

Misure di banda passante

Per misurare il rapporto tra due potenze elettriche P_1 e P_2 viene spesso utilizzata una scala logaritmica e viene introdotta un'unità apposita, detta decibel (dB), definita da

$$N = 10 \log (P_1/P_2)$$

Non ha quindi senso esprimere una potenza P in dB se non si specifica rispetto a quale potenza di riferimento P_0 viene confrontata.

Se le due potenze sono dissipate su resistenze uguali ($P_i = V_i^2 / R$) potremo scrivere

$$N = 10 \log (P_1/P_2) = 20 \log (V_1 / V_2)$$

In elettronica si misura spesso il rapporto tra due tensioni in dB (indipendentemente dalle resistenze su cui sono misurate) utilizzando la relazione

$$20 \log (V_1 / V_2)$$

Ad esempio si caratterizza l'attenuazione di V_1 rispetto a V_2 tramite i seguenti valori

Attenuazione	-2dB	-3dB	-6dB	-10dB	-20dB	-40dB
V_1 / V_2	0.79	0.71	0.50	0.32	0.10	0.01

Filtro passa alto

Applicando al circuito accanto la regola del partitore di tensione otteniamo

$$V_0 = V \frac{R}{R - \frac{j}{\omega C}} = V \frac{1}{1 - j \frac{f_L}{f}}$$

con $f_L = 1 / (2 \pi RC)$ e $f = \omega / 2 \pi$.

Definiamo poi

$$\mathcal{A}_L = \frac{V_0}{V} = |\mathcal{A}_L| \cdot \exp j\theta_L$$

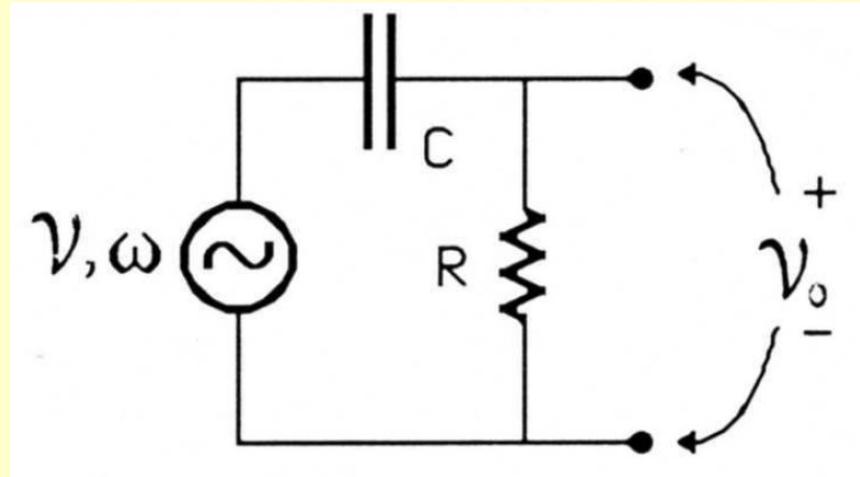
$$\begin{cases} |\mathcal{A}_L| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_L}{f}\right)^2}} \\ \theta_L = \text{atan} \frac{f_L}{f} \end{cases}$$

Esprimendo il $|\mathcal{A}_L|$ in dB si ha

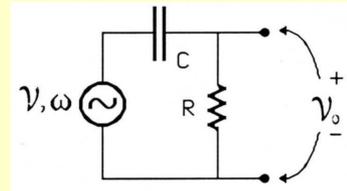
$$|\mathcal{A}_L|_{dB} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{f_L}{f} \right)^2 \right)$$

Per $f \ll f_L$ potremo approssimare

$$|\mathcal{A}_L|_{dB} \approx -20 \log \frac{f_L}{f}$$



Filtro passa alto



$$|\mathcal{A}_L|_{dB} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{f_L}{f} \right)^2 \right)$$

Per $f \ll f_L$ potremo approssimare

$$|\mathcal{A}_L|_{dB} \approx -20 \log \frac{f_L}{f}$$

Ogni aumento di un fattore 2 di f (cioè ogni ottava), $|\mathcal{A}_L|$ cresce di 6 dB

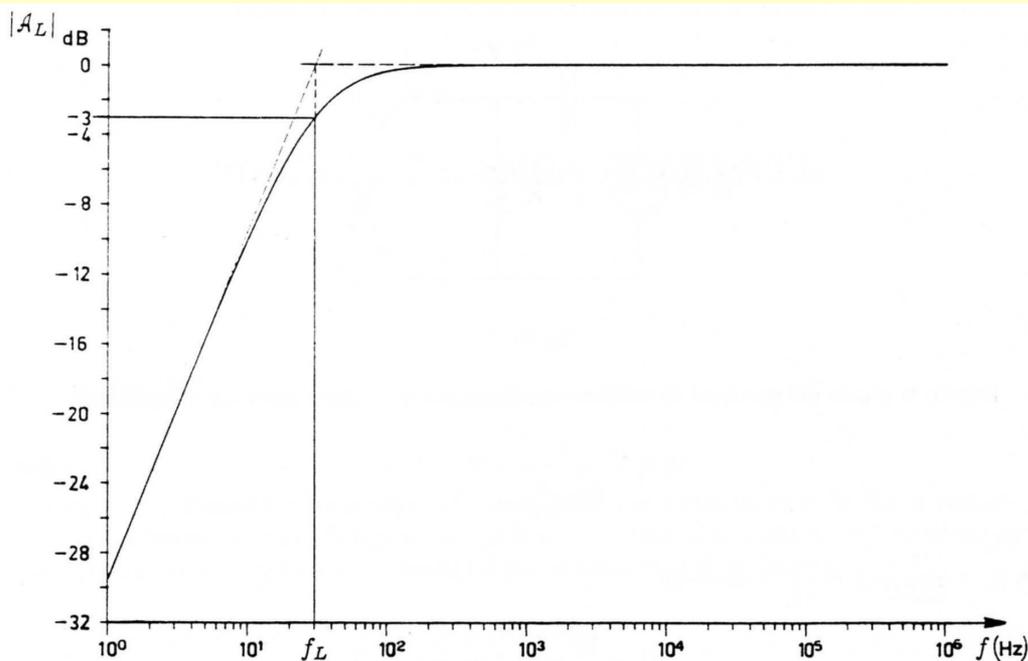
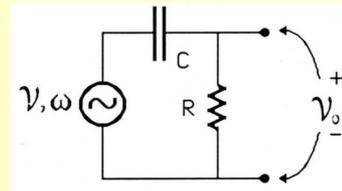


Diagramma di ampiezza

- pendenza basse frequenze = 6 dB / ottava (= 20 dB /decade)
- per $f > f_L$ $|\mathcal{A}_L|_{dB} \approx 0 \rightarrow |v_o| \approx |v|$ (impedenza del condensatore trascurabile rispetto alla resistenza)
- per $f = f_L$ $|\mathcal{A}_L|_{dB} \approx -3 \text{ dB} \rightarrow |\mathcal{A}_L| \approx 1/\sqrt{2}$

f_L frequenza di taglio inferiore del circuito che viene detto “filtro passa alto”

Filtro passa alto



Per quanto riguarda la fase, si ha:

$$\theta_L = \text{atan} \frac{f_L}{f}$$

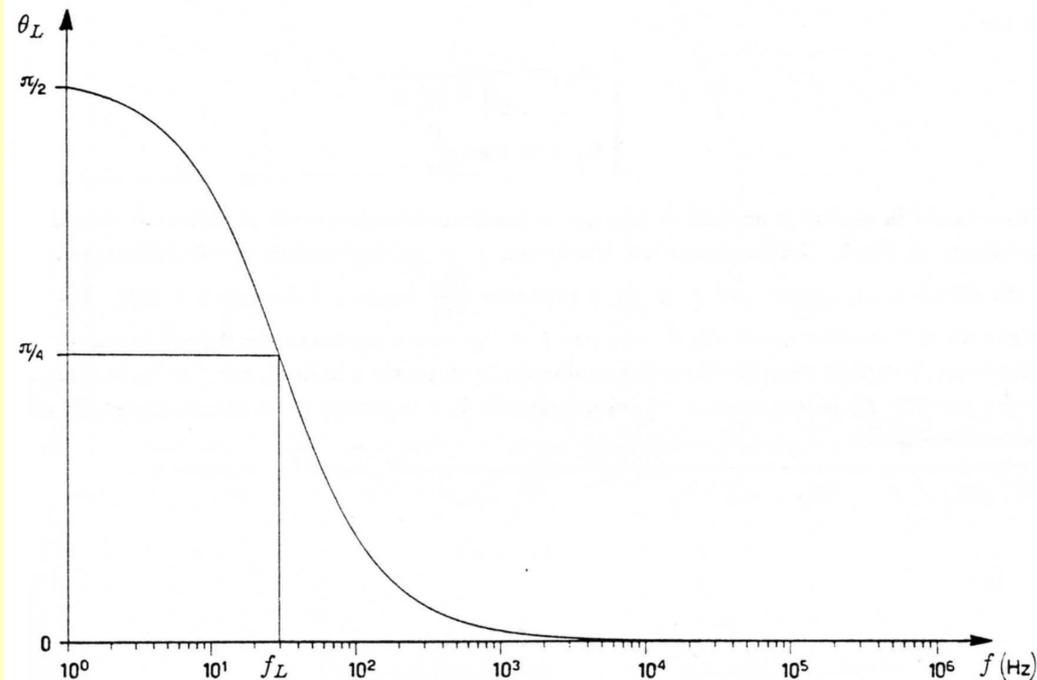


Diagramma di fase

- per $f \ll f_L$ $\theta_L \rightarrow \pi / 2$ (v_o è in anticipo di $1/4$ di periodo rispetto a v)
- per $f = f_L$ $\theta_L = \pi / 4$
- per $f \gg f_L$ $\theta_L \rightarrow 0$
(in tali condizioni $v = v_o$ in ampiezza e fase)

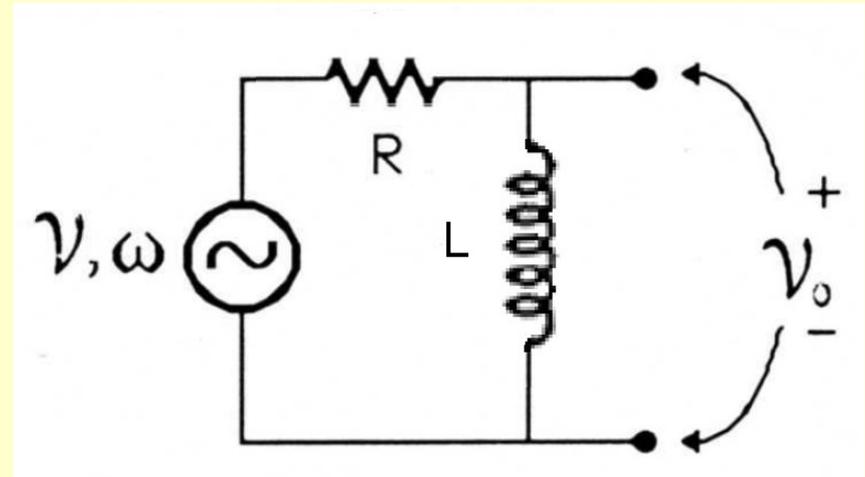
Circuito RL

Applicando al circuito accanto la regola del partitore di tensione otteniamo

$$V_0 = V \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = V \frac{1}{1 - j \frac{f_L}{f}}$$

con $f_L = 1 / (2 \pi L/R)$ e $f = \omega / 2 \pi$.

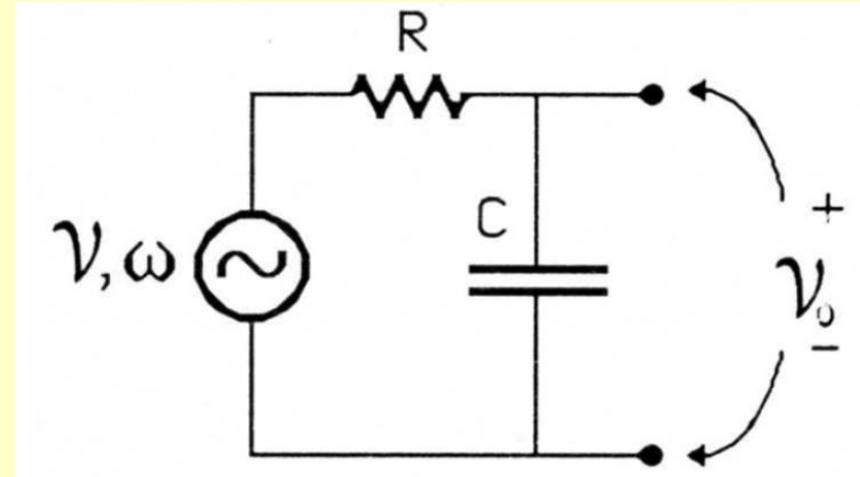
Si ottiene una relazione identica a quella per il circuito passa alto e quindi per il circuito RL valgono tutti i risultati ottenuti per il circuito CR.



Filtro passa basso

Applicando al circuito accanto la regola del partitore di tensione otteniamo

$$V_0 = V \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = V \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_H}}$$



con $f_H = 1 / (2 \pi RC)$ frequenza di taglio superiore

Definiamo poi

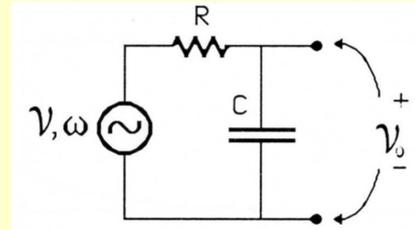
$$\mathcal{A}_H = \frac{V_0}{V} = |\mathcal{A}_H| \cdot \exp j\theta_H \longrightarrow$$

$$\begin{cases} |\mathcal{A}_H| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_H}\right)^2}} \\ \theta_H = -\text{atan} \frac{f}{f_H} \end{cases}$$

Esprimendo il $|\mathcal{A}_H|$ in dB si ha

$$|\mathcal{A}_H|_{dB} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{f}{f_H} \right)^2 \right)$$

Filtro passa basso



$$|\mathcal{A}_H|_{dB} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{f}{f_H} \right)^2 \right)$$

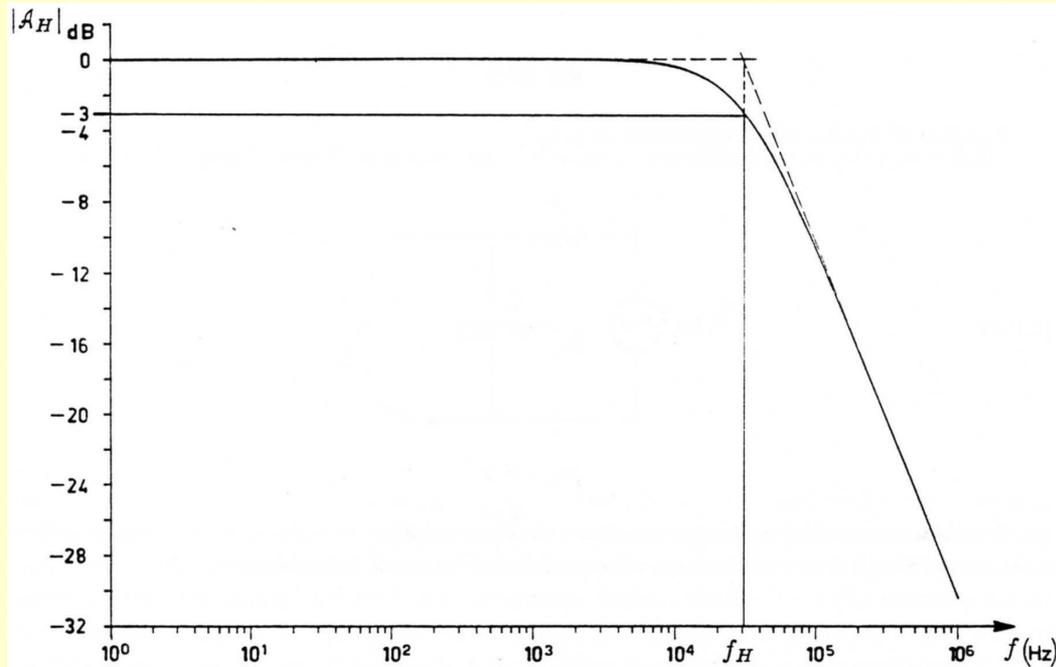
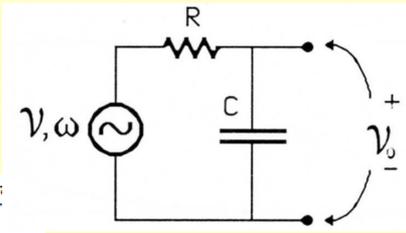


Diagramma di ampiezza

- pendenza alte frequenze =
- 6 dB / ottava (= - 20 dB /decade)
- per $f \ll f_H$ $|\mathcal{A}_H|_{dB} \approx 0 \rightarrow |v_o| \approx |v|$
(resistenza trascurabile rispetto all'impedenza del condensatore)
- per $f = f_H$ $|\mathcal{A}_H|_{dB} \approx -3 \text{ dB} \rightarrow |\mathcal{A}_H| \approx 1/\sqrt{2}$

Filtro passa basso



Per quanto riguarda la fase, si ha:

$$\theta_H = - \operatorname{atan} \frac{f}{f_H}$$

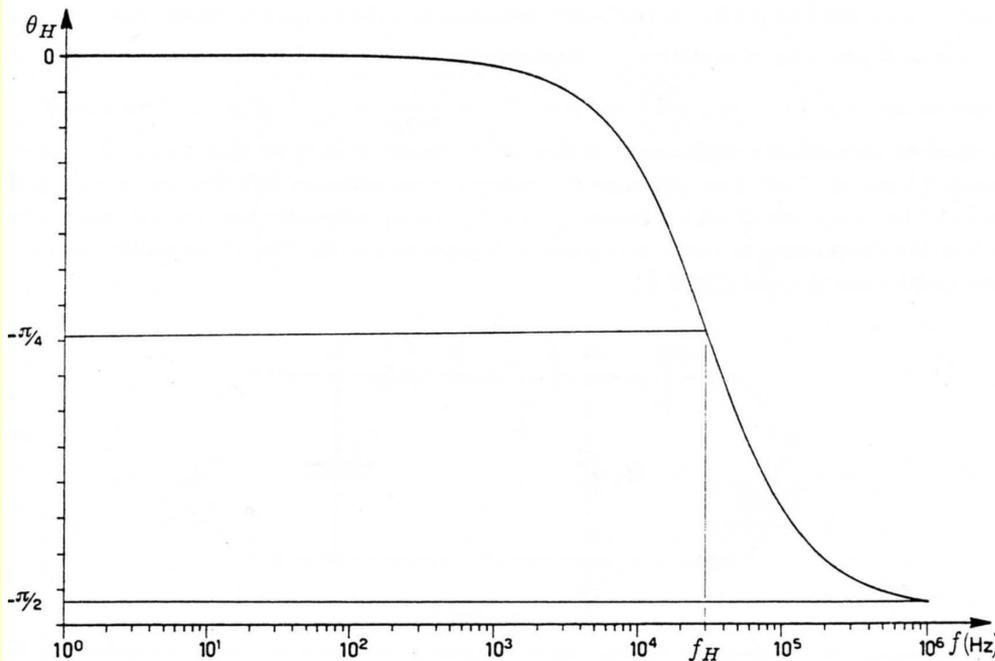


Diagramma di fase

- per $f \ll f_H$ $\theta_H \rightarrow 0$ (in tali condizioni $v = v_o$ in ampiezza e fase)
- per $f \gg f_H$ $\theta_H \rightarrow -\pi / 2$
(v_o è in ritardo di $1/4$ di periodo rispetto a v)

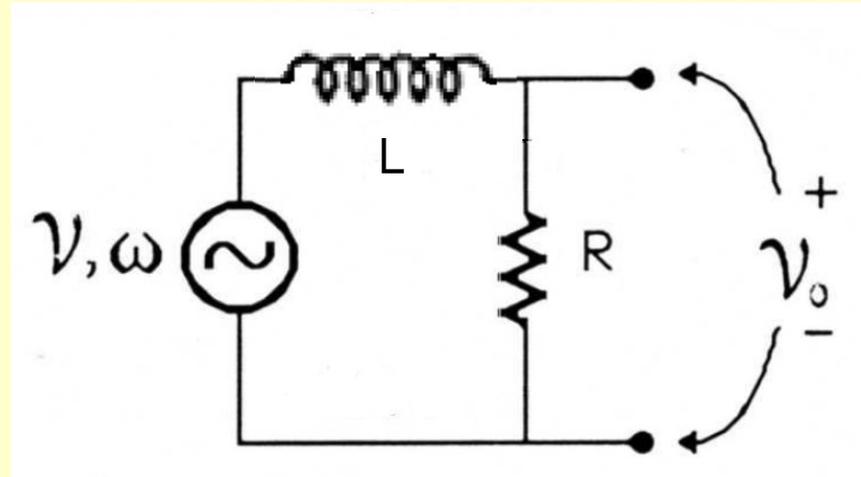
Circuito LR

Applicando al circuito accanto la regola del partitore di tensione otteniamo

$$V_0 = V \frac{R}{R + j\omega L} = V \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_H}}$$

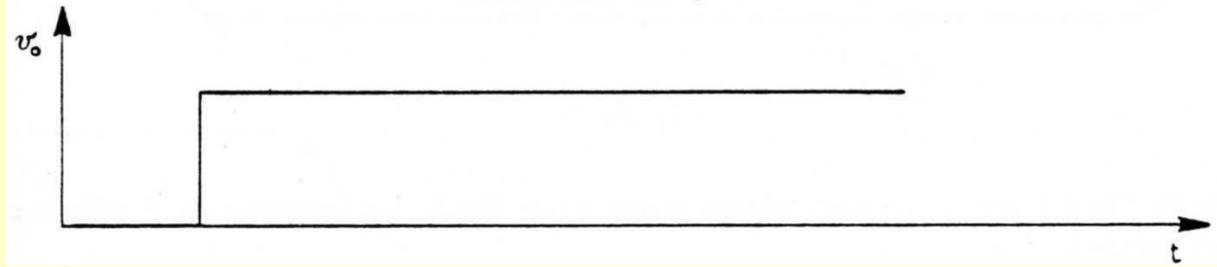
con $f_H = 1 / (2 \pi L/R)$ e $f = \omega / 2 \pi$.

Si ottiene una relazione identica a quella per il circuito passa basso e quindi per il circuito LR valgono tutti i risultati ottenuti per il circuito RC.



Risposta di un filtro ad un segnale a gradino

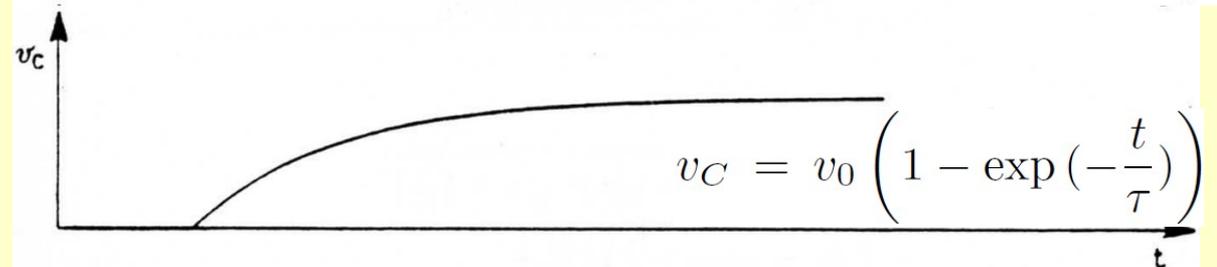
Tensione ingresso



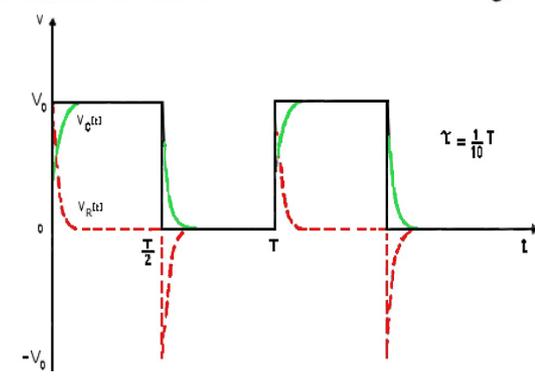
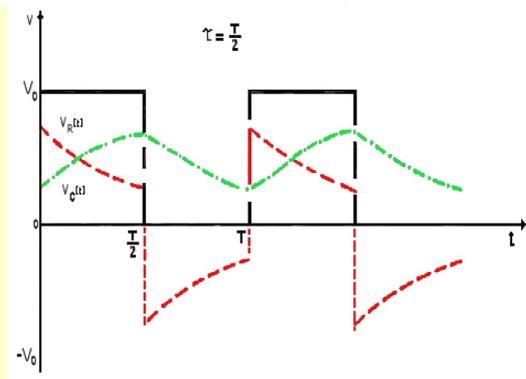
Filtro passa alto



Filtro passa basso



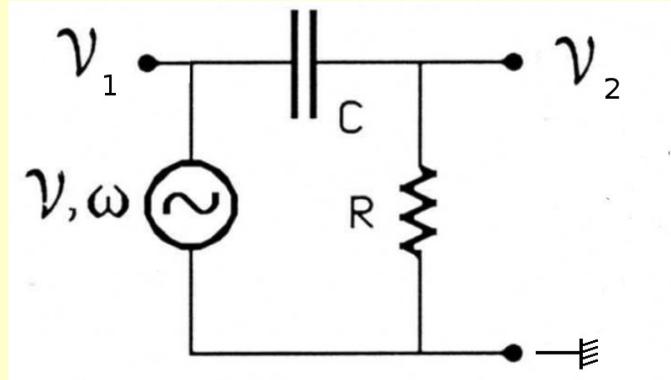
Risposta a una onda quadra



$$|t(90\%) - t(10\%)| = 2.2 \tau$$

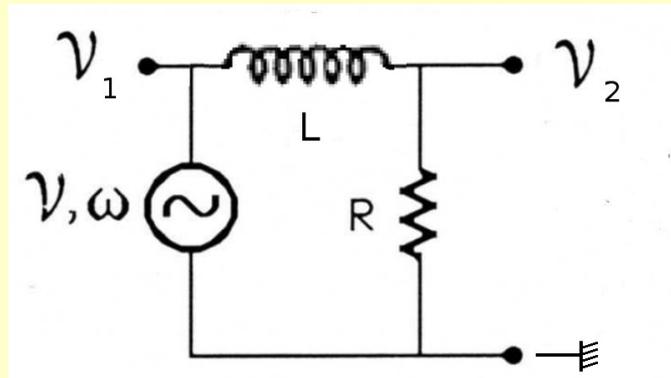
Misure di banda passante

Circuito CR



Si inviano i segnali prelevati ai capi del generatore e della resistenza ai canali 1 e 2 dell'oscillografo per misurarne l'ampiezza e la fase relative al variare della frequenza

Circuito LR



Effetto Hall

Nastro conduttore omogeneo di dimensione infinita lungo x in cui scorre corrente I.

In assenza di campi magnetici:
 1) $V_A = V_B$, 2) $I = j tw = qNv tw$
 con N numero di portatori di carica q (elettroni) per unità di volume

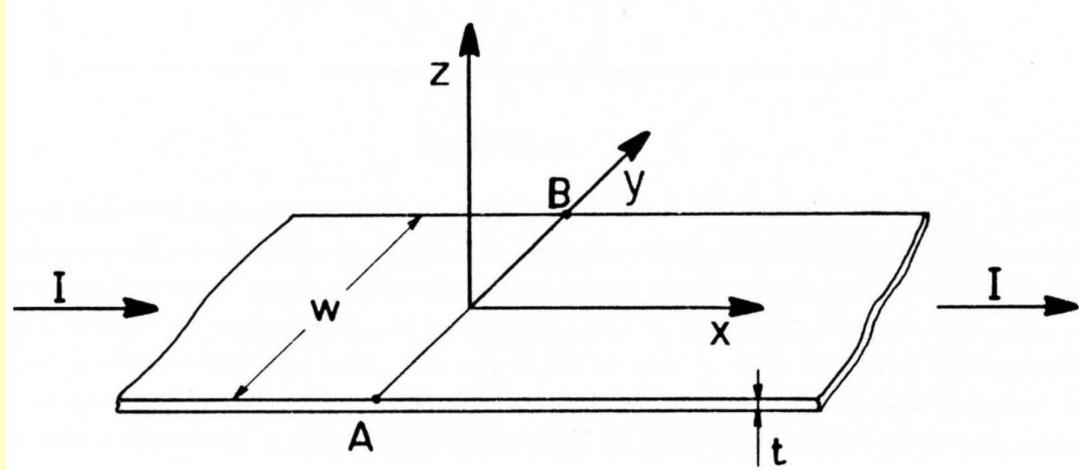
Se a $t = 0$ si applica un campo di induzione magnetica

i portatori di carica sono sottoposti alla Forza di Lorentz diretta nel verso delle y negative, indipendentemente da q

In breve tempo (10^{-18} s) si ha accumulo di carica sulla parete destra del conduttore e creazione di un campo elettrico \underline{E}_H che compensa l'effetto della Forza di Lorentz

$$\vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B} = -\frac{1}{qN} \vec{j} \wedge \vec{B} = \frac{IB}{qNtw} \text{vers } \vec{y}$$

che dà luogo ad una ddp di Hall



$$\vec{B} = B \text{ vers } \vec{z}$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$V_H = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}_H \cdot d\vec{y} = \frac{IB}{qNt}$$

Effetto Hall

$$V_H = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}_H \cdot \vec{dy} = \frac{IB}{qNt}$$

Per $B = 1 \text{ T}$ e un nastro di spessore $t = 1 \text{ mm}$ percorso da $I = 100 \text{ mA}$ si ha:

- Rame (Cu)

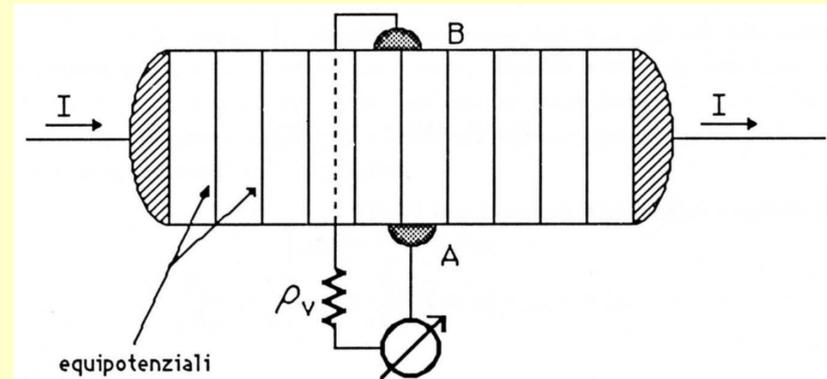
$$N = 8.4 \cdot 10^{22} \text{ el/cm}^3 \rightarrow V_H = 3.7 \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

- Silicio (Si) drogato n (1 ppm Fosforo)

$$N \approx 10^{16} \text{ el/cm}^3 \rightarrow V_H \approx 1 \text{ V}$$

Noti quindi q , N e t , dalla misura di V_H e I è possibile ottenere una misura della componente di B ortogonale al nastro (B_N)

In pratica si ha che $V_H = k B_N + V_{\text{off}}$
con V_{off} "tensione di offset" presente per $B_N = 0$ a causa dell'asimmetria dei contatti

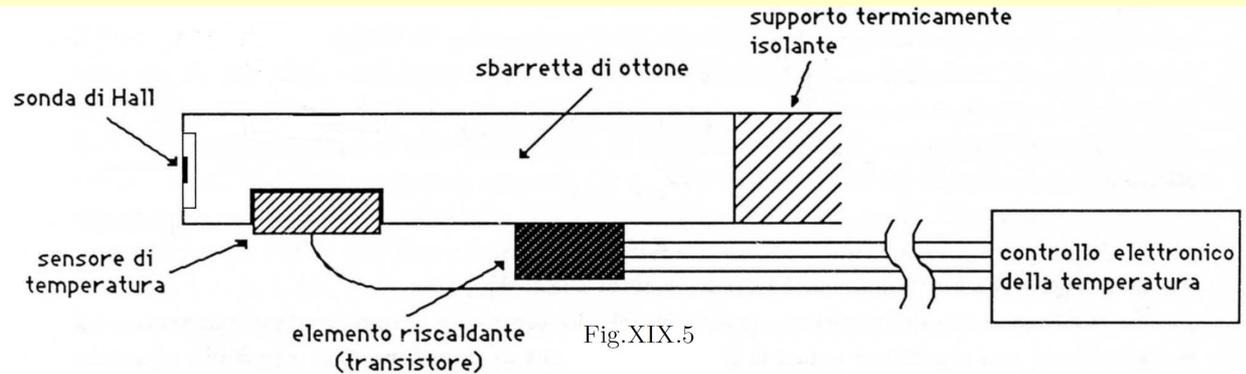


La determinazione di V_{off} richiede che $B_N = 0$, difficilmente realizzabile a causa del B terrestre. In pratica V_{off} viene ottenuta da due misure a 180° tra loro (V_0 e V_π) dalla relazione $V_{\text{off}} = (V_0 + V_\pi)/2$

Per la misura di k è necessario di disporre di campi B noti (bobine di Helmholtz)

Sonda di Hall

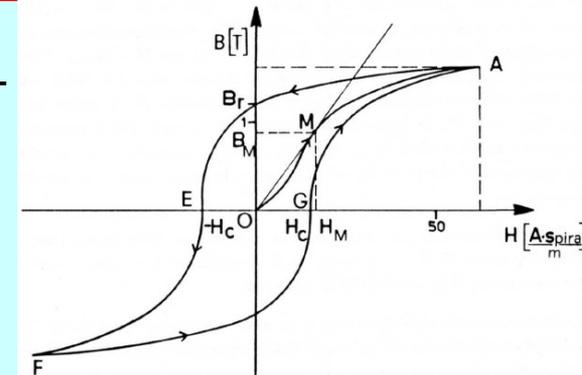
Sia k che V_{off} dipendono fortemente dalla temperatura della sonda. Per una misura precisa è quindi necessaria una termostatazione.



Per aumentare la sensibilità della sonda essa viene posta all'interno di un involucro di materiale ferromagnetico che ha la proprietà di "catturare" il maggior numero di linee di B .

Il notevole aumento della sensibilità ha i seguenti svantaggi:

- la risposta della sonda perde di linearità per campi $> 10^{-4}$ T
- si evidenziano fenomeni di isteresi, ovvero per un fissato valore di B_N la tensione in uscita dipende non solo da B_N e da V_{off} ma anche dalla "storia precedente", ovvero dalla massima ampiezza di B_N misurata precedentemente.



Più realisticamente avremo quindi:

$$V_H = k_H * B_N + V_{off} + V_{IS} = V^* + V_{off} + V_{IS}$$

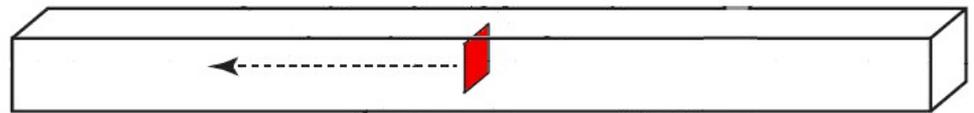
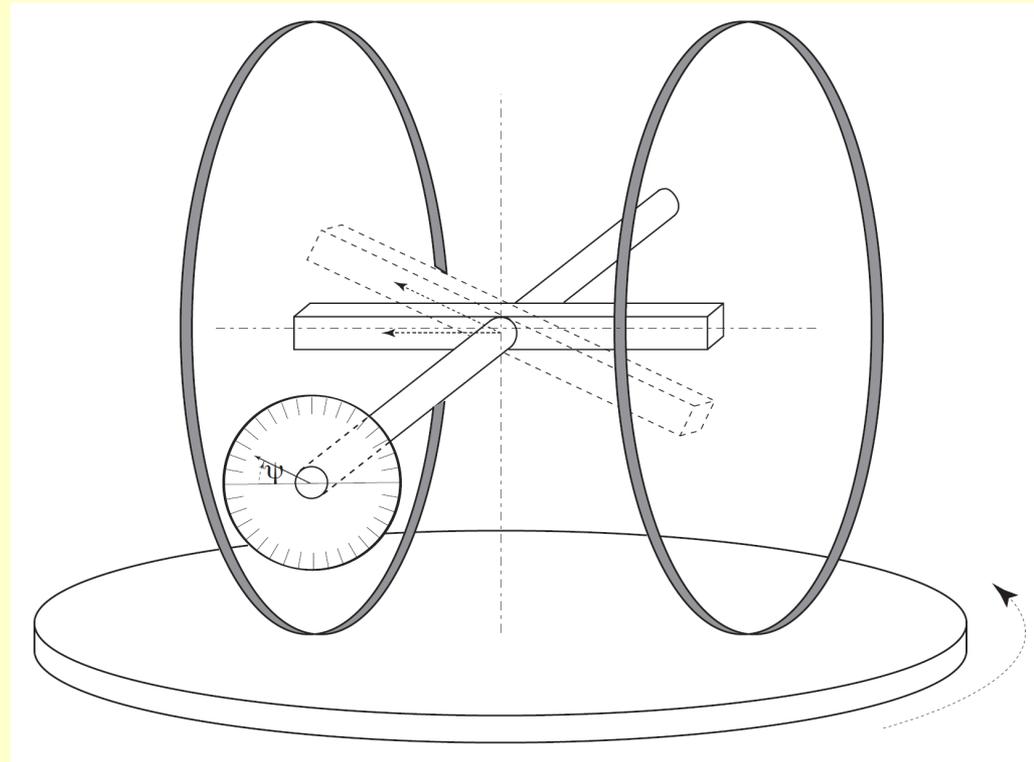
con V_{IS} dello stesso segno e proporzionale al campo B_N massimo in valore assoluto sperimentato precedentemente

Bobine di Helmholtz

Per $\psi = 0$ la sonda di Hall è in
asse con le bobine di Helmholtz

Le due bobine, coassiali, con lo
stesso numero di spire e attra-
versate dalla stessa corrente i ,
producono nel punto sull'asse
equidistante da esse un campo
di induzione:

$$B_{BH} = \frac{n \mu_0 i}{R \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} = k_{BH} \cdot i$$



Con $n = 120$, $R = (0.313 \pm 0.005)$ m si ha $k_{BH} = (3.45 \pm 0.06) 10^{-4} \text{ T A}^{-1}$,
 $n = 60$, $R = (0.313 \pm 0.005)$ m si ha $k_{BH} = (1.72 \pm 0.03) 10^{-4} \text{ T A}^{-1}$