Meccanica dei fluidi

Si definiscono **fluidi** I sistemi che si deformano continuamente sotto l'azione di una forza tangenziale, tendente a far scorrere uno strato del sistema sull'altro, indipendentemente dalla sua intensità. Sistemi in fase liquida o gassosa soddisfano a tale requisito.

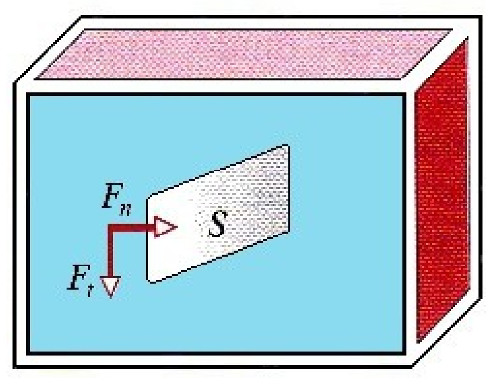
Descrizione del moto tramite le equazioni cardinali della dinamica -> 3n gradi di libertà con n = numero di molecole -> **impossibile.**

Descrizione del moto applicando le equazioni cardinali a piccole porzioni di fluido: possibile ma è necessario definire due grandezze scalari:

1) densità assoluta (e relativa)

2) pressione, definita come

$$p = \lim_{S \to 0} \frac{F_n}{S} = \frac{dF_n}{dS}$$



dove S è una superficie limitata immersa nel fluido e F_n la componente normale della forza agente sulla superficie S dovuta agli urti delle molecole che si trovano da una parte rispetto a S (quelle situate dall'altra parte eserciteranno, per il principio di azione e reazione, una forza uguale e contraria).

Ambedue queste forze tendono a comprimere il fluido che si trova dalla parte opposta, mai a dilatarlo.

Equazione della statica

Per un generico sistema meccanico $\underline{F}^{(e)} = 0$

Nel caso dei fluidi si possono distinguere 2 tipi di forze:

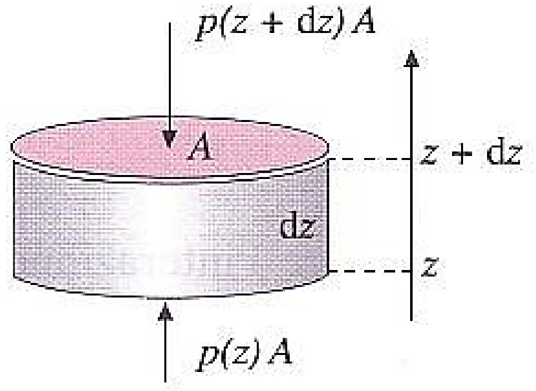
* **forze a distanza** (gravitazionale, elettrica o magnetica, ecc.) -> **forze di volume**

* **forze a contatto** (dovute alle parti di fluido confinanti) -> **forze di superficie**

Se in un fluido di densità ρ in condizioni statiche si seleziona una porzione cilindrica infinitesima (base A e altezza dz)

- superficie laterale: forze di superficie si compensano per simmetria

- superfici superiore ed inferiore:



$$-\rho g A dz \quad + \quad p(z)A \quad - \quad p(z + dz)A = 0 \qquad (1)$$

peso fluido interno — **forza di pressione inferiore** — **forza di pressione superiore**

Sviluppando in serie di Taylor al primo ordine

$$p(z + dz) \approx p(z) + (dp/dz)_z \, dz$$

e sostituendo nella (1)

$$dp/dz = -\rho g$$ **equazione della statica**

p non dipende quindi da x e y ma solo da z --> **grad**(p) = (0, 0, dp/dz)

Essendo $\underline{g} = (0, 0, -g)$ si ha **grad**(p) = $-\rho \, \underline{g} = -\rho \, \underline{f}_p / m = (\rho / m)$ **grad**(V) con $\underline{f}_p$ forza peso e V energia potenziale gravitazionale

Di conseguenza le superfici a pressione costante (quelle per cui **grad**(p) = 0) coincidono con le superfici equipotenziali gravitazionali (per le quali **grad**(V) = 0)

Classificazione fluidi

incompressibili (ovvero a densità costante, liquidi)

compressibili (ovvero a densità variabile, gas)

Applicazioni

.

Legge di Stevino e principio di Pascal

Per I **liquidi** (incompressibili ovvero con densità avente lo stesso valore in ogni punto) l'integrazione della equazione della statica tra due pressioni p_1 e p_2 corrispondenti a due quote z_1 e z_2 porta a

$$p_2 - p_1 = -\rho g (z_2 - z_1) \qquad (1)$$

Se indichiamo con $\mathbf{p_0}$ il valore della pressione alla superficie libera di un liquido e con **p** la pressione alla profondità **h** si ha allora, indipendentemente dalla forma del recipiente,

$$p = p_0 + \rho gh \qquad \textbf{Legge di Stevino}$$

Il termine **ρgh** è chiamato **"pressione idrostatica"**

Dalla (1) segue inoltre che
"L'incremento della pressione p in una qualsiasi posizione del fluido si propaga a tutto il fluido" (Principio di Pascal)

Una diretta applicazione del Principio di Pascal la si ha nel

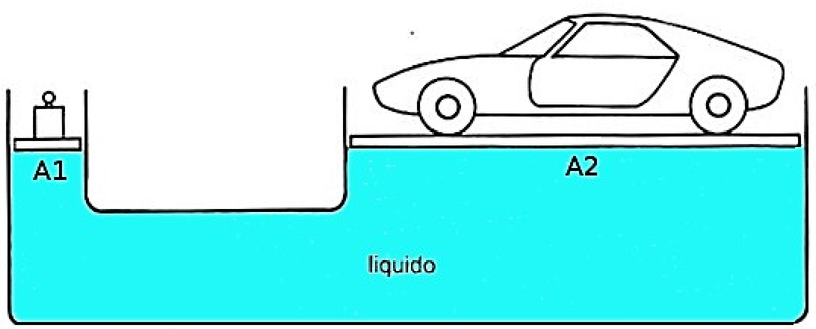
torchio idraulico
(impianto freni auto)

2 cilindri di sezione diversa, tra loro comunicanti, contenenti olio e chiusi da 2 pistoni, aventi area A_1 e A_2.

F_1 forza normale su A_1 → $\quad p_1 = F_1/A_1 = p_2 = F_2/A_2 \quad$ → $F_2 = (A_2/A_1)F_1$

Moltiplicatore di forza
($A_2/A_1 > 1$)

Moltiplicatore di energia?
NO



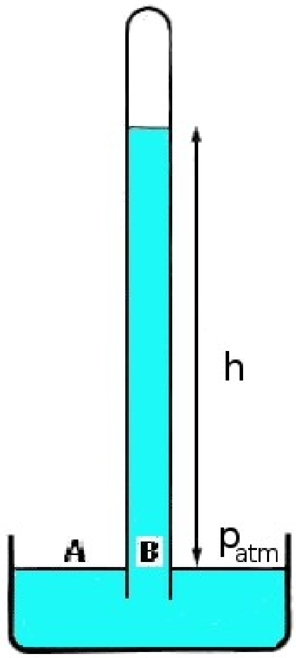
Applicazioni

Barometro di Torricelli

Canna barometrica (con una estremità chiusa) riempita di mercurio fino al bordo dell’estremità aperta e poi capovolta e immersa in recipiente con mercurio.
Nei punti A e B, essendo alla stessa altezza, si deve avere la stessa pressione

in A → $p = p_{ATM}$ con p_{ATM} pressione atmosferica

in B → $p = \rho gh + p_{vs}$ con h altezza della colonna di mercurio e p_{vs} pressione di vapor saturo ($\approx 10^{-4}\, p_{ATM}$)



Sperimentalmente:

h ≈ 76 cm --> **$p_{ATM} \approx 1.01 \cdot 10^{5}$ Pa**

essendo $\rho = 13.6 \cdot 10^{3}\ \mathrm{kg/m^3}$

Applicazioni

Pressione atmosferica e quota

Applichiamo l'equazione della statica all'aria per ricavare l'andamento della pressione atmosferica con la quota z.
Al crescere di z --> p decresce e anche ρ decresce
--> schematizzazione $\mathbf{p / \rho = kT = costante}$

Avremo quindi $\mathbf{dp/dz = - \rho(z)\, g = - (\rho_0/p_0)\, p(z)\, g}$ --> $\mathbf{dp/p(z) = - (\rho_0/p_0)\, g\, dz}$

con ρ_0 (=1.2 * 10 $^{-6}$ kg/m ^{3}) e p_0 valori di densità e pressione al livello del mare
Integrando tra z=0 e la quota generica z si ricava infine

$$p = p_0 * e^{-(\rho_0 / p_0)\, g\, z}$$

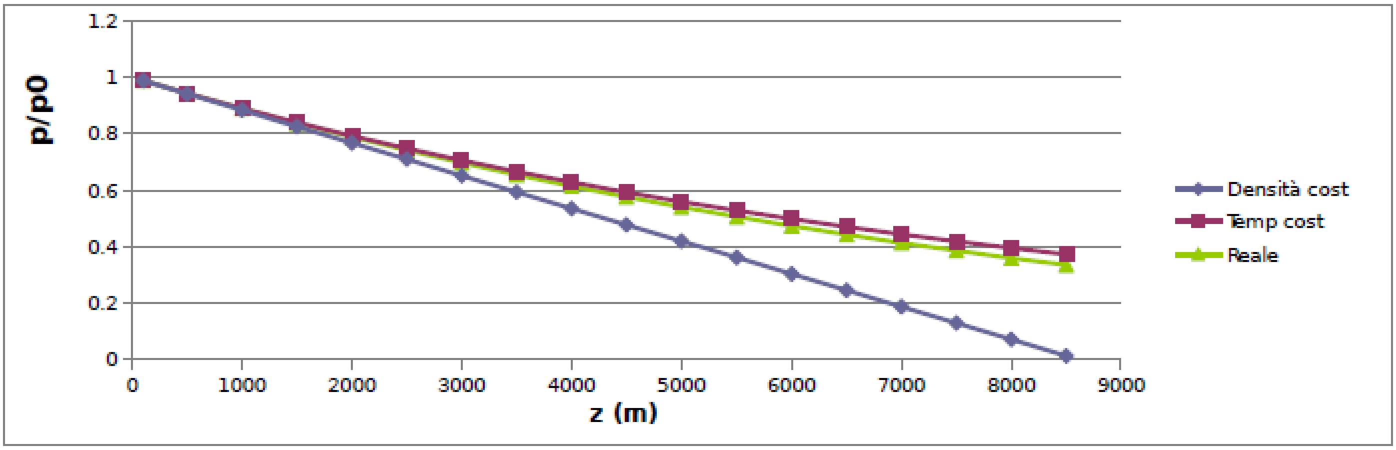
Ma (ρ_0/p_0)*g = 1.16 *10 $^{-4}$ m $^{-1}$ e quindi z = 5 km --> p/p_0 =0.6
z =10 km --> p/p_0 =0.3
z =20 km --> p/p_0 =0.1
in buon accordo con i risultati sperimentali

In realtà la temperatura non si mantiene costante e nella troposfera (z = 0 – 12 km) si misura una sua diminuzione a causa della riduzione nell'assorbimento della radiazione infrarossa emessa dalla Terra. Tale andamento può essere schematizzato tramite la relazione

$\mathbf{T = T_0 - \alpha z}$ con α = 6.5 °C / km e z altitudine s.l.m.

Introducendo tale dipendenza nella equazione della statica si ricava infine

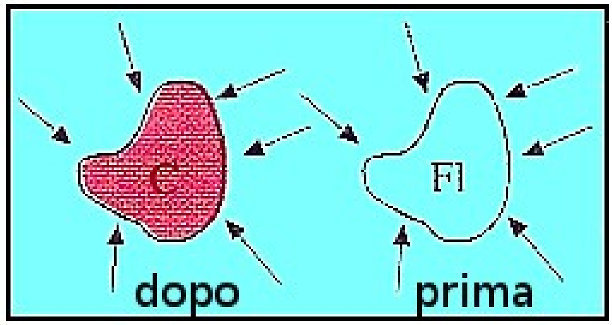
$$p = p_0 * [1 - (\alpha z/T_0)]^{(\rho_0 T_0 g / p_0 \alpha)}$$



Applicazioni

Legge di Archimede

"Ogni corpo immerso in un fluido riceve da questo una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato"



Prima del posizionamento del corpo:
volume V_C di fluido in equilibrio sotto l'effetto del proprio peso e delle forze di pressione esercitate dal fluido circostante (il risultante delle forze esterne deve essere nullo) -->
$\underline{F}_{ARCH} = - V_C \rho_F \underline{g}$

Dopo il posizionamento del corpo:
le forze di pressione del fluido rimangono invariate e quindi sul corpo agiscono il peso $\underline{p} = V_C \rho_C \underline{g}$ e la stessa $\underline{F}_{ARCH}$ di prima

Equilibrio --> $V_C \rho_C \underline{g} = - \underline{F}_{ARCH} = V_C \rho_F \underline{g}$ **-->** $\rho_C = \rho_F$

se $\rho_C > \rho_F$ --> il corpo va a fondo
se $\rho_C < \rho_F$ --> il corpo sale in superficie ed emerge fino a quando il suo volume immerso V_I non è tale che $V_C \rho_C \underline{g} = - \underline{F}_{ARCH} = V_I \rho_F \underline{g}$ **-->** $V_I = (\rho_C / \rho_F) V_C$

Si ha quindi **galleggiamento** in **acqua** ($\rho_F = 1.00$ g /cm^3) per
olio di oliva ($\rho_c = 0.92$ g /cm^3)
alcool etilico ($\rho_c = 0.81$ g /cm^3)
benzina ($\rho_c = 0.68$ g /cm^3)

Si ha invece **galleggiamento** in **aria** ($\rho_F = 1.20 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3) a temperatura ambiente per
idrogeno H_2 ($\rho_c = 0.09 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)
elio He ($\rho_c = 0.18 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)
metano CH_4 ($\rho_c = 0.72 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)
ammoniaca NH_3 ($\rho_c = 0.77 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)

ma **non galleggiano**
ossigeno O_2 ($\rho_c = 1.43 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)
diossido di carbonio CO_2 ($\rho_c = 1.98 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)
ozono O_3 ($\rho_c = 2.14 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)