Applicazione dei Principi della Dinamica

Applicazione: l'equazione **f = m a** può essere utilizzata in modi diversi:

a) per la misura indiretta di m da misure dirette di f e a

b) per la misura indiretta di a da misure dirette di m e f ;
note a e le condizioni iniziali è possibile determinare l'equazione del moto

c) nota l'equazione del moto si possono determinare le caratteristiche delle forze agenti sul corpo
(caso particolare: statica
→ corpo in quiete
→ forze necessarie per equilibrio)

In un sistema di riferimento di coordinate cartesiane ortogonali l'equazione vettoriale può essere rappresentata da tre equazioni differenziali nelle incognite x, y e z

$$f_x(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) = m\,\ddot{x}$$

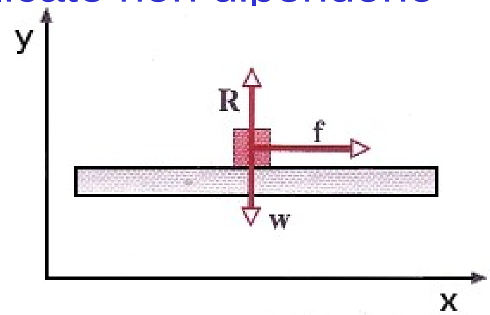
$$f_y(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) = m\,\ddot{y}$$

$$f_z(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) = m\,\ddot{z}$$

Vediamo nel seguito alcune applicazioni

Forze costanti

Consideriamo casi in cui le forze applicate non dipendono né da r, né da v, né da t.

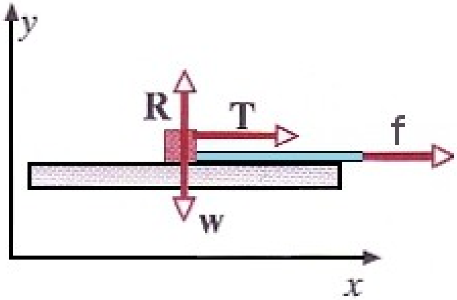


a) forza costante f applicata ad un corpo di massa m poggiato su piano orizzontale liscio

W + R + f = ma -> $f = m\ddot{x}$ -> moto rett. unif. acc.

-> $R - W = m\ddot{y} = 0$ -> R = W

b) forza costante applicata, tramite un filo di massa m_f, ad un corpo di massa m poggiato su piano orizzontale liscio



sul corpo -> $T = m\ddot{x}$

-> $R - W = m\ddot{y} = 0$

sul filo -> $f - T = m_f\ddot{x}$

-> $R_f - W_f = m_f\ddot{y} = 0$

considerando il sistema filo + corpo come un unico corpo

-> $$f = (m + m_f)\ddot{x}$$

-> $$R_{tot} - W_{tot} = R + R_f - W - W_f = (m + m_f)\ddot{y}$$

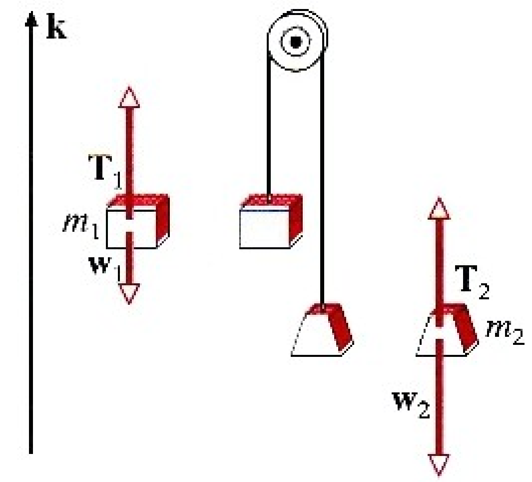
dalle quali si ottiene $\ddot{x} = \dfrac{f}{m+m_f}$ e $T = \dfrac{f\,m}{m+m_f} < f$

Quindi la forza f riduce la sua intensità lungo il filo.
Se $m_f \ll m$ allora T ≈ f e il filo si limita a trasmettere la forza f da un suo estremo all'altro. In tal caso le forze applicate al filo (-T e f) sono uguali ed opposte

Forze costanti

c) macchina di Atwood

Due corpi, di massa m_1 e m_2, appesi agli estremi di un filo, inestensibile e di massa trascurabile rispetto a quelle dei corpi, che passa nella gola di una carrucola ideale (massa trascurabile e girevole senza attrito).



Applicando la seconda legge della dinamica ai due corpi si ha

corpo 1 $\underline{w}_1 + \underline{T}_1 = m_1 \underline{a}_1$

corpo 2 $\underline{w}_2 + \underline{T}_2 = m_2 \underline{a}_2$

Ma $T_1 = T_2 = T$ e $a_{1z} = - a_{2z} = a_z$ e quindi

$T = (w_1 m_2 + w_2 m_1)/ (m_1 + m_2)$ $a_z = g (m_2 – m_1)/(m_1 + m_2)$

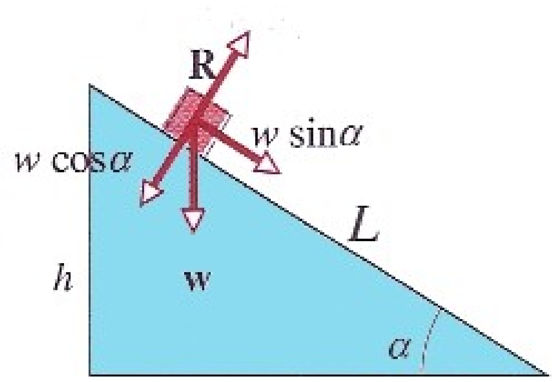
che permette di misurare g dalla misura di a_z, m_1 e m_2

d) corpo poggiato su un piano inclinato liscio

Corpo che può scivolare senza attrito lungo un piano inclinato di un angolo α rispetto al piano "orizzontale" (cosa è?)

Dalla seconda legge della dinamica

$\underline{R} + \underline{w} = m \underline{a}$



Proiettando lungo le direzioni normale (n) e tangente (t) alla traiettoria si ha

n) $R – w \cos α = 0$ -- > $R = w \cos α$

t) $w \sin α = m (d^2s/dt^2)$ -- > moto uniformemente accelerato

e quindi, se per t = 0 vale s(0) = 0 e v(0) = 0, si ha

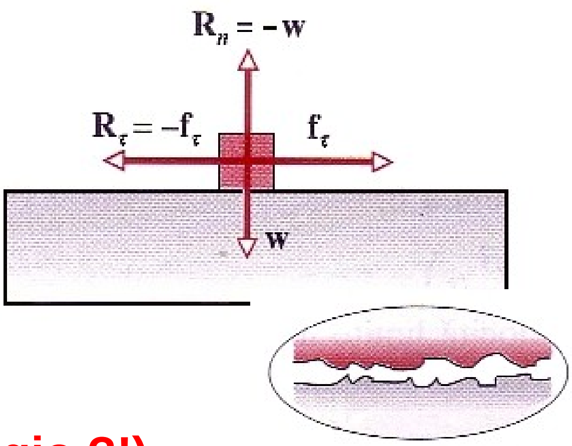
$s(t) = ½ (g \sin α) t^2$ e $v(t) = (g \sin α) t$

Se indichiamo con h la quota da cui parte il corpo si ottiene infine

$v^2_{fin} = 2 g h$ ovvero lo stesso valore della caduta libera

Forze di attrito

Attrito Statico



Corpo poggiato su superficie orizzontale "scabra"
Forza orizzontale f applicata ad esso -> si ha equilibrio finché

$$\underline{f} \leq - \underline{R}_t^{max} = - \mu_s R_n \underline{u}_t$$

(indipendente da superficie di appoggio ?!)

con $\underline{u}_t$ versore tangenziale, μ_s coefficiente di attrito statico, $\underline{R}_t$ reazione tangenziale del piano e R_n modulo della reazione normale

Attrito Dinamico

Una volta messo in moto il corpo, è sufficiente una forza di modulo inferiore (rispetto a quella che ha prodotto l'inizio del moto) per mantenere costante la velocità del corpo.
Sperimentalmente

$$\underline{R}_t = - \mu_d R_n \underline{u}_v$$

con μ_d coefficiente di attrito dinamico e $\underline{u}_v$ versore della velocità
In tabella sono riportati valori tipici dei coefficienti di attrito

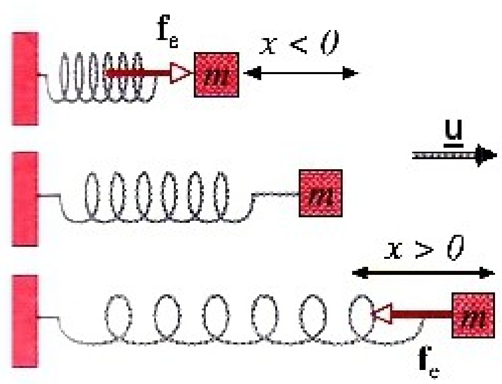
Sistema	μ_s	μ_d
Legno-legno	0.25 – 0.5	0.2
Vetro – vetro	0.9 -1	0.4
Acciaio – acciaio	0.7	0.4
Gomma – cemento	1	0.8

!!!! Importanza dell'attrito nella locomozione umana e veicolare

Forze elastiche

Le forze elastiche (molla) dipendono solo dalla posizione

"Molla ideale" → agisce con una forza di modulo proporzionale alla deformazione della molla, ovvero



$\underline{f}_e = - k\, x\, \underline{u}$ (Legge di Hooke)

con
k costante elastica della molla,
x var. di lunghezza (pos. o neg.),
u versore che punta al corpo su cui agisce la forza.

La molla ideale agisce sui corpi a contatto in ambedue gli estremi con forze uguali e opposte, date dalla Legge di Hooke con versori opposti.

a) moto oscillatorio armonico

equazione differenziale $\mathbf{m\,(d^2x/dt^2) = -k\,x}$ caratteristica di un moto oscillatorio con soluzione

$$x(t) = x(0)\ \text{sen}\ (\omega\, t + \varphi)$$

con $\omega = (k/m)^{0.5}$ detta "pulsazione" e x(0) e φ dipendenti dalle condizioni iniziali

b) costanti elastiche delle molle

- due molle uguali in parallelo $k_{tot} = 2\,k$ (più rigida)
- due molle uguali in serie $k_{tot} = k/2$ (meno rigida)
- fissata la lunghezza della molla la sua costante elastica aumenta al diminuire delle spire (ammortizzatori auto)

c) origine microscopica delle forze elastiche

nascono da variazione distanza interatomica, "modulo Young"