sigma>$ è definita nell'ipotesi che la sensibilità dello strumento rimanga costante nell'intervallo $\mid \psi_2 - \psi_1 \mid$. Se la relazione $R(\psi)$ non è lineare, σ non sarà una costante ma varierà da punto a punto della curva di taratura, cioè dipenderà anche dal valore della grandezza fisica ψ che viene misurata.
Esiste un valore minimo ΔR_m che ogni strumento ha la capacità di indicare con un valore della sua risposta diverso dai valori contigui. Generalmente ΔR_m coincide (per uno strumento ben progettato e correttamente usato) con l'errore di lettura, cioè col minimo valore della variazione della "risposta" che lo strumento è capace di segnalare. Il corrispondente valore $\Delta\psi_m = \Delta R_m/\sigma(\psi)$ rappresenta l'intorno dei valori di ψ, nel quale lo strumento fornisce sempre una stessa risposta. In altre parole, per tutti i valori compresi nell'intervallo $[\psi - \Delta\psi_m/2\ ,\ \psi + \Delta\psi_m/2]$ lo strumento indica la stessa risposta $R(\psi)$. La quantità $\Delta\psi_m$ è talvolta definita anche come **errore di sensibilità**.
In alcuni strumenti $R(\psi)$ è di tipo continuo (cioè R può assumere, almeno in linea di principio, valori continui come avviene ad es. in un tester, un metro a nastro, un calibro), in altri è invece di tipo discreto (cioè R può variare di quantità discrete, a scatti, come, ad es., un conta-secondi, un display numerico, ecc.). Gli strumenti a variazione discreta sono anche definiti come strumenti digitali; per questi non ha molto senso parlare di sensibilità, ma si usa solo darne l'errore di sensibilità (variazione della grandezza misurata corrispon-

dente alla variazione di un'unità sulla cifra meno significativa indicata dal display).
In ogni strumento esistono poi effetti (attriti variabili, isteresi, "giochi" meccanici, fluttuazioni casuali di potenziali elettrici, ecc) che provocano una variazione casuale di $R(\psi)$, anche se ψ è rimasta inalterata. Inoltre l'indicazione della misura data dallo strumento viene spesso percepita da un nostro senso (si pensi per esempio alla stima visuale della posizione dell'ago di una bilancia) e questo fatto introduce un'ulteriore e personale causa d'errore. Ci sono anche altre cause esterne aleatorie (ad esempio la polvere e l'umidità che si possono depositare negli ingranaggi dello strumento, una corrente d'aria che altera l'equilibrio di una bilancia, ecc.) che concorrono ad aumentare l'incertezza di una misura. Ci sono infine effetti legati all'intima struttura corpuscolare della materia (vedi principio di indeterminazione) che causano errori che, tuttavia, possono essere assolutamente trascurati negli esperimenti che lo studente svolgerà durante il corso di laboratorio. Il risultato di tutte queste cause di natura aleatoria è che in corrispondenza di un valore costante di ψ otteniamo, per gli n valori $R_i(\psi)$ della risposta dello strumento, una distribuzione attorno ad un valore medio $< R >$, con una "larghezza" δR

$$\delta R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(R_i - < R >)^2}{n-1}}$$

Nel caso che i valori R_i abbiano una distribuzione "normale", δR coinciderà con la deviazione standard.
A tale fluttuazione nella risposta corrisponderà un'incertezza sulla misura di ψ data da $\delta\psi = \delta R / \mid \sigma(\psi) \mid$

Si può definire **precisione** il reciproco di $\delta\psi$. Per $\delta\psi$ decrescente, $1/\delta\psi$ aumenta e la precisione dello strumento è maggiore; la qualità delle misure fornite è migliore, nel senso che tutte le misure tendono ad addensarsi attorno a $< \psi >$.
Talvolta è molto utile considerare la **precisione relativa** dello strumento definibile dal rapporto $\delta\psi / < \psi >$.
Notiamo che la precisione è una caratteristica intrinseca di uno strumento, cioè per cambiarla bisogna modificare radicalmente lo strumento ed il suo modo di funzionamento. Invece la sensibilità di uno strumento può essere cambiata anche molto semplicemente. Ad esempio, nel caso di uno strumento a lancetta mobile (tester,orologio e simili) basterà allungare le lancette (questo fatto, però, farà aumentare il momento d'inerzia delle lancette e, quindi, tenderà a ridurre la prontezza dello strumento); nel caso di uno strumento con equipaggio mobile (galvanometro, pendolo di torsione, ecc) basterà usare un metodo di "leva ottica" per aumentarne facilmente la sensibilità.
Desideriamo notare che in uno strumento ben progettato e correttamente utilizzato il reciproco della precisione e l'errore di sensibilità dovrebbero essere confrontabili (salvo esigenze specifiche) l'uno con l'altro, anche se si riferiscono a caratteristiche dello strumento molto diverse tra loro. Se infatti l'errore di sensibilità è più piccolo di $\delta\psi$ occorrerà ripetere varie volte la rilevazione del valore della risposta R in modo da ottenere poi una stima del suo valore medio. Se invece l'errore di sensibilità è più grande di $\delta\psi$, non vengono utilizzate le prestazioni possibili dello strumento, risultando l'errore di sensibilità la maggior causa nell'incertezza della determinazione di $R(\psi)$. Le varie caratteristiche

di uno strumento (prontezza, portata, soglia, sensibilità, precisione) non sono fra loro indipendenti ma risulteranno da un saggio compromesso sulle prestazione attese per lo strumento. Ad esempio, non si potrà facilmente realizzare uno strumento con una portata di 1 q (q = quintale = $10^2 kg$) e con un'incertezza dell'ordine del grammo.
L'errore di sensibilità di una misura S è dato dalla minima variazione della quantità da misurare che può essere rivelata dalla misura stessa. Naturalmente una misura di una grandezza implica l'uso di uno o più strumenti, secondo varie modalità sperimentali. L'errore di sensibilità di una misura sarà generalmente inferiore (o al limite uguale) alla somma degli errori di sensibilità dei singoli strumenti che intervengono nella misura.

1.10 Scale ed indici. Il nonio

Generalmente per eseguire la misura con un apparecchio tarato si legge la posizione di un indice su una scala graduata nelle unità di misura della grandezza da misurare. Gli indici possono essere dotati di movimento traslatorio (es.: scorrevole di un calibro, menisco di Hg di un termometro, o di un barometro, quota di un galleggiante in un serbatoio, ecc.) e le corrispondenti scale saranno segmenti rettilinei graduati (v. Fig.5a), oppure di movimento rotatorio attorno ad un asse fisso (es.: le lancette di un orologio, l'indice di un manometro metallico, di un voltmetro, di una bilancia, di un pendolo di torsione, di un galvanometro, ecc.) e le corrispondenti scale saranno archi di cerchio graduati (v. Fig.5b), oppure possono essere non di natura puramente meccanica e allora si può disporre di una varietà piuttosto notevole di indici e scale (riportiamo solo a titolo di esempio le scale e gli indici elettronici, di natura sia analogica che digitale, che possono fornire automaticamente e con grande rapidità il valore della misura in modo da poter essere anche elaborata immediatamente da un calcolatore elettronico). Le scale di lettura potranno essere lineari (cioè con graduazione regolarmente spaziata) o non lineari in relazione alle caratteristiche di linearità o non linearità del fenomeno scelto per condurre le operazioni di misura.
Come si può anche dedurre dalla Fig.5, generalmente la misura con un apparecchio tarato si riduce all'apprezzamento della coincidenza di due tratti, uno della scala e l'altro dell'indice. Per ottenere una maggiore facilità di lettura e una superiore precisione si ricorre all'aiuto di sistemi ottici, ad esempio oculari, microscopi, ecc. (usati come nei teodoliti, catetometri, livelle e così via), opportunamente adattati da artifici, tipo il metodo della leva ottica, che consentono una precisione ancora più elevata (es.: galvanometri, bilance di torsione, ecc.) [6]. Un metodo molto semplice per ridurre l'errore di sensibilità di una scala è l'uso del nonio. Questo consiste, come illustrato nelle Fig.6a e 6b (alle quali facciamo riferimento per i simboli) nel tracciare sullo scorrevole una graduazione ausiliaria concorde con la principale (nonio), in modo che l'indice faccia da zero per il nonio e che la lunghezza pari a n tratti della scala principale venga divisa in $n + 1$ parti uguali. Nell'esempio in

[6] Un errore che in certi casi può avere notevole importanza è quello di "parallasse": se l'indice dello strumento si muove su di un piano parallelo a quello della scala, la lettura del valore della grandezza è corretta solo se l'operatore si pone in un piano perpendicolare al piano della scala e passante per l'indice. Posizioni diverse porterebbero ad una sottostima o sovrastima del valore misurato. Per ridurre al minimo tale errore, gli strumenti a indice sono spesso provvisti di uno specchietto posto nel piano della scala, parallelamente ad essa. L'operatore potrà ridurre l'errore di parallasse mettendosi in una posizione tale da veder coincidere l'indice con la sua immagine riflessa nello specchio.

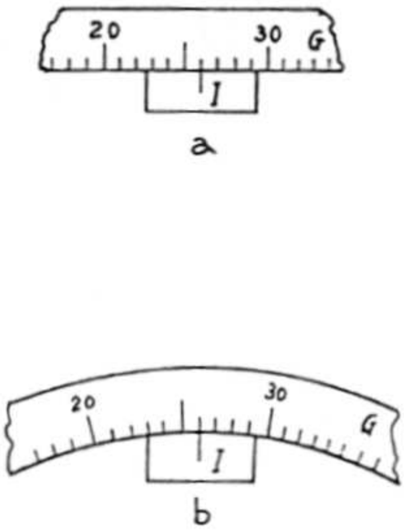

Figura 5:

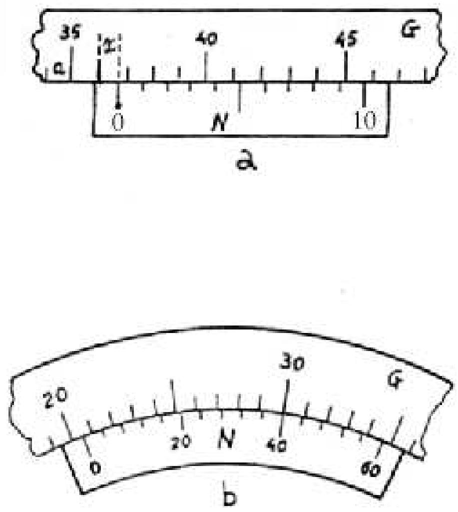

Figura 6:

Fig.6a, $n = 9$ parti della graduazione principale sono divise in $n + 1 = 10$ parti sulla graduazione del nonio. La lettura di Fig.6a è $36 + x$; vediamo come si possa determinare x con il nonio. Si guarda quale divisione l del nonio coincide con una divisione della scala principale (nel nostro caso $l = 7$) e il valore di x sarà dato proprio dalla frazione $l/(n+1)$ nella minima divisione della scala principale, cioè la nostra misura sarà 36.7. Infatti ogni divisione del nonio vale

$$a' = a\ \frac{n}{n+1}$$

dove a è il valore della divisione sulla scala principale. Il tratto $x + l \cdot a'$ sul nonio sarà uguale al tratto $l \cdot a$ sulla scala principale (delimitato nel nostro caso da una parte dalla divisione 36 e dall'altra dalla divisione 43), cioè

$$l \cdot a = x + l \cdot a' = x + l \cdot a\ \frac{n}{n+1}$$

da cui si ricava

$$x = l\ \frac{a}{n+1}$$

ossia x sarà l volte $(n+1)$-esimi di a. Nel nostro caso $n+1 = 10$, quindi $x = 7/10$ e quindi la misura sarà $36+0.7 = 36.7$. In definitiva il nonio permette di ricondurre l'apprezzamento "a occhio" di una distanza x (molto discutibile e poco preciso) all'apprezzamento della coincidenza di due tratti sottili e ben disegnati (cosa che l'occhio sa fare particolarmente bene); la lettura di una scala con nonio si fa leggendo sulla scala principale il valore della divisione che precede immediatamente lo zero del nonio, aggiungendovi poi il valore del tratto x dedotto dal nonio come descritto precedentemente. Se il nonio è ottenuto dividendo 19 intervalli della scala principale in 20 parti, dalla coincidenza dei due tratti (come sopra descritta) si può apprezzare x in ventesimi di a, mentre se è ottenuto dividendo 49 intervalli in 50 parti, x sarà dato in cinquantesimi di a. Molto usato è il nonio sulle scale circolari. Il principio di funzionamento è analogo a quello del nonio lineare. Nell'esempio di Fig.6b la lettura sarà $20° + 40/60$ di grado, cioè $20°40'$.

Desideriamo concludere questo paragrafo invitando lo studente a consultare qualche buon testo per liceo o scuole tecniche-industriali, nel quale siano illustrati, in maniera molto più estesa, vari strumenti di misura, corredati da differenti scale e modalità di lettura.

1.11 Calibro e strumenti a vite micrometrica (Compasso di Palmer e Sferometro)

Uno degli strumenti più semplici provvisti di scala con nonio è il **calibro a cursore**, che viene utilizzato per misure di lunghezza ed in particolare di spessore. Esso è costituito da un cursore che può scorrere su un regolo graduato ed è rappresentato schematicamente in Fig.7. A parte possibili difetti di taratura (tra i quali può avere importanza uno spostamento dello zero che conviene controllare prima dell'uso), un buon calibro può arrivare ad un errore di sensibilità di 0.01 mm. Come mostrato in Fig.7, il calibro permette la misura sia di spessori esterni (a), sia di spessori interni (b) che di profondità di cavità (c).
Per migliorare la sensibilità del calibro si può ricorrere a dispositivi meccanici di amplificazione, che permettono di tradurre un piccolo spostamento della parte a contatto con il corpo da misurare in uno spostamento maggiore dell'indice della scala. Vi sono diversi tipi di questi dispositivi a base di leve e di ingranaggi, fra i quali i cosidetti "micrometri". Consideriamo qui la vite micrometrica, costituita da una vite, lavorata con la massima cura, che ha un passo assai breve (in genere 0.5 mm) e di cui un estremo è fissato ad un disco o ad un tamburo graduato. Questo ha un diametro piuttosto grande rispetto al passo della vite in modo che ad un piccolo spostamento lungo l'asse corrisponda una

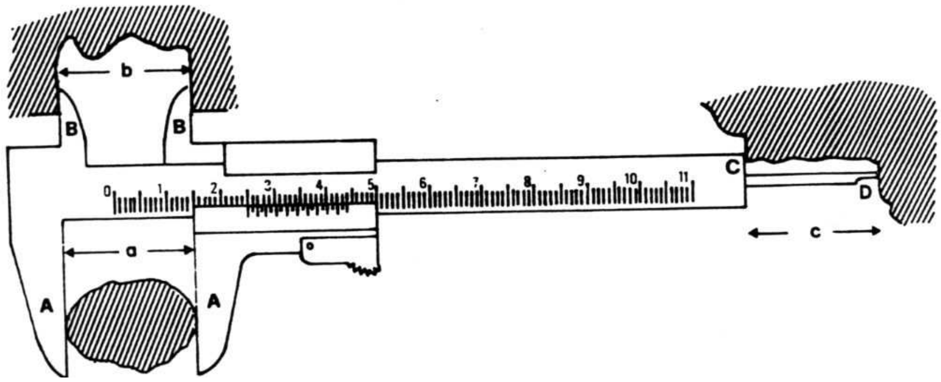

Figura 7:

rotazione ben evidente del tamburo. Una vite micrometrica ha quasi sempre un pò di "gioco" nella madrevite, gioco che di solito ha importanza solo quando si inverte il senso di avanzamento: per tale motivo è spesso consigliato di arrivare alla misura da effettuare avvicinandosi sempre nello stesso verso (per ridurre tale effetto talvolta la vite è tenuta in posizione da un'apposita molla).
Il minimo errore di sensibilità raggiungibile con una vite micrometrica è in generale di $10\mu m$, in qualche caso di 1 μm.
La più immediata applicazione della vite micrometrica si ha nel **compasso di Palmer**, riportato in Fig.8. In essa T è un tamburo solidale con la vite micrometrica B, mentre A è una vite di riferimento che serve per definire lo zero della scala. Per evitare di deteriorare la vite micrometrica quando questa arriva in contatto con il corpo di cui si vuol misurare la dimensione, l'avanzamento viene effettuato tramite una apposita manopola N munita di frizione.

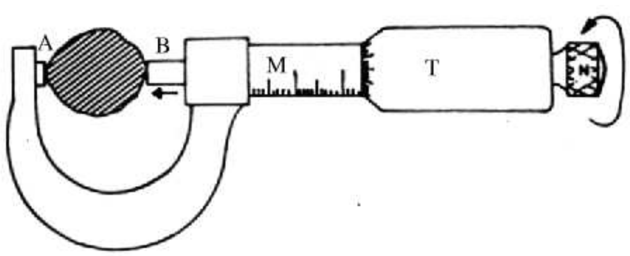

Figura 8:

Sostanzialmente analogo a quello del compasso di Palmer è il principio di costruzione dello **sferometro** (vedi Fig.9), con la differenza che alla madrevite sono connessi rigidamente tre piedi i cui estremi individuano i vertici di un triangolo equilatero. Sul sostegno dei tre piedi è poi fissata una scala verticale S che viene lambita dall'orlo affilato del disco T connesso rigidamente alla vite micrometrica. La graduazione in S è uguale al passo della vite (in generale 0.5 mm). Sul disco è inoltre riportata una scala che permette di determinare le frazioni di giro della vite micrometrica, prendendo come riferimento il filo della scala S.
Per utilizzare lo sferometro si inizia ad operare ponendo lo strumento su di un piano di riscontro e si determina la lettura sul disco (e sulla scala S) quando la punta della vite micrometrica è in contatto con il piano (anche in questo caso lo spostamento della vite micrometrica deve essere fatto tramite apposita manopola con frizione). Analoga operazione dovrà essere fatta sul corpo di cui si vuol misurare lo spessore, il cui valore sarà ottenuto per differenza tra le due letture.
L'utilizzo maggiore dello sferometro si ha per la misura del raggio di curvatura di una calotta sferica. In Fig.10 è riportata la sezione della calotta sferica AVB in esame che, perché sia possibile l'utilizzo dello strumento, deve avere un diametro di base maggiore della distanza tra i piedi dello sferometro. Appoggiando lo strumento sulla calotta, la circonferenza circoscritta (di raggio r) al triangolo equilatero individuato dai tre piedi determinerà una nuova calotta $A'VB'$, più piccola della precedente, che ha lo stesso raggio di curvatura R di quella data e di cui h rappresenta la "freccia".
Dal teorema di Pitagora

$$R = \sqrt{r^2 + (R-h)^2}$$

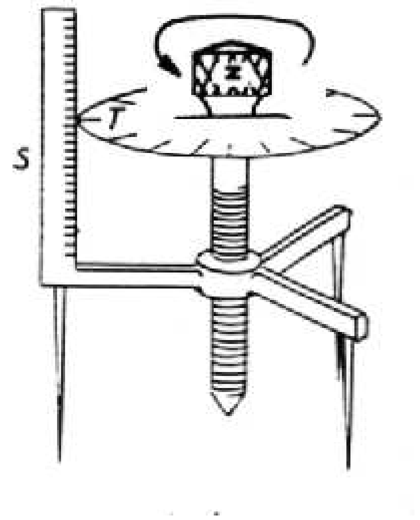

Figura 9:

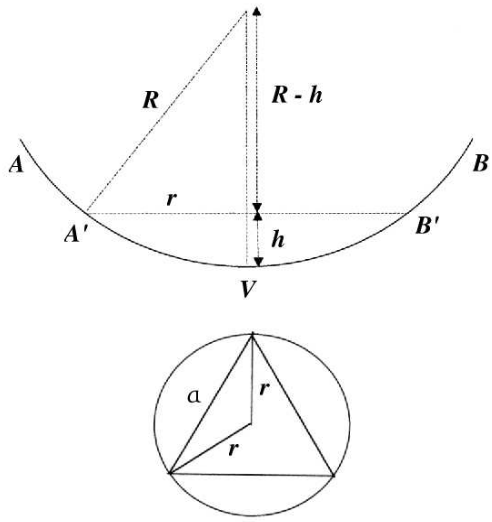

Figura 10:

da cui segue

$$R = \frac{r^2 + h^2}{2\ h}$$

D'altra parte se a rappresenta il lato del triangolo equilatero individuato dai tre piedi, si ha anche $a = 2\ r\ cos\ 30° = r\ \sqrt{3}$ e quindi

$$R = \frac{a^2/3 + h^2}{2\ h}$$

In realtà a ha solo un significato fittizio in quanto i tre piedi non sono mai perfettamente equidistanti. In tal caso conviene misurare separatamente la distanza fra ciascuna coppia di piedi e poi determinare a come media dei valori ottenuti (con corrispondente incertezza data dallo scarto massimo delle varie misure dal valore medio).

1.12 Gli errori in una misura: errori sistematici ed errori accidentali

Come abbiamo detto in precedenza, quando misuriamo una grandezza non possiamo ottenere un valore esatto della misura, ma otteniamo un valore della misura che è affetto da un errore.
Gli errori di misura si distinguono in due grandi categorie, errori sistematici ed accidentali. Per **errori sistematici** intendiamo gli errori che si ripercuotono nella misura sempre nella stessa maniera, alterando quindi il risultato nello stesso senso. Può essere utile suddividere gli errori sistematici in varie "categorie", in dipendenza dell'agente principale che li causa. Questo ci aiuterà a chiarire, con vari esempi, il concetto di errore sistematico.

Esistono errori sistematici “di schematizzazione”, dovuti cioè a cause e fenomeni fisici che vengono trascurati (o sottostimati) nella schematizzazione che ci costruiamo della misura in esame. Esempi di errori sistematici “di schematizzazione” sono:

- in una bilancia a bracci uguali: la diversa lunghezza dei bracci, la diversa massa dei piattelli, una non corretta valutazione della spinta d’Archimede offerta dall’aria ai due piattelli (uno con la massa di riferimento ed uno con la massa da misurare), ecc;
- in un pendolo: l’attrito offerto dall’aria, una scorretta determinazione della lunghezza equivalente del pendolo, i momenti di flessione lungo il pendolo, un momento frenante sull’asse di sospensione dovuto ad attriti non ben eliminati, ecc.;
- in un generatore di tensione (reale!): la caduta di tensione [FG2] sulla resistenza interna dovuta all’intensità di corrente elettrica.

Esistono poi errori sistematici “strumentali” e alcuni esempi possono essere:

- errori nella tracciatura delle divisioni di strumenti con scale graduate;
- eccentricità non nulla in scale circolari graduate;
- la “traccia” che il coltello di una bilancia si può scavare nella sede del giogo, che può provocare anche situazioni di pseudo-equilibrio del sistema;
- attrito su uno snodo della sospensione di un piattello di una bilancia oppure un po’ di polvere depositata su un piattello;
- un metro metallico “allungato” per effetto di un aumento della temperatura;
- una livella di un teodolite non “in bolla”;
- l’inaccuratezza nella calibrazione di un termometro.

Esistono poi gli errori sistematici personali, dovuti cioè ad apprezzamenti di scale, spostamenti ed indici da parte dello sperimentatore . Si usa determinare “equazioni personali”, che forniscono una correzione delle valutazioni medie date dai singoli sperimentatori, in modo da eliminare (o da mediare in modo “pesato”) le sottostime e sovrastime che ogni singolo sperimentatore può aver commesso. Questo tipo di errori sistematici va rapidamente scomparendo man mano che si vanno diffondendo i sistemi di acquisizione automatica dei dati. Questi ultimi possono introdurre, a loro volta, altri errori sistematici dei quali occorre tenere conto.
E’ difficile accorgersi della presenza di errori sistematici in una serie di misure, perchè alterano tutti i risultati nella stessa maniera. Solo l’abilità, l’esperienza e, spesso, la pazienza dello sperimentatore permettono di ridurre o eliminare in ogni serie di misure gli errori sistematici.
Gli **errori accidentali** sono quelli che si presentano di volta in volta in maniera aleatoria, e non solo non siamo in grado di controllarli, ma nemmeno di prevedere di quanto e in

quale senso altereranno il risultato della misura. Le cause di errori accidentali possono essere moltissime ed indipendenti.
Mentre per gli errori sistematici ci sono buone possibilità di eliminarli (dipende spesso dallo sperimentatore!), non è possibile eliminare gli errori accidentali proprio per la loro stessa natura di presentarsi aleatoriamente ora in un senso, ora nell'altro, in modo da compensarsi o da sommarsi. L'unica maniera per valutarli è determinare l'influenza che hanno sui risultati delle misure. Essendo intrinsecamente casuali ed indipendenti l'uno dagli altri, per trattarli ci serviremo dei metodi e dei risultati della statistica, come illustrato nelle corrispondenti dispense.
Desideriamo concludere questa parte rilevando che è ormai "gergo" generalmente accettato (soprattutto nei paesi di lingua inglese) parlare di accuratezza quando si analizzano gli errori sistematici, mentre si parla di precisione quando si trattano gli errori casuali. In altre parole, effettuando una determinazione dell'accelerazione di gravità con un pendolo semplice di cui abbiamo valutato erroneamente la lunghezza (errore sistematico), ma di cui abbiamo misurato il periodo delle piccole oscillazione con un errore quadratico medio molto piccolo (errori casuali), possiamo dire di avere effettuato una misura molto precisa ma non accurata. C'è, infine, da tener conto che nelle relazioni analitiche usate per esprimere quantitativamente i risultati delle misure possono comparire costanti numeriche (ad es. e,π,ecc.), che sono numeri irrazionali e che, per utilità, vanno rappresentate con un'approssimazione tale da non diminuire la precisione intrinseca della misura; in altre misure possono apparire costanti fisiche (ad es., costante di Planck, velocità della luce nel vuoto, ecc.), che sono misurate con una precisione nota di cui bisogna tener conto nella valutazione della precisione globale della misura.

Tab. I - Alcuni valori di lunghezze tipiche (in metri)

Diametro equatoriale della nostra galassia	$\sim 10^{21}$
1 anno luce	$9.46 \cdot 10^{15}$
Distanza media di Plutone dal Sole	$5.92 \cdot 10^{12}$
Distanza media del Sole dalla Terra	$1.5 \cdot 10^{11}$
Raggio del Sole	$6.96 \cdot 10^{8}$
Raggio (equatoriale) terrestre	$6.378 \cdot 10^{6}$
Raggio (polare) terrestre	$6.357 \cdot 10^{6}$
Altezza del Monte Bianco (sul livello del mare)	$4.81 \cdot 10^{3}$
Altezza media dell'uomo (italiano)	1.72
Diametro di un capillare medio (per H_2O pura)	$\sim 10^{-3}$
Diametro medio di un granello di sabbia	$\sim 10^{-4}$
Diametro di un globulo rosso	$\sim 10^{-5}$
Lunghezza d'onda associata ad 1 eV	$1.24 \cdot 10^{-6}$
Lunghezza d'onda (nel vuoto) della luce di colore verde	$\sim 0.5 \cdot 10^{-6}$
Lunghezza tipica di un virus	$\sim 10^{-7}$
Raggio di Bohr dello stato fondamentale dell'idrogeno ($a_0 = \varepsilon_0\ h^2/\ \pi\ m_e\ e^2$) (*)	$0.529 \cdot 10^{-10}$
Lunghezza d'onda Compton dell'elettrone ($\lambda = h/\ m_e\ c$) (*)	$2.43 \cdot 10^{-12}$
Raggio classico dell'elettrone ($r_e = e^2/4\ \pi\ \varepsilon_0\ m_e\ c^2$) (*)	$2.82 \cdot 10^{-15}$

(*) I valori utilizzati per le costanti sono:

ε_0 = costante dielettrica del vuoto = $8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$
h = costante di Plank = $6.63 \cdot 10^{-34} J\ s$
m_e = massa dell'elettrone = $9.11 \cdot 10^{-31}\ kg$
c = velocità della luce nel vuoto = $2.998 \cdot 10^{8}\ m\ s^{-1}$
e = carica dell'elettrone = $1.60 \cdot 10^{-19}\ C$.

Tab. II - Alcuni valori di masse tipiche (in kg)

Nostra galassia	$\sim 3 \cdot 10^{41}$
Sole	$1.99 \cdot 10^{30}$
Terra	$5.97 \cdot 10^{24}$
Luna	$7.35 \cdot 10^{22}$
Massa della cometa di Halley	$\sim 10^{14}$
Grande iceberg	$\sim 10^{13}$
Superpetroliera	$\sim 10^{8}$
Locomotiva	$\sim 10^{5}$
Uomo medio	$0.75 \cdot 10^{2}$
Radio-meteora	$\sim 10^{-5}$
Granello di sabbia	$\sim 10^{-8}$
Gocciolina d'olio	$\sim 10^{-13}$
Virus	$6.8 \cdot 10^{-21}$
Molecola d'albumina	$1.1 \cdot 10^{-22}$
Massa a riposo del protone	$1.67 \cdot 10^{-27}$
Massa a riposo dell'elettrone	$9.11 \cdot 10^{-31}$

Tab. III - Alcuni valori di intervalli di tempo (in secondi)

Età dell'universo	$\sim 4 \cdot 10^{17}$
Età della Terra	$1.4 \cdot 10^{17}$
Età della piramide di Cheope	$1.4 \cdot 10^{11}$
Vita media dell'uomo	$2.4 \cdot 10^{9}$
Periodo di rivoluzione della Terra (anno)	$3.1 \cdot 10^{7}$
Periodo di rotazione della Terra (giorno)	$8.6 \cdot 10^{4}$
Periodo di rivoluzione di un satellite artificiale	$5.4 \cdot 10^{3}$
Vita media del neutrone	$8.9 \cdot 10^{2}$
Intervallo fra due pulsazioni cardiache normali	$8.0 \cdot 10^{-1}$
Periodo di un diapason in La	$2.3 \cdot 10^{-3}$
Vita media del muone	$2.2 \cdot 10^{-6}$
Vita media del pione carico	$2.6 \cdot 10^{-8}$
Periodo di oscillazione di microonde (di 3 cm di lunghezza d'onda)	$1.0 \cdot 10^{-10}$
Tipico periodo di rotazione di una molecola	$1.0 \cdot 10^{-12}$
Periodo di oscillazione di radiazioni luminose ($\lambda = 300\ nm$)	$1.0 \cdot 10^{-15}$
Vita media del pione neutro	$0.84 \cdot 10^{-16}$
Periodo di oscillazione di un raggio γ da 1 MeV	$\sim 4.0 \cdot 10^{-21}$

Tab. IV - Unità di misura e dimensioni nei vari sistemi

GRANDEZZA	DIMENSIONI $[L,\ M,\ T]$	UNITA' di MISURA in S.I.	SIMBOLO	UNITA' di MISURA in C.G.S.	SIMBOLO	DIMENSIONI $[L,\ F,\ T]$	UNITA' di MISURA in SISTEMA PRATICO	SIMBOLO
Lunghezza	$[L^1M^0T^0]$	metro	m	centimetro	cm	$[L^1F^0T^0]$	metro	m
Superficie	$[L^2M^0T^0]$	metro^2	m^2	centimetro^2	cm^2	$[L^2F^0T^0]$	metro^2	m^2
Volume	$[L^3M^0T^0]$	metro^3	m^3	centimetro^3	cm^3	$[L^3F^0T^0]$	metro^3	m^3
Angolo piano	$[L^0M^0T^0]$	radiante	rad	radiante	rad	$[L^0F^0T^0]$	radiante	rad
Angolo solido	$[L^0M^0T^0]$	steradiante	sr	steradiante	sr	$[L^0F^0T^0]$	steradiante	sr
Massa	$[L^0M^1T^0]$	chilogrammo	kg	grammo	g	$[L^{-1}F^1T^2]$	kgpeso · secondo^2/metro	$kgf \cdot s^2/m$
Tempo	$[L^0M^0T^1]$	secondo	s	secondo	s	$[L^0F^0T^1]$	secondo	s
Frequenza	$[L^0M^0T^{-1}]$	hertz	Hz	hertz	Hz	$[L^0F^0T^{-1}]$	hertz	Hz
Velocità lineare	$[L^1M^0T^{-1}]$	metro/secondo	m/s	centimetro/secondo	cm/s	$[L^1F^0T^{-1}]$	metro/secondo	m/s
Velocità angolare	$[L^0M^0T^{-1}]$	radiante/secondo	rad/s	radiante/scondo	rad/s	$[L^0F^0T^{-1}]$	radiante/secondo	rad/s
Accel. lineare	$[L^1M^0T^{-2}]$	metro/secondo^2	m/s^2	centimetro/secondo^2	cm/s^2	$[L^1F^0T^{-2}]$	metro/secondo^2	m/s^2
Accel. angolare	$[L^0M^0T^{-2}]$	radiante/secondo^2	rad/s^2	radiante/secondo^2	rad/s^2	$[L^0F^0T^{-2}]$	radiante/secondo^2	rad/s^2
Forza	$[L^1M^1T^{-2}]$	newton	N	dyne	dyn	$[L^0F^1T^0]$	kgpeso	kgf
Lavoro	$[L^2M^1T^{-2}]$	joule	J	erg	erg	$[L^1F^1T^0]$	chilogrammetro chilowattora	kgm kWh
Potenza	$[L^2M^1T^{-3}]$	watt	W	erg/secondo	erg/s	$[L^1F^1T^{-1}]$	chilogrammetro/secondo (*)	kgm/s
Pressione	$[L^{-1}M^1T^{-2}]$	pascal	Pa	baria	$baria$	$[L^{-2}F^1T^0]$	kgpeso/metro^2 (**)	kgf/m^2
Densità assoluta	$[L^{-3}M^1T^0]$	chilogrammo/metro^3	kg/m^3	grammo/centimetro^3	g/cm^3	$[L^{-4}F^1T^2]$	kgpeso · secondo^2/ metro^4	$kgf \cdot s^2/m^4$
Peso specifico	$[L^{-2}M^1T^{-2}]$	newton/metro^3	N/m^3	dyne/centimetro^3	dyn/cm^3	$[L^3F^1T^0]$	kgpeso/metro^3	kgf/m^3
Momento d'inerzia	$[L^2M^1T^0]$	chilogrammo · metro^2	$kg \cdot m^2$	grammo · centimetro^2	$g \cdot cm^2$	$[L^1F^1T^2]$	kgpeso · metro · secondo^2	$kgf \cdot m \cdot s^2$
Tensione superf.	$[L^0M^1T^{-2}]$	newton / metro	N/m	dyne/centimetro	dyn/cm	$[L^{-1}F^1T^0]$	kgpeso/ metro	kgf/m
Viscosità	$[L^{-1}M^1T^{-1}]$	pascal · secondo	$Pa \cdot s$	poise	P	$[L^{-2}F^1T^1]$	kgpeso · secondo / metro^2	$kgf \cdot s/m^2$

(*) altre unità sono: cavallo-vapore $(CV) = 75\ kgm\ s^{-1}$ e horse-power $(hp) = 1.01\ CV$.

(**) altre unità sono:atmosfera $(Atm) = 760\ torr = 1.013 \cdot 10^5\ Pa$.

Tab. V - Prefissi usati per i multipli ed i sottomultipli delle unità di misura

Fattore	Prefisso	Simbolo
10^{24}	yotta	Y
10^{21}	zetta	Z
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	etto	h
10^{1}	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	yocto	y

A Appendice – Alcune considerazioni sulla misura del tempo

La misura della grandezza fisica "tempo" (in realtà "intervallo di tempo") si fonda sull'esistenza di fenomeni periodici,tali cioè da riproporsi in identiche condizioni ad intervalli di tempo detti periodi. Per la definizione di una unità di misura del tempo occorre supporre che nel fenomeno periodico considerato i "periodi" siano costanti. Vedremo in seguito che questa assunzione è basata su schematizzazioni che semplificano la spiegazione quantitativa della regolarità osservata nel fenomeno considerato, ma che introducono incertezze nelle misure di tempo se i "periodi" usati mostrano in realtà fluttuazioni casuali o variazioni sistematiche. Il fenomeno periodico tradizionalmente usato per la misura del tempo è la rotazione terrestre. Per "contare" il numero di rotazioni terrestri occorre determinare un punto di riferimento rispetto al quale valutare il numero di "giri" effettuati dalla Terra attorno al proprio asse. Un riferimento ovvio è rappresentato dal Sole e si può definire come **giorno solare "vero"** l'intervallo di tempo fra due passaggi consecutivi del centro del disco del Sole "vero" alla culminazione superiore del meridiano del luogo considerato (il meridiano di un luogo è definito dal piano passante per l'asse di rotazione terrestre e per la verticale del luogo) [7].
Inoltre, poichè il moto di rotazione terrestre è concorde col moto di rivoluzione della Terra attorno al Sole (v. Fig.11), durante un giorno solare la Terra si sarà spostata di un

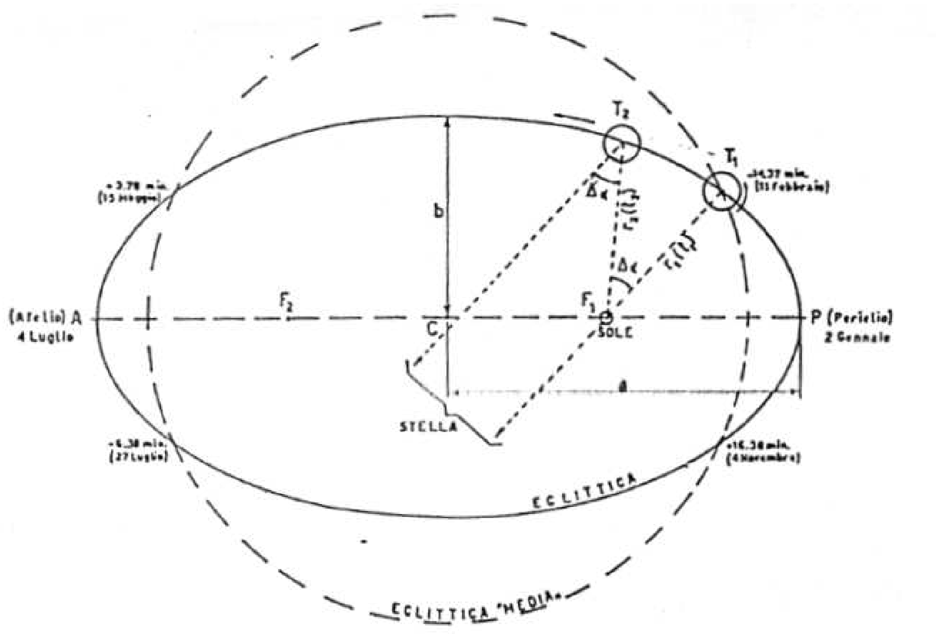

Figura 11:

[7]In realtà il giorno solare "vero" è comunemente definito [AS] rispetto alla culminazione inferiore del centro del disco solare in meridiano, ma essendovi, per definizione, un intervallo di 12 ore di tempo solare "medio" fra la culminazione superiore ed inferiore, la definizione da noi adottata è più semplice per una comprensione intuitiva della misura.

angolo $\Delta\alpha$ sull'eclittica. Il giorno solare risulterà quindi più lungo di un intervallo di tempo $\Delta t = \Delta\alpha/\omega$ (ω = velocità angolare di rotazione della Terra) rispetto ad un giorno "siderale", cioè rispetto all'intervallo di tempo fra due successivi transiti in meridiano di una stella, posta a distanza molto grande rispetto alla distanza Sole - Terra. Questo fatto non avrebbe nessuna conseguenza se il moto di rivoluzione della Terra sull'eclittica fosse uniforme e se l'eclittica non fosse inclinata rispetto all'equatore celeste. Essendo la forza di attrazione gravitazionale $\vec{F_g}$ una forza centrale, si può vedere [FG1; AS; MR] che la velocità areolare terrestre V_a è costante ; in modulo $V_a = \frac{1}{2}\, r^2\, \Delta\alpha/\Delta t$ (per il significato dei simboli usati v. Fig.11). Inoltre, poiché la dipendenza di $\mid \vec{F_g} \mid$ dalla distanza è del tipo r^{-2}, l'orbita descritta dalla Terra risulta essere un'ellisse, con il Sole in uno dei fuochi (F_1). Essendo m (Terra) $\simeq 6 \cdot 10^{24}\ kg \ll m$ (Sole) $\simeq 2 \cdot 10^{30}\ kg$, il centro di massa del sistema Terra - Sole si trova praticamente nel fuoco F_1 dell'eclittica. Conseguentemente, al fine di rispettare la costanza di V_a, la Terra si muove più velocemente, rispetto al Sole, al perielio P di quanto non faccia all'afelio A, cioè

$$\left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}\right)_P \; > \; \left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}\right)_A$$

Per uno stesso intervallo di tempo Δt avremo che

$$\Delta\alpha_P \; > \; \Delta\alpha_A$$

e questo risultato ci dimostra che non si può usare il giorno solare "vero" per definire l'unità di misura del tempo, che, per definizione, deve rimanere costante.
Conviene allora definire il moto di un "Sole fittizio" (chiamato **Sole medio**) come il moto di un astro la cui proiezione sull'equatore celeste dovrebbe percorrere l'equatore stesso con velocità angolare costante e con lo stesso periodo (un anno) del Sole vero. Il moto apparente del "Sole fittizio" coinciderebbe col moto apparente del "Sole vero" se l'orbita della Terra attorno al Sole fosse una circonferenza e se l'asse di rotazione terrestre fosse perpendicolare al piano dell'eclittica (v. circonferenza tratteggiata in Fig.11). In questo caso vedremmo transitare, in tutti i giorni dell'anno, il Sole "vero" alla culminazione superiore del meridiano esattamente a "mezzogiorno", cioè alle ore 12 del nostro orologio (regolato sul tempo del meridiano locale e funzionante in tempo solare "medio"). Invece, l'effetto combinato dell'eccentricità dell'orbita terrestre attorno al Sole e dell'inclinazione dell'asse di rotazione terrestre sull'eclittica [AS] produce differenze fra le posizioni in cielo del "Sole vero" e del "Sole medio" (quello, ripetiamo, su cui è regolato il nostro orologio). I valori estremi di queste differenze sono:

- 11 febbraio: -14.37 *min* (- significa che il Sole "vero" passa al meridiano prima del mezzogiorno indicato dal Sole "medio", cioè dal tempo solare "medio")
- 15 maggio: + 3.78 *min*
- 27 luglio: - 6.38 *min*
- 4 novembre: + 16.38 *min* (+ significa che il Sole "vero" passa al meridiano dopo il mezzogiorno solare medio)

Si assume a questo punto come unità di misura del tempo il **secondo solare medio**, definito come la 86400 - esima parte (86400 = 24 x 60 x 60) del giorno solare medio. Con il valore attuale della velocità angolare di rotazione della Terra ($\omega = 7.29211515 \cdot 10^{-5}\ rad/s$) e con strumenti astronomici tecnologicamente molto evoluti si riesce a determinare il secondo solare medio con una precisione relativa $\sim 5 \cdot 10^{-9}$.
La Terra non è un sistema rigido e si manifestano importanti effetti mareali causati essenzialmente dall'attrazione gravitazionale lunare sulle masse fluide terrestri. Questo provoca sia variazioni nel valore del momento di inerzia della Terra, sia una dissipazione di energia, dovuta agli attriti che si manifestano fra le masse fluide in movimento mareale di tipo viscoso, con una potenza media dell'ordine di $\sim 10^{12}\ watt$ (notiamo che l'energia cinetica rotazionale della Terra è di $\sim 2.14 \cdot 10^{29}\ joule$). Il risultato è una diminuzione della velocità angolare di rotazione ω della Terra [FG1; MR].
Questo fatto è confortato sia da indicazioni storiche sia da sofisticate misure recenti che portano a concludere che la velocità angolare di rotazione della Terra sta continuamente rallentando (anche se molto lentamente, come vedremo) ed è affetta anche da fluttuazioni irregolari di tipo periodico e stocastico.
Si può dimostrare [MR] che, come conseguenza della conservazione del momento angolare nel sistema Terra - Luna, un risultato di questo rallentamento della velocità angolare terrestre è rappresentato da uno scambio di momento angolare [FG1; MR] fra il momento angolare rotazionale della Terra ed il momento angolare orbitale della Luna, il quale si manifesta in un allontanamento della Luna dalla Terra dell'ordine di alcuni centimetri/anno. Pensando che questo fenomeno sia avvenuto in maniera continua per alcune centinaia di milioni di anni, l'effetto cumulativo del rallentamento è rivelabile sia su fenomeni "macroscopici" registrati in periodo storico (date di eclissi di Sole e di Luna, potendo risalire fino alle registrazioni degli astronomi caldei e babilonesi) sia su fenomeni di tipo geologico (ad esempio, il diverso ritmo di crescita apparente in organismi fossili, come alcuni coralli e conchiglie bivalve, oppure le sequenze di sedimentazione di formazioni contenenti composti ferrosi, ed altri fenomeni simili, che possono essere "datati" fino al periodo pre-cambriano).
Anche l'alternanza dei periodi glaciali influenza sicuramente il rallentamento della rotazione terrestre. Ad esempio, circa 104 anni fa i ghiacci coprivano molte terre dell'emisfero nord (Canada, Alaska, Montagne Rocciose, Scandinavia, regioni baltiche, Russia e Siberia). Allo scioglimento dei ghiacci si è avuto un cambiamento: dallo stato solido (ghiaccio) a quello liquido (acqua); la massa liquida si è trasferita dalle regioni polari a quelle equatoriali, facendo aumentare il livello degli oceani. Si è quindi avuta una variazione del momento d'inerzia polare della Terra insieme ad una dissipazione d'energia (moto di vaste masse fluide sul terreno). Inoltre la pressione dei ghiacci abbassa il livello delle terre sottostanti (uno spessore di 1 Km di ghiaccio provoca una depressione di circa 330 metri della crosta terrestre), con conseguente variazione del momento d'inerzia terrestre. Il risultato globale è un'ulteriore variazione della velocità angolare di rotazione della Terra.
In Fig.12 sono riportati schematicamente i vari fenomeni naturali che possono causare un rallentamento nella velocità angolare di rotazione della Terra.
Alcuni ricercatori hanno cercato di spiegare l'aumento di longitudine geocentrica della Luna [AS] ed il suo progressivo allontamento della Terra con una diminuzione, costante nel

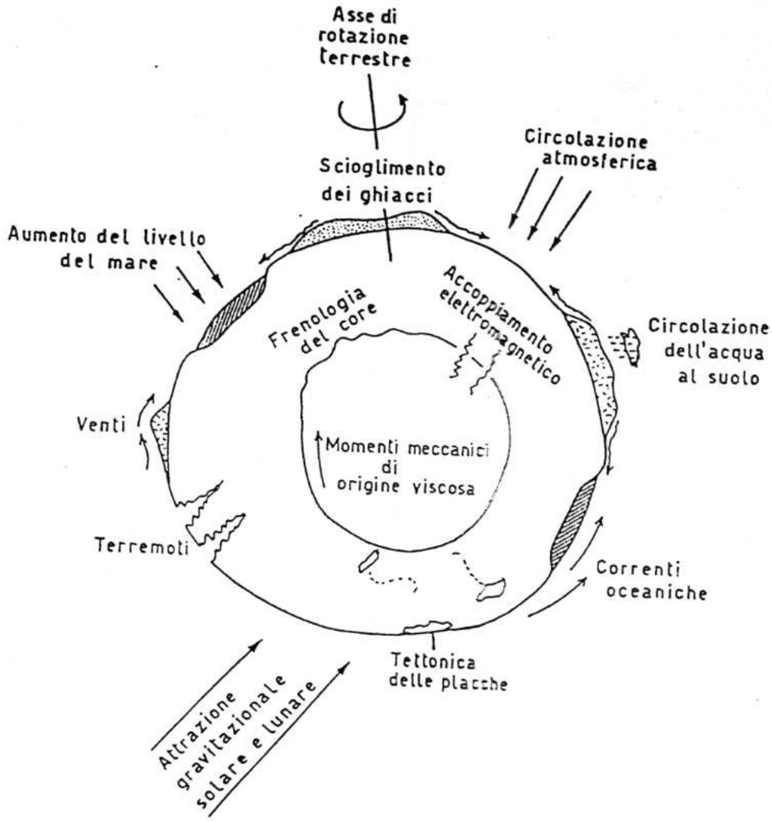

Figura 12:

tempo, del valore della costante di attrazione gravitazionale G [FG1; AS]. Sarebbe bastata una diminuzione relativa $(\Delta G/G)/\Delta t = \dot{G}/G = (-3.6 \pm 1.8) \cdot 10^{-11}$ /anno per spiegare gli effetti osservati. Misure accuratissime del moto di satelliti artificiali entro il sistema solare, effettuate anche con tecniche di radio-interferometria intercontinentale, hanno dimostrato che $\dot{G}/G < 0.2 \cdot 10^{-11}$ /anno. Dal 1969 esistono serie di misure continue e molto precise di posizione (longitudine geocentrica) e di distanza della Luna, effettuate utilizzando segnali laser pulsanti e riflessi da opportuni schermi riflettenti posti sulla superficie lunare dagli astronauti delle missioni Apollo. Queste misure (effettuate con precisioni $\sim 10^{-11} \div 10^{-12}$) hanno permesso di mettere in evidenza fluttuazioni di $\Delta\omega$ a basso periodo (da 1 giorno fino ad 1 anno) e di confermare il valore attuale di $\Delta\omega$, estrapolato dalle misure astrometriche degli ultimi 150 anni e dalle indicazioni storiche (eclissi, ecc.) e geologiche. Riportiamo, per completezza, un quadro riassuntivo di alcune stime delle variazione relative $(\Delta\omega/\omega)/\Delta t = (\Delta\omega/\Delta t)/\omega = \dot{\omega}/\omega$ della velocità angolare di rotazione della Terra per unità di tempo e del corrispondente aumento della lunghezza del giorno (LOD) (Length Of the Day)

	$\dot{\omega}/\omega$ (unità 10^{-9} /secolo)	$\frac{\Delta(LOD)}{\Delta t}$ (unità 10^{-3} s/secolo)
Registrazioni di eclissi $\sim$ 700 a.c.	- 28	+ 2.4
Registrazioni di eclissi $\sim$ 1000 d.c	- 24 $\pm$ 2	+ 2.1 $\pm$ 0.2
Registazioni di eclissi dal 950 d.c. finora	- 16.2	+ 1.4
Valore medio negli ultimi $2 \cdot 10^3$ anni , ottenuto da misure astrometriche e geologiche	- 18 $\pm$ 1	+ 1.6 $\pm$ 0.1

E' istruttivo notare come, nelle applicazioni pratiche, si trovi "conveniente ed utile" usare unità di misura di riferimento adeguate ai valori delle grandezze che si misurano. Nei casi esposti l'unità di misura usata per gli intervalli di tempo è il secolo, data la piccolezza dei valori delle quantità fisiche da misurare. Riportiamo infine in Fig.13, per completezza d'informazione, l'andamento delle variazioni relative $\Delta\omega/\omega$ negli ultimi anni, ricavata da una media (pesata!) di misure ottenute con tecniche diverse. Per liberarsi dai problemi illustrati nel caso della rotazione terrestre si può pensare di usare come fenomeno periodico fondamentale per le misure del tempo il moto di rivoluzione della Terra attorno al Sole. Si può definire in questo caso come **secondo solare medio** la frazione di 1/31556925.9747 dell'anno tropico al 1 gennaio 1900 (ore 12 del tempo dell'effemeridi) [AS]. Si chiama **anno tropico** l'intervallo di tempo fra due passaggi successivi del Sole all'equinozio primavera. Tuttavia gli equinozi "precedono" di 50.26 arcsec/anno tropico a causa del moto di precessione della Terra nello spazio, che si manifesta nel fatto che l'asse di rotazione terrestre descrive un "cono" (di apertura di $\sim 23°27'$ che viene compiuto in circa 26.000 anni). La causa di questo moto di precessione è essenzialmente l'effetto giroscopico [FG1; MR; AS]. C'è da tener conto di altre perturbazioni di minore entità (es. la nutazione, ecc.) di origine planetaria (in realtà Terra e Sole non costituiscono un sistema di due corpi isolati) e del fatto che esistono pure dubbi consistenti che l'energia totale del moto terrestre sull'eclittica possa variare col tempo (urti meteorici, interazioni col plasma interplanetario, ecc.). Possiamo concludere che le "periodicità astronomiche" sono misurabili con strumenti sofisticati e con metodi piuttosto complicati ed inoltre non sono estremamente affidabili per la definizione di una unità di misura di tempo, costante e riproducibile almeno con un limite di precisione relativa dell'ordine di 10^{-9}.

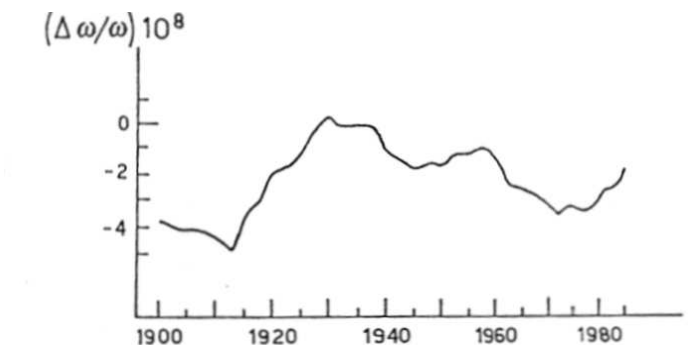

Figura 13:

La necessità di poter misurare intervalli di tempo con strumenti di facile uso ha imposto l'uso di campioni secondari, gli orologi.

Il più semplice orologio meccanico sfrutta, come fenomeno periodico fondamentale, l'isocronismo delle piccole oscillazioni di un pendolo [FG1]. Opportuni meccanismi (àncora a scappamento a peso e a molla) consentono un continuo rifornimento di energia al sistema oscillante al fine di compensare le perdite dovute ai diversi attriti presenti nel sistema. Con tali orologi a pendolo difficilmente di riesce a mantenere costante il periodo di oscillazione entro un limite di $\sim 0.1\ s$/giorno.
Sono stati costruiti orologi meccanici molto più precisi nei quali la periodicità è assicurata da un equipaggio ruotante sotto l'azione di un momento meccanico di natura elastica (i normali orologi meccanici). Tuttavia effetti variabili sugli attriti (sporco, variazioni di umidità ambientale, ecc), imprecisioni ed incertezze nello sgancio e nell'attacco dell'àncora dello scappamento, dissimmetria negli effetti dello scappamento, ecc. causano variazioni nel periodo di oscillazione degli orologi stessi. Solo costruzioni meccaniche particolarmente sofisticate, raffinate sospensioni per gli equipaggi oscillanti, ecc. (es., orologi di Rieffler, di Schuler, di Shortt) limitano lo spostamento della frequenza di oscillazione dei migliori orologi meccanici a livelli che consentono di mantenere costante il secondo, misurato da tali orologi, entro un limite dell'ordine di $10^{-2} \div 10^{-3}\ s$/giorno. Tali limiti si alzano naturalmente quando si passa ad intervalli più lunghi (es., una settimana). Gli orologi a quarzo sono più precisi e più stabili; sfruttano l'effetto piezoelettrico [FG2] di alcuni cristalli (ad es. il quarzo) per ottenere un circuito elettrico oscillante [FG2], che dà luogo al fenomeno periodico fondamentale dell'orologio. Quando un cristallo piezoelettrico è sollecitato da un campo elettrico in una particolare direzione x (rispetto alla sua struttura cristallina spaziale), esso manifesta una tensione (ed una deformazione) meccanica lungo un piano normale a x. L'ampiezza della deformazione è proporzionale alla differenza di potenziale (ddp) elettrico applicata al cristallo [FG2] [8]. Inserendo un cristallo piezoelettrico, tagliato opportunamente, (con elettrodi costituiti da depositi metallici evaporati sotto vuoto sulle facce del cristallo) in un circuito elettrico oscillante FG2 (v. Q in Fig.14), si ottiene che, quando la frequenza di oscillazione del circuito è circa uguale alla frequenza naturale di oscillazione meccanica del cristallo, questo entra in risonanza [FG2; MR]. Si ha conseguentemente il massimo di accoppiamento energetico fra il circuito elettronico ed il cristallo. Si è quindi ottenuto un oscillatore stabilizzato in frequenza. Questo risultato è essenzialmente dovuto al fatto che il picco di risonanza del quarzo piezoelettrico è più stretto di quello del circuito elettronico oscillante (cioè, in altre parole, l'ampiezza in frequenza, a metà potenza, del picco di risonanza del quarzo è minore della corrispondente ampiezza in frequenza del picco di risonanza del circuito elettronico oscillante). Frequenze tipiche di oscillatori al quarzo sono nell'intervallo $30\ KHz \div 30\ MHz$. Il cristallo di quarzo deve essere mantenuto a temperatura e pressione costante, per garantire una stabilità notevole ($\sim 10^{-7}$) della sua frequenza di oscillazione. Il funzionamento sotto vuoto è ovviamente raccomandabile se si vogliono eliminare (o ridurre) le perdite energetiche dovute alla "reattanza acustica" del mezzo in cui il cristallo è immerso. Tramite una serie di amplificatori e di circuiti divisori di frequenza è possibile ottenere una bassa frequenza ($< 1\ KHz$) con la quale pilotare un motore sincrono, connesso (meccanicamente o elettronicamente) ad un quadrante marca-tempo, e l'orologio a quarzo è a questo punto

[8] L'effetto è reciproco nel senso che, applicando una pressione sul cristallo, si manifesta una ddp agli estremi del cristallo in direzione ortogonale alla precedente (es., microfono - altoparlante).

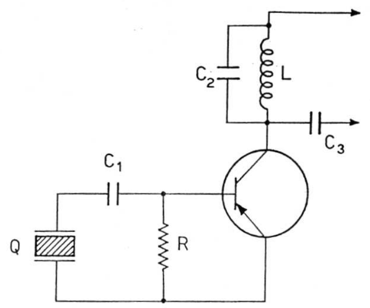

Figura 14:

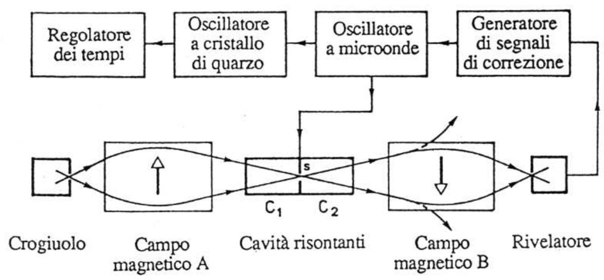

Figura 15:

costruito. Con le attuali tecnologie si possono ottenere stabilità dell'ordine di 10^{-10} su intervalli di un giorno e $< 2 \cdot 10^{-9}$ su intervalli di un mese. Questo è dovuto al noto fenomeno di "invecchiamento" del cristallo di quarzo, nel quale la frequenza di risonanza cambia con l'età (periodo di funzionamento) del cristallo stesso.
Si può realizzare un orologio ancora più preciso se si adotta, come fenomeno periodico fondamentale, uno dei vari fenomeni oscillatori presenti nella struttura energetica degli atomi. Viene attualmente usata la transizione fra i livelli della struttura iperfine dello stato fondamentale 2 $S_{1/2}$ (da $F = 4$, $m_f = 0$ a $F = 3$, $m_f = 0$) dell'atomo di ^{133}Cs [SP; IFT]. La separazione energetica fra questi due livelli risulta dalle differenze di interazione fra l'elettrone di valenza ed il nucleo del ^{133}Cs durante la transizione dell'asse di spin dell'elettrone (da parallelo ad anti-parallelo rispetto allo spin nucleare). Questa transizione è relativamente insensibile ad influenze esterne, come campi elettrici e magnetici. Lo schema di funzionamento di un orologio atomico al ^{133}Cs è riportato in Fig.15. Un fascio di atomi di ^{133}Cs è prodotto da un crogiuolo elettrico e "focalizzato" da un campo magnetico (non uniforme) A su una fenditura posta in una doppia cavità risonante C_1 e C_2, dove gli atomi sono sottoposti ad un fascio di microonde aventi la stessa frequenza f_0 della transizione della struttura iperfine del ^{133}Cs. Il fascio di atomi è "focalizzato" da un secondo campo magnetico (non uniforme) B, identico ed opposto ad A, su una seconda fenditura, posta all'ingresso di un rivelatore. La variazione di momento magnetico dell'atomo di ^{133}Cs, provocata dell'inversione dello spin dell'elettrone di valenza comporta una variazione della direzione di deflessione dell'atomo nel fascio durante l'attraversamento delle zone "magnetiche" A e B con una conseguente diminuizione del flusso di ^{133}Cs al rivelatore. Si avrà il massimo segnale quando la frequenza dei due oscillatori C_1 e C_2 è uguale alla frequenza propria della transizione della struttura iperfine considerata f_0 (fenomeno risonante). Il picco di risonanza è molto stretto attorno a f_0 ed è piuttosto stabile rispetto a variazioni di flusso magnetico in A e B, di pressione, di temperatura del crogiuolo, ecc., e la sua larghezza in frequenza risulta minore della larghezza del picco di risonanza di un quarzo piezoelettrico. Questo oscillatore atomico è usato per controllare e correggere lo spostamento in frequenza di un orologio a quarzo. Alla frequenza della transizione 2 $S_{1/2}$ ($F = 4$; $F = 3$) del ^{133}Cs (in stato di quiete e non perturbato da campi radiativi esterni) è stato assegnato il valore $f_0 = 9192631770.00\ Hz$, per essere in

accordo col miglior valore, attualmente accettato, del secondo del tempo delle effemeridi [AS]. Vari orologi al ^{133}Cs sono operanti nel mondo e le loro frequenze di oscillazione f_0 coincidono entro un intervallo pari a $\sim 10^{-12} \cdot f_0$. A questo livello di precisione sono necessarie correzioni per tener conto del rapporto della velocità dell'atomo di ^{133}Cs in laboratorio rispetto alla velocità della luce nel vuoto (v. relatività ristretta).
I migliori orologi al ^{133}Cs sono capaci di mantenere costante nel tempo la propria f_0 con una stabilità dell'ordine di 1 parte su 10^{14} nell'arco di tempo di alcuni mesi.
Recentemente è stato proposto come elemento "oscillante" di un orologio ancora più preciso un maser ad idrogeno col quale si potrebbe ottenere una precisione relativa di $\sim 10^{-13}$ ed una stabilità temporale di 1 parte su 10^{15} su un intervallo di 1 giorno.