Principi della Dinamica

Primo Principio della Dinamica

"Esistono infiniti sistemi di riferimento, detti inerziali, rispetto ai quali ogni punto materiale libero ha velocità costante"

Secondo Principio della Dinamica

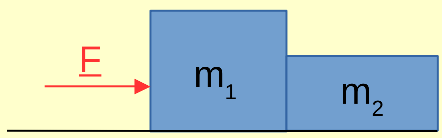
"In un sistema di riferimento inerziale, ogni volta che un corpo ha un moto accelerato esiste (almeno) una forza responsabile di tale accelerazione; tra forza risultante e accelerazione esiste in ogni istante la relazione $\underline{f}(t) = m\,\underline{a}(t)$"

Terzo Principio della Dinamica

"Ogni volta che un corpo subisce l'azione di una forza $\underline{f}_1$ da parte di un secondo corpo, anche quest'ultimo è soggetto a una forza $\underline{f}_2$ per effetto del primo, con $\underline{f}_2 = -\underline{f}_1$."

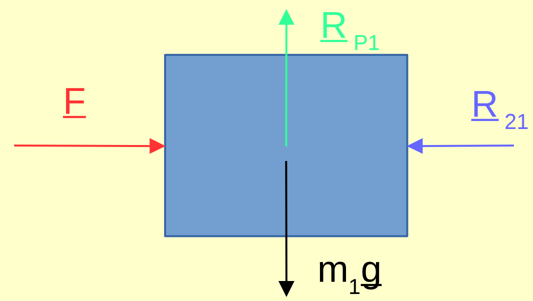
Principi della Dinamica

Applicazione

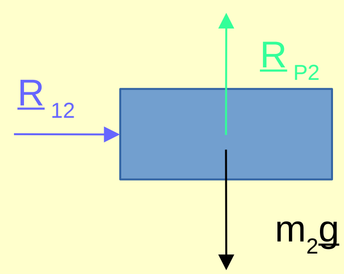


Piano orizzontale liscio

<u>Forze applicate al corpo 1</u>



<u>Forze applicate al corpo 2</u>



<u>Terzo Principio della Dinamica</u> ----> $\underline{R}_{21} = -\underline{R}_{12} = -\underline{R}$

<u>Primo Principio della Dinamica</u> (assenza moto verticale)

Corpo 1: $\underline{R}_{P1} = -m_1\underline{g}$

Corpo 2: $\underline{R}_{P2} = -m_2\underline{g}$

<u>Secondo Principio della Dinamica</u> (moto orizzontale)

Corpo 1: $\underline{F} - \underline{R} = m_1 \underline{a}_1$

Corpo 2: $\underline{R} = m_2 \underline{a}_2$

Ma $\underline{a}_1 = \underline{a}_2 = \underline{a}$ **e quindi**

$$F - R = m_1 R / m_2 = \rightarrow R = F m_2 / (m_1 + m_2)$$

Quantità di moto e impulso

Corpo (puntiforme) di massa m e velocità $\underline{v}$ (ad un istante t) si definisce il vettore

$\underline{q} = m\underline{v}$ --> **quantità di moto** del corpo all'istante t

Primo principio:
"*Esistono infiniti sistemi di riferimento, detti inerziali, nei quali ogni punto materiale libero ha quantità di moto costante*"

Se invece sul corpo agiscono forze non bilanciate allora

$$d\underline{q}/dt = d(m\underline{v})/dt = m\underline{a} + (dm/dt)\,\underline{v} \quad (1)$$

Secondo principio:
"*In un sistema di riferimento inerziale, ogni volta che un corpo cambia la propria quantità di moto, esiste (almeno) una forza responsabile di tale cambiamento: fra forza risultante e quantità di moto vale in ogni istante la relazione*
$\underline{f} = d\underline{q}/dt$ " [coincidente con $\underline{f} = m\underline{a}$ se m è costante]

Nota $\underline{f}$ si definisce "**impulso della forza $\underline{f}$** " nell'intervallo di tempo (t_1,t_2) il vettore

$$\underline{J} = \int_{t_1}^{t_2} \underline{f}\,dt \quad \text{-->} \quad \underline{J} = \underline{u}_x \int_{t_1}^{t_2} f_x\,dt + \underline{u}_y \int_{t_1}^{t_2} f_y\,dt + \underline{u}_z \int_{t_1}^{t_2} f_z\,dt$$

Nel caso di più forze $\underline{f}_i$ agenti sul punto materiale avremo

$$\underline{J} = \int_{t_1}^{t_2} \underline{f}\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \underline{f}_i\,dt = \sum_i \int_{t_1}^{t_2} \underline{f}_i\,dt = \sum_i \underline{J}_i$$

Dalla (1) segue $\quad \boldsymbol{\underline{J} = \int_{t_1}^{t_2} \underline{f}\,dt = \int_{t_1}^{t_2} d\underline{q} = \underline{q}_2 - \underline{q}_1 = \Delta\underline{q}}$

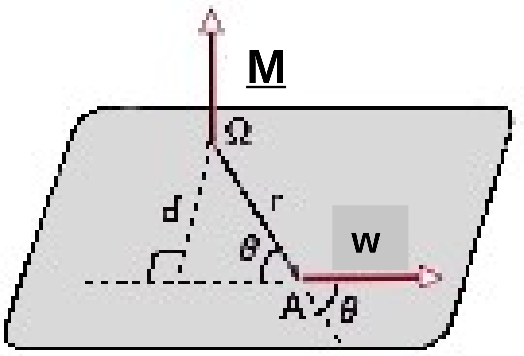
Teorema della quantità di moto (o dell'impulso):

"*L'impulso della forza risultante agente su un punto materiale durante un intervallo di tempo Δt è uguale alla variazione della quantità di moto nel Δt* "

Momento angolare

Si definisce "**momento**" **M** di un vettore w (applicato in A) rispetto ad un punto Ω (polo o centro di riduzione) il vettore

M = r x w con r = ΩA



Il vettore M è ⊥ al piano di r e w ed ha modulo

M = r w sen(θ) = d w

con θ angolo tra le direzioni di r e w

d (braccio) distanza del polo dalla retta di azione di w.

Si definisce "**momento assiale**" $\mathbf{M_u}$ di w rispetto ad un asse di versore u la grandezza scalare

$$\mathbf{M_u = (r \times w) \cdot u}$$

con r = ΩA dove Ω è un qualsiasi (????) punto dell'asse

Se w = q (quantità di moto del punto materiale) il "**momento della quantità di moto o momento angolare**" $\mathbf{p_\Omega}$ è dato da

$$\mathbf{p_\Omega = (r - r_\Omega) \times q = r' \times q}$$

con r ' vettore che congiunge il polo Ω con il punto materiale

Derivando rispetto al tempo

$$\mathbf{dp_\Omega/dt} = [\, d(r - r_\Omega)/dt \,] \times q + (r - r_\Omega) \times dq/dt =$$

$$= (v - v_\Omega) \times q + (r - r_\Omega) \times f =$$

$$= - v_\Omega \times q + (r - r_\Omega) \times f = \mathbf{- v_\Omega \times q + M_\Omega}$$

con $\mathbf{M_\Omega}$ "momento della forza f ". Se si sceglie come polo Ω un punto fisso allora

$$\mathbf{dp_\Omega/dt = M_\Omega}$$

Momento angolare

Integrando la relazione $d\underline{p}_\Omega/dt = \underline{M}_\Omega$ rispetto al tempo si ha

$$\Delta \underline{p}_\Omega = \int_{t_1}^{t_2} \underline{M}_\Omega \, dt$$ (**Teorema del momento dell'impulso**)

Inoltre, se $\underline{M}_\Omega = 0 \rightarrow \underline{p}_\Omega =$ costante

$\downarrow$

corpo puntiforme soggetto a una "**forza centrale**", ovvero forza diretta lungo la retta congiungente la posizione del punto materiale con un dato punto (ex: forza gravitazionale)

Quindi per forze centrali il momento angolare rispetto al centro di forza si conserva (conservazione del momento angolare).

Altre caratteristiche dei moti centrali:

1) sono piani

da $\underline{p}_\Omega =$ costante $\rightarrow \underline{r} \times \underline{v} =$ costante $\rightarrow$ il piano individuato da $\underline{r}$ e $\underline{v}$ rimane invariato nel tempo

2) avvengono con velocità areolare costante

velocità areolare $\underline{\sigma}$ = vettore con direzione $\perp$ al piano del moto, verso tale da vedere $\underline{r}$ ruotare in senso antiorario e modulo dato dalla rapidità con la quale il vettore $\underline{r}$ spazza il piano

In un intervallo infinitesimo dt, si ha $d\underline{r} = \underline{v}\, dt$ e quindi l'area dA spazzata da $\underline{r}$ è data, a meno di infinitesimi di ordine superiore

$dA = |\underline{r} \times d\underline{r}| / 2 = |\underline{r} \times \underline{v}|\, dt / 2$

Per il modulo della velocità areolare $\underline{\sigma}$ si ha quindi

$\sigma = dA/dt = |\underline{r} \times \underline{v}| / 2 = p / 2m$

e quindi

$$\underline{\sigma} = \underline{p} / 2m$$

Infine $\underline{p}_\Omega =$ costante $\rightarrow \underline{\sigma} =$ cost