

## Densità assoluta e relativa

Si definisce **densità media assoluta** di un corpo il rapporto tra la sua massa e il suo volume. Nel S.I. la sua unità di misura è il  $\text{kg/m}^3$  mentre nel c.g.s. è il  $\text{g/cm}^3$  ( $1 \text{ kg/m}^3 = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ).

Si definisce **peso specifico assoluto** di un corpo il rapporto tra il suo peso e il suo volume. Nel S.I. la sua unità di misura è il  $\text{N/m}^3$  mentre nel c.g.s. è la  $\text{dyne/cm}^3$  ( $1 \text{ N/m}^3 = 10^{-1} \text{ dyne/cm}^3$ ).

Si definisce **peso specifico relativo** di un corpo il rapporto tra il suo peso e il peso di una quantità di acqua distillata avente lo stesso volume e una temperatura di  $3.98 \text{ }^\circ\text{C}$ . Tale grandezza è adimensionale e, se i due pesi sono misurati in uno stesso luogo, coincide numericamente con la **densità relativa**, definita dal rapporto delle densità medie assolute del corpo e dell'acqua.



divisione	portata	riproducibilità	linearità	prontezza
0.01 g	1000 g	0.01 g	$\pm 0.03$ g	3 s

## **Tabulato (diario di esperienza)**

disponibile in formato pdf sulla piattaforma Moodle (e-l.unifi.it) nella cartella "Documenti di laboratorio"

**1) Intestazione**

**2) Taratura**

**3) Misure geometriche per la densità assoluta del solido**

**4) Fattore correttivo per la Spinta di Archimede**

**5) Misura picnometrica della densità relativa del solido**

**6) Scelta della procedura nella misura picnometrica**

**7) Fattori correttivi di Archimede e di temperatura**

**8) Risultato finale per la densità assoluta del solido**

**9) Misura picnometrica per la densità relativa del liquido**

**10) Fattori correttivi di Archimede e di temperatura**





**PESIERA 3 (masse misurate con  $\Delta M = \pm 1$  mg)**

M nom (mg)	10	20	20	50	100	200	200	500	1000	2000	2000	5000	10000	10000	20000	50000
M mis (mg)	10	20	20	57	97	199	200	499	1009	1998	1998	5003	9996	9999	19992	50051

**Pesiera**

## Taratura della bilancia elettronica

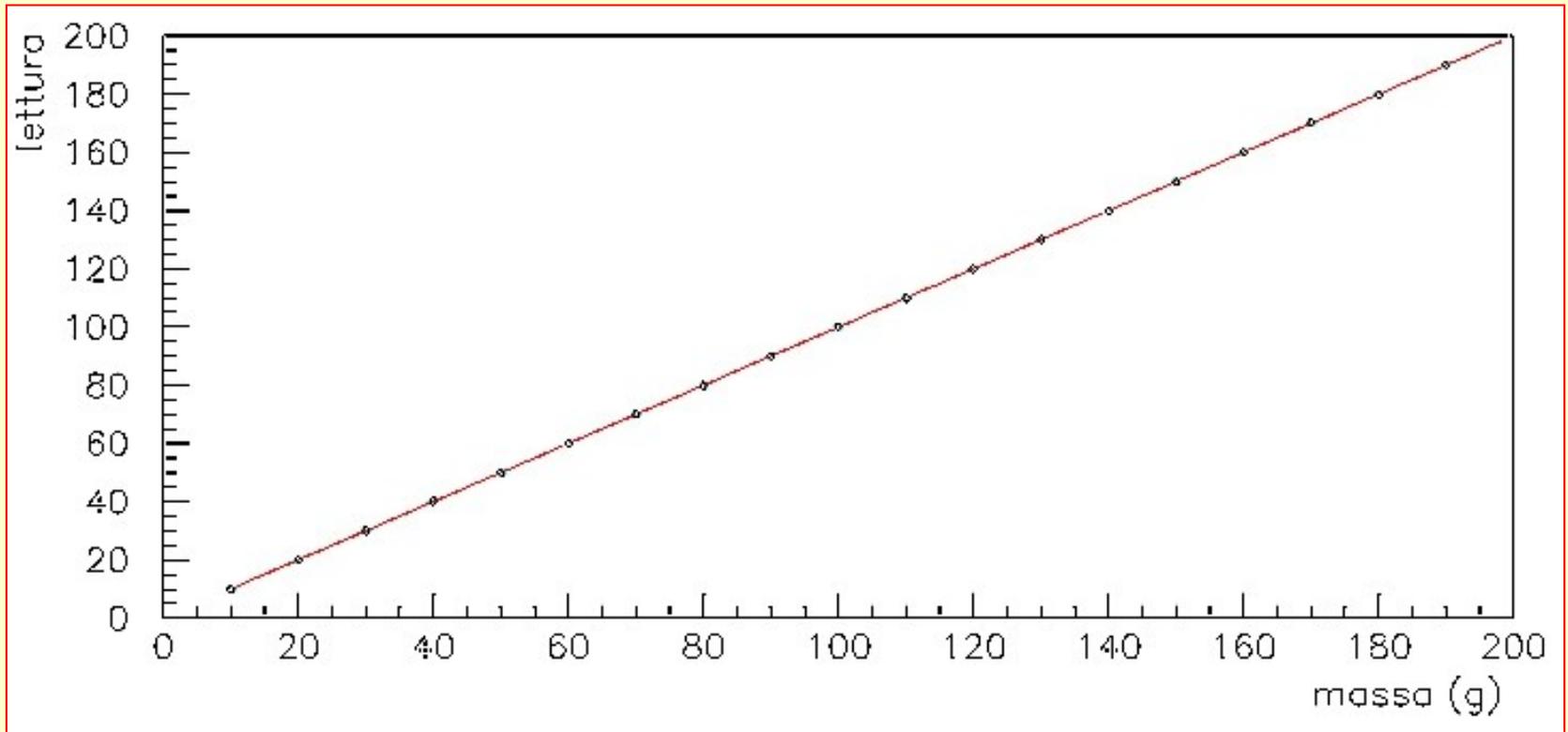
massa	lettura	massa	lettura	massa	lettura	massa	lettura	massa	lettura
9.998	10.00	59.999	60.01	110.001	110.01	160.012	160.01	100.004	100.01
20.021	20.00	70.007	70.00	120.000	120.02	169.999	170.01	100.004	100.00
30.012	29.99	80.003	79.99	129.996	130.01	180.006	179.99	100.004	99.99
40.004	40.01	90.001	90.01	140.003	139.99	190.008	190.01	100.004	100.00
50.013	50.00	100.004	100.00	150.009	150.00	200.004	200.00	100.004	100.00

linearità+riproducibilità

riproducibilità

- Verifica della taratura lineare  
(metodo grafico o metodo dei minimi quadrati)
- Grafico degli scarti rispetto a taratura lineare

## Taratura bilancia



**Stima grafica** → difficoltà nel disegnare rette con pendenze min e max  
→ determinare il coefficiente angolare come media dei valori ottenibili selezionando coppie di dati aventi massima distanza tra loro (1 e 11, ..... , 10 e 20) e l'incertezza come scarto max di tali valori dalla media

**oppure** .....

## Metodo del minimo di $\chi^2$ e/o dei minimi quadrati

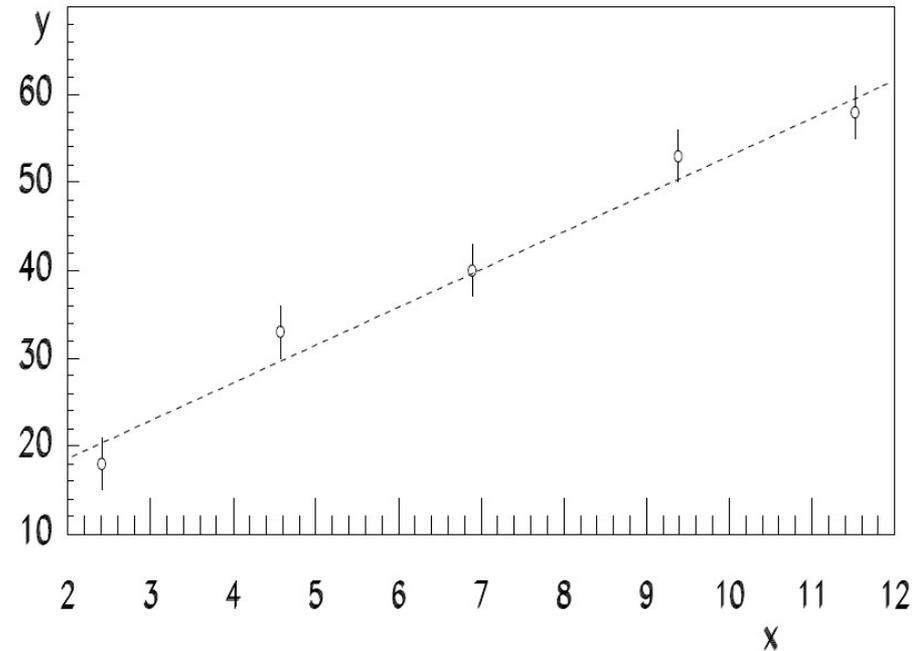
$$y = a + b x$$

$a$  e  $b$  sono due costanti incognite

**Incertezza relativa su  $x \ll$  di quella su  $y$**

$$Y_i = a + b x_i$$

miglior stima del valore vero della  
grandezza  $y$  associato a  $x_i$



$$P_y(y_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{y_i}} e^{-\frac{(y_i - Y_i)^2}{2\sigma_{y_i}^2}} dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{y_i}} e^{-\frac{(y_i - a - bx_i)^2}{2\sigma_{y_i}^2}} dy$$

Se le  $N$  misure sono indipendenti tra loro

la probabilità di ottenere la serie di valori

$y_1, y_2, \dots, y_N$  in corrispondenza di  $x_1, x_2, \dots, x_N$  è data da

## Metodo del minimo di $\chi^2$ e/o dei minimi quadrati

$$P_y(y_1, \dots, y_N) = P_y(y_1) P_y(y_2) \dots P_y(y_N) \propto \frac{1}{\sigma_{y_1} \sigma_{y_2} \dots \sigma_{y_N}} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - a - bx_i)^2}{\sigma_{y_i}^2}$$

Le migliori stime di  $a$  e  $b$  sono quei valori per i quali  $P_y(y_1, \dots, y_N)$  è massima

$\chi^2$  è minimo  $\longrightarrow$  criterio del minimo di  $\chi^2$

$\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_N = \sigma_y \longrightarrow$  metodo dei minimi quadrati

$$\chi^2 = \frac{1}{\sigma_y^2} \sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)^2$$

## Metodo dei minimi quadrati

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial b} = 0$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = 0$$

}  
}

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 \sum_{i=1}^N y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_i y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}$$

$$b = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}$$

$$\sigma_a = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}}$$

$$\sigma_b = \sigma_y \sqrt{\frac{N}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}}$$

## Verifica della linearità

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)^2}{N - 2}$$

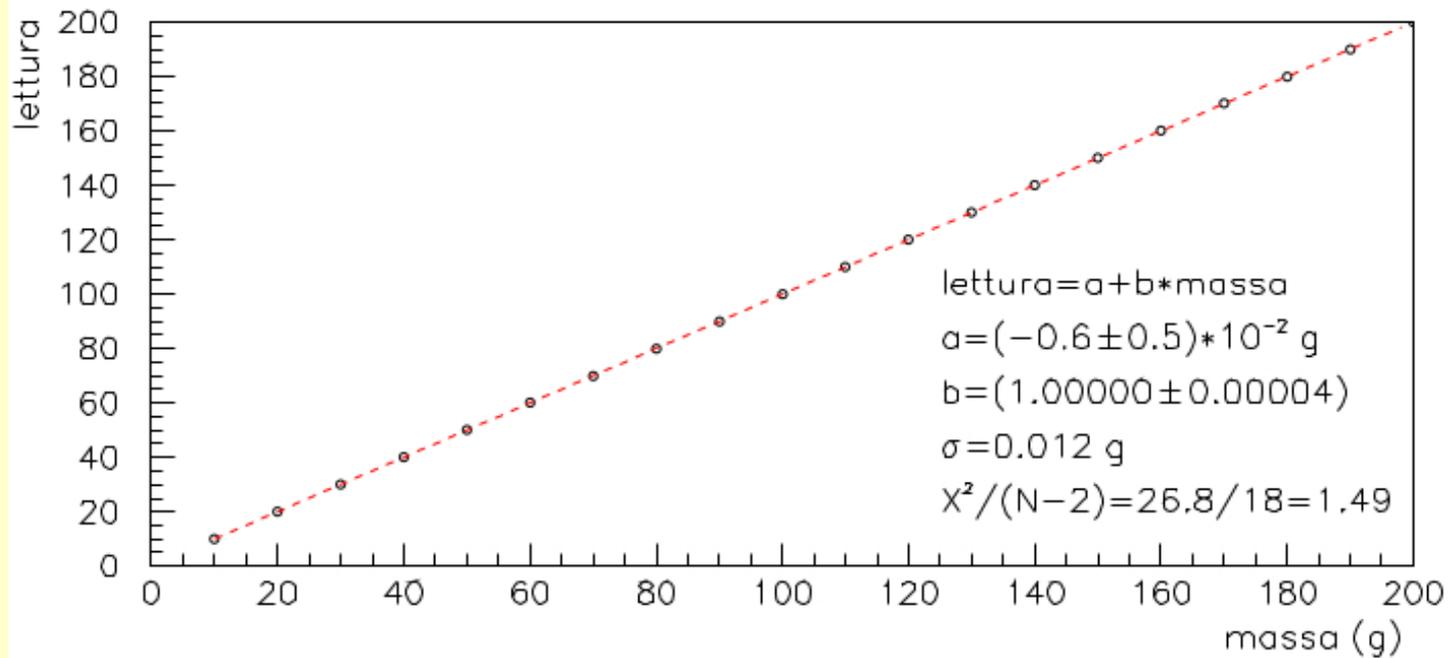


$$\sigma_{y_i}$$

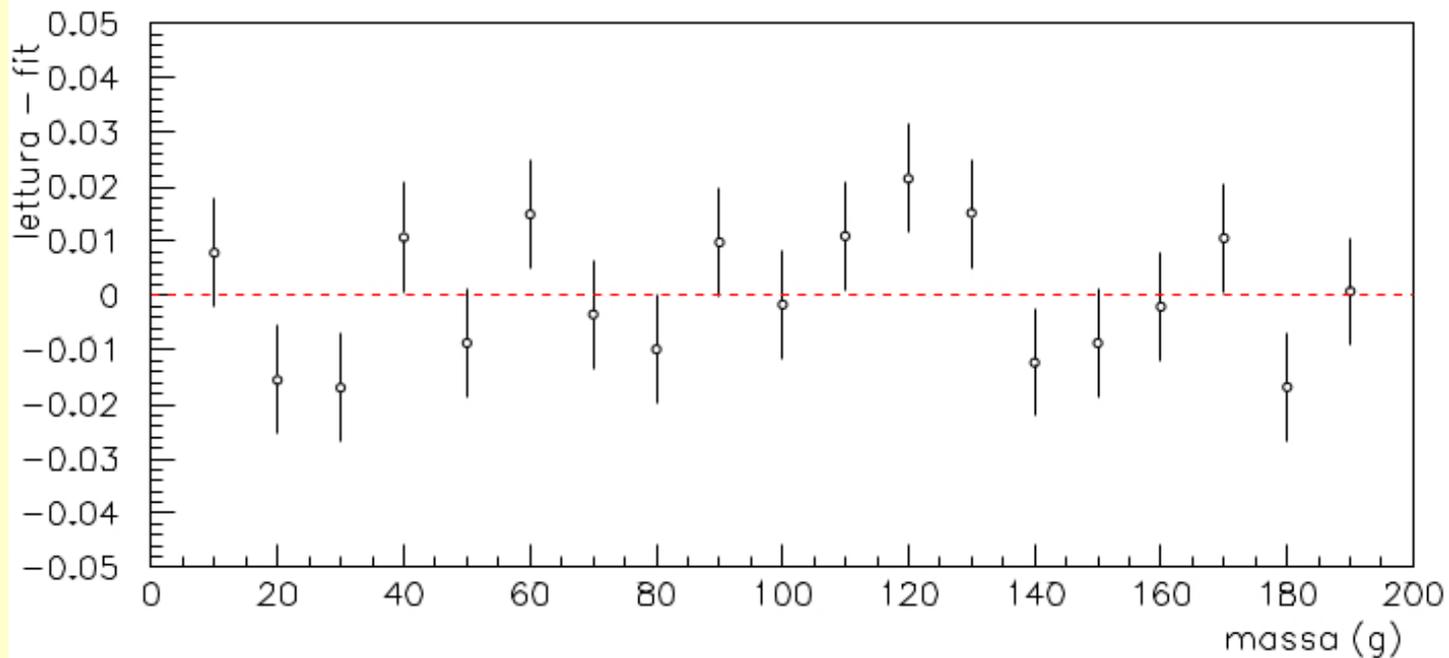
$$\sigma_{y_i} \gg \sigma_y$$

$$\sigma_{y_i} \simeq \sigma_y$$

$$\sigma_{y_i} \ll \sigma_y$$



**Taratura  
bilancia**



Misure con il 'Metodo geometrico'

Nota:  $\delta_m$  =densità assoluta misurata

Solido #  Materiale

Formule per calcolo del volume e del relativo errore

Forma e disegno schematico con indicazione delle dimensioni da misurare

	Massa	Dimensioni (indicare nelle caselle sottostanti i simboli e lo strumento utilizzato)								
Misure dirette										
Valor medio										
Scarto max										
Valore finale										
Errore										
$M \pm \Delta M$		$V \pm \Delta V$				$\delta_m \pm \Delta \delta_m$				
$f_{Arch}$		$\delta \pm \Delta \delta$				Per determinare il 'Valore finale' e il suo errore si tenga conto degli errori di sensibilità degli strumenti, dell'offset del Palmer e dell' 'Errore totale' della bilancia.				

Solido #  Materiale

Formule per calcolo del volume e del relativo errore

Forma e disegno schematico con indicazione delle dimensioni da misurare

	Massa	Dimensioni (indicare nelle caselle sottostanti i simboli e lo strumento utilizzato)								
Misure dirette										
Valor medio										
Scarto max										
Valore finale										
Errore										
$M \pm \Delta M$		$V \pm \Delta V$				$\delta_m \pm \Delta \delta_m$				
$f_{Arch}$		$\delta \pm \Delta \delta$				Per determinare il 'Valore finale' e il suo errore si tenga conto degli errori di sensibilità degli strumenti, dell'offset del Palmer e dell' 'Errore totale' della bilancia.				

Tabulato  
Foglio II

# Misure "geometriche" di densità assoluta

## Misure con il 'Metodo geometrico'

Nota:  $\delta_m$  = densità assoluta misurata

Solido # <input type="text"/>		Materiale <input type="text"/>							
Formule per calcolo del volume e del relativo errore				Forma e disegno schematico con indicazione delle dimensioni da misurare					
	Massa	Dimensioni (indicare nelle caselle sottostanti i simboli e lo strumento utilizzato)							
Misure dirette									
Valor medio									
Scarto max									
Valore finale									
Errore									
$M \pm \Delta M$			$V \pm \Delta V$			$\delta_m \pm \Delta \delta_m$			
$f_{Arch}$			$\delta \pm \Delta \delta$			Per determinare il 'Valore finale' e il suo errore si tenga conto degli errori di sensibilità degli strumenti, dell'offset del Palmer e dell' 'Errore totale' della bilancia			

**Misure con il picnometro (per il solido)**

Giustificazione della scelta del metodo utilizzato (Metodo 1 o Metodo 2)

--

M <sub>1</sub> (M <sub>p</sub> )	M <sub>2</sub> (M <sub>p</sub> )	M <sub>3</sub> (M <sub>p</sub> )

Valore medio			
Errore			

$\delta_{r,m} \pm \Delta\delta_{r,m}$	
---------------------------------------	--

$f_{Arch}$	
------------	--

T	
---	--

$\delta_{H_2O}(T)$	
--------------------	--

f(T)	
------	--

$\delta_r \pm \Delta\delta_r$	
-------------------------------	--

$\delta \pm \Delta\delta$	
---------------------------	--

Confrontare, eventualmente aiutandosi con un grafico, le misure realizzate (con metodo geometrico e con picnometro) di  $\delta \pm \Delta\delta$  e discuterne la compatibilità. Giustificare il valore scelto per il risultato finale.

<b>Risultato finale</b>	$\delta \pm \Delta\delta$	
-------------------------	---------------------------	--

**Misure con un liquido**

Breve descrizione dell'esperienza e delle relazioni funzionali utilizzate (massimo 5 righe)

--

M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>

Valore medio			
Errore			

$\delta_{r,m} \pm \Delta\delta_{r,m}$	
---------------------------------------	--

$f_{Arch}$	
------------	--

T	
---	--

$\delta_{H_2O}(T)$	
--------------------	--

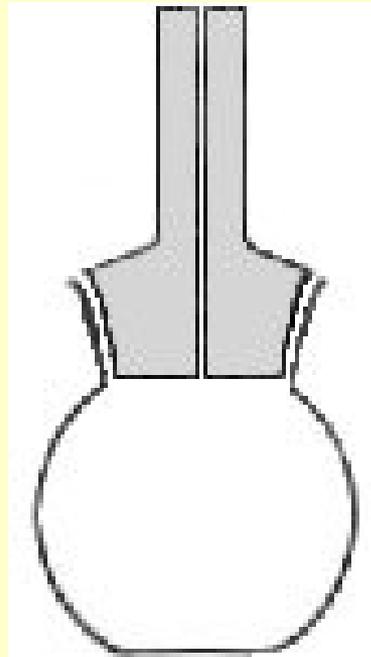
f(T)	
------	--

$\delta_r \pm \Delta\delta_r$	
-------------------------------	--

$\delta \pm \Delta\delta$	
---------------------------	--

# Tabulato Foglio III

# Picnometro



## Densità relativa solido

### 1ª procedura sperimentale

$$\delta_{rm} = \frac{M_1}{M_2 - M_3}$$

**M<sub>1</sub>: solo solido**

**M<sub>2</sub>: picnometro con acqua + solido**

**M<sub>3</sub>: picnometro con acqua e solido**

### 2ª procedura sperimentale

$$\delta_{rm} = \frac{M_b - M_a}{M_b - M_c}$$

**M<sub>a</sub>: picnometro con acqua**

**M<sub>b</sub>: picnometro con acqua + solido**

**M<sub>c</sub>: picnometro con acqua e solido**

**Uno dei due metodi è più preciso: quale e perché?**

# Misure "picnometriche" di densità relativa (e assoluta)

## Misure con il picnometro (per il solido)

Giustificazione della scelta del metodo utilizzato (Metodo 1 o Metodo 2)

	$M_1 (M_a)$	$M_2 (M_b)$	$M_3 (M_c)$
Valore medio			
Errore			

$\delta_{r,m} \pm \Delta \delta_{r,m}$	
--	--

$f_{Arch}$	
------------	--

T	
---	--

$\delta_{H_2O}(T)$	
--------------------	--

f(T)	
------	--

$\delta_r \pm \Delta \delta_r$	
--------------------------------	--

$\delta \pm \Delta \delta$	
----------------------------	--

Riportare in grafico su carta millimetrata ( $\delta \pm \Delta \delta$ ) per tutte le misure realizzate (con metodo geometrico e con picnometro) e discuterne la compatibilità

Risultato finale

$\delta \pm \Delta \delta$	
----------------------------	--

## Densità relativa liquido

$$\delta_{rm} = \frac{M_3 - M_1}{M_2 - M_1}$$

**M<sub>1</sub>: solo picnometro**

**M<sub>2</sub>: picnometro con acqua**

**M<sub>3</sub>: picnometro con liquido**

# Misure "picnometriche" di densità relativa (e assoluta)

## Misure con un liquido

Breve descrizione dell'esperienza e delle relazioni funzionali utilizzate (massimo 5 righe)

	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
Valore medio			
Errore			

$\delta_{r m} \pm \Delta \delta_{r m}$	
--	--

$f_{Arch}$	
------------	--

T	
---	--

$\delta_{H_2O}(T)$	
--------------------	--

f(T)	
------	--

$\delta_r \pm \Delta \delta_r$	
--------------------------------	--

$\delta \pm \Delta \delta$	
----------------------------	--

## Fattori correttivi

$$\delta_r = \delta_{rm} \cdot f(T) \cdot f_{Arch}$$

$$f(T) = \delta_A (T \text{ di misura}) / \delta_A (3.98 \text{ } ^\circ\text{C})$$

$T$	$0^\circ\text{C}$	$3.98^\circ\text{C}$	$5^\circ\text{C}$	$10^\circ\text{C}$	$15^\circ\text{C}$	$20^\circ\text{C}$	$25^\circ\text{C}$	$30^\circ\text{C}$
$\delta_A$ ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	0.99984	0.99997	0.99997	0.99970	0.99910	0.99821	0.99705	0.99565

# $f_{Arch}$

## Legge di Archimede

“Ogni corpo immerso in un fluido riceve da questo una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato”

$$S_{Mg} = M_a \cdot g = V_M \cdot \delta_a \cdot g = \frac{M}{\delta_M} \cdot \delta_a \cdot g$$

**Spinta di Archimede**

$$\sigma_M = S_{Mg}/g = V_M \cdot \delta_a = \frac{M}{\delta_M} \cdot \delta_a$$

**Fattore correttivo sulla massa misurata**

$$\delta_r = \frac{X}{A} \simeq \frac{M_1}{M_2 - M_3} \cdot \left( 1 + \frac{\delta_a}{\delta_X} - \frac{\delta_a}{\delta_A} \right)$$

**Densità relativa corretta**

$$f_{Arch} = \left( 1 + \frac{\delta_a}{\delta_X} - \frac{\delta_a}{\delta_A} \right)$$

**Fattore correttivo della densità relativa misurata**

$T$	$0^\circ C$	$5^\circ C$	$10^\circ C$	$15^\circ C$	$20^\circ C$	$25^\circ C$	$30^\circ C$
$\delta_a$ ( $kg/m^3$ )	1.293	1.269	1.247	1.225	1.204	1.184	1.165