

# Misura di corrente continua

Galvanometro di Deprez – d'Arsonval → strumento a “bobina mobile” che fornisce indicazione (angolo  $\varphi$  di rotazione della bobina o spostamento  $l$  di un indice solidale con la bobina) proporzionale alla corrente che lo attraversa (dettagli sul principio di funzionamento saranno esaminati successivamente)



ingressi

lettura

portata

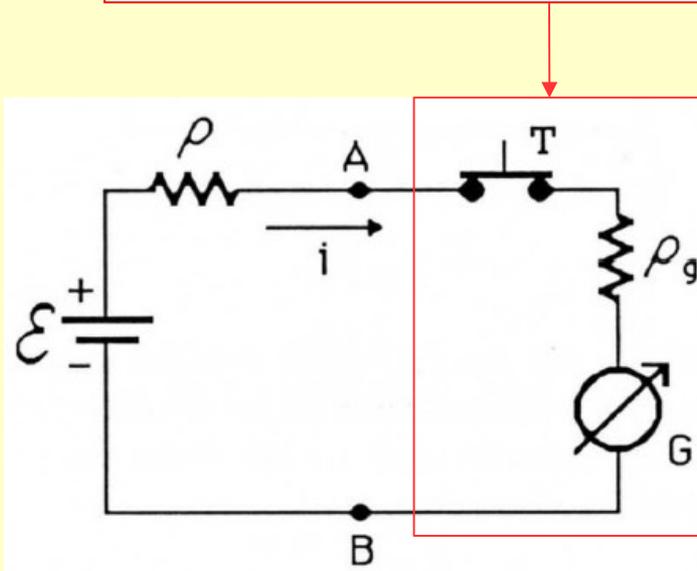
con  $k_r$  costante reometrica ( $10^{-9} \div 10^{-7} \text{ A/mm}$ )

$$i = K_r \varphi = k_r l$$

Nei galvanometri da banco disponibili in laboratorio la sensibilità massima (ovvero  $k_r$  minimo) è di circa 5 nA / divisione

# Galvanometro Dinamica

Dal punto di vista elettrico il galvanometro è assimilabile ad una resistenza e quindi il suo inserimento in un circuito può essere rappresentato come in figura



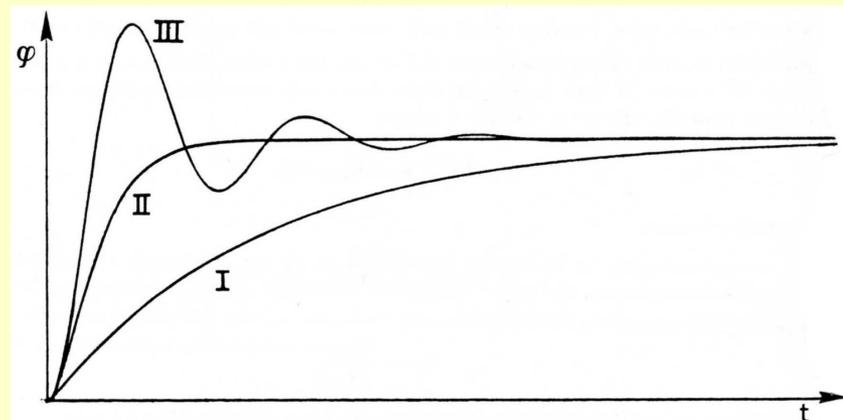
con  $\mathcal{E}$  e  $\rho$  fem e resistenza equivalenti ottenibili dal teorema di Thévenin per il circuito visto tra i terminali A e B

A  $t=0$  viene chiuso il tasto T. Il moto successivo dell'indice del galvanometro segue andamenti diversi a seconda del valore di  $R = \rho + \rho_g$

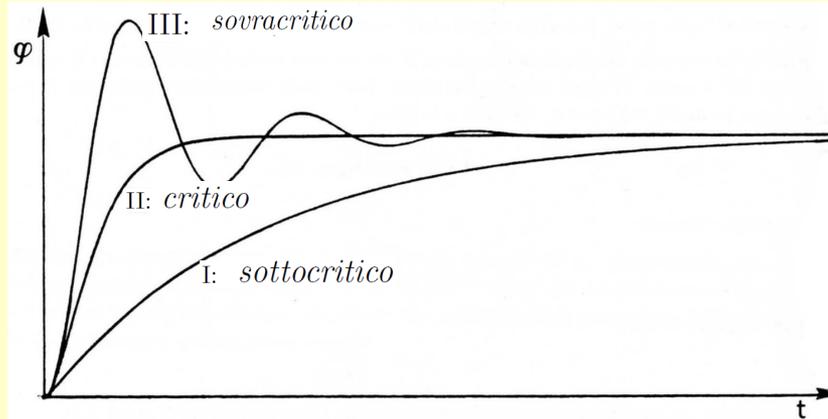
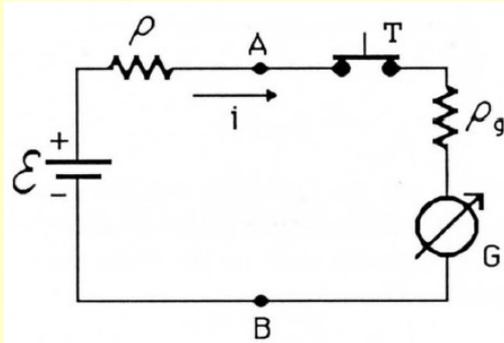
I: *sottocritico*

II: *critico*

III: *sovra-critico*



# Galvanometro Dinamica



Caso II: avvicinamento all'asintoto nel più breve tempo possibile

→  $R = \rho + \rho_g =$  resistenza critica  $R_c \rightarrow R_c - \rho_g$  resistenza critica esterna

Valori tipici  $R_c = 10 \div 10^3 \Omega$

Caso I: ( $R < R_c$ ) smorzamento elettrodinamico forte → assenza di oscillazioni

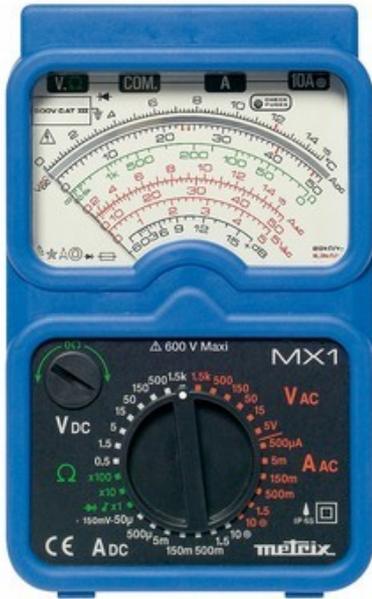
Caso III: ( $R > R_c$ ) andamento oscillante con periodo  $T = 1 \div 10$  s

Normalmente il galvanometro viene utilizzato in condizioni leggermente sovracritiche in modo da essere sicuri che abbia raggiunto il valore finale, pur con qualche oscillazione intorno ad esso.

# Strumenti a bobina mobile

Caratteristiche generali:

- si basano sul principio di funzionamento del galvanometro
- per motivi di robustezza dello strumento hanno tuttavia costante reometrica ( $K_r = i / \varphi$ ) maggiore e quindi sensibilità minore



## CLASSE DELLO STRUMENTO

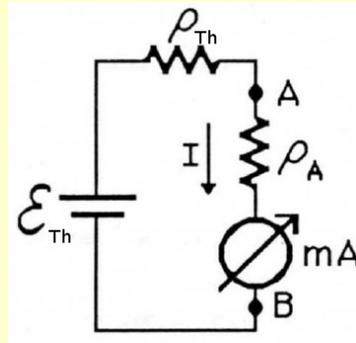
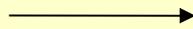
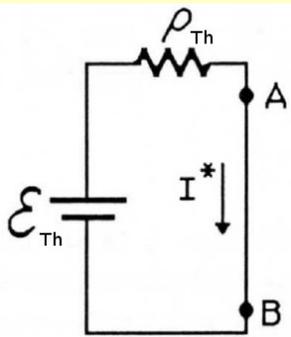
Tipicamente gli strumenti a bobina mobile hanno un indice sottile che scorre su una scala provvista di specchietto per ridurre l'errore di parallasse (errore di lettura tipico  $\rightarrow \frac{1}{4}$  di divisione)

A questo si aggiunge l'errore di taratura dovuto alla non perfetta adeguatezza (non costanza di  $K_r$ ) della scala alla risposta dello strumento, alla presenza di attriti, ecc..  $\rightarrow$  costruttore dichiara la "classe" dello strumento, pari al valore % dell'errore sul fondo scala che resta costante su tutta la scala (tip. 0.5-1)



# Amperometri

La realizzazione tramite un galvanometro non corrisponde ad avere un "amperometro ideale". La misura della corrente  $I^*$  che scorre tra i terminali A e B implica l'inserimento del galvanometro tra di essi ottenendo



$$I = \frac{\mathcal{E}_{Th}}{\rho_{Th} + \rho_A} = I^* \left( \frac{1}{1 + \frac{\rho_A}{\rho_{Th}}} \right)$$

I sarà tanto più simile a  $I^*$  quanto più  $\rho_A < \rho_{Th} \rightarrow \rho_A = 0$  amperometro ideale

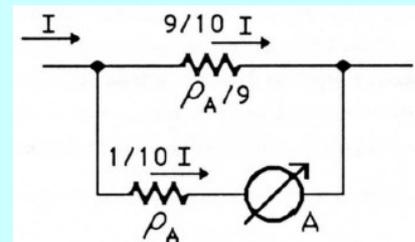
Scelta ottimale:

- Amperometri con stessa sensibilità amperometrica  $\rightarrow$  quello con  $\rho_A$  minore
- Amperometri con stessa  $\rho_A \rightarrow$  quello con sensibilità maggiore (e la portata?)

Confronto tra due amperometri (1 e 2) con uguale  $\rho_A$  ma diversa sensibilità

$$I_1 = K_{r1} \varphi_1, I_2 = K_{r2} \varphi_2 \text{ con } K_{r1} = (1/10) K_{r2}.$$

Avremo stessa  $\varphi$  in 1 e 2 se  $I_1 = (1/10) I_2$  ottenibile con uno shunt (derivazione) come in figura, per cui  $\rho_{A1} = (1/10) \rho_{A2}$



# Amperometri

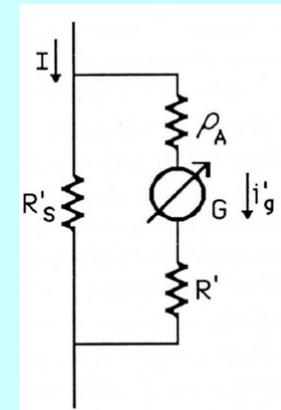
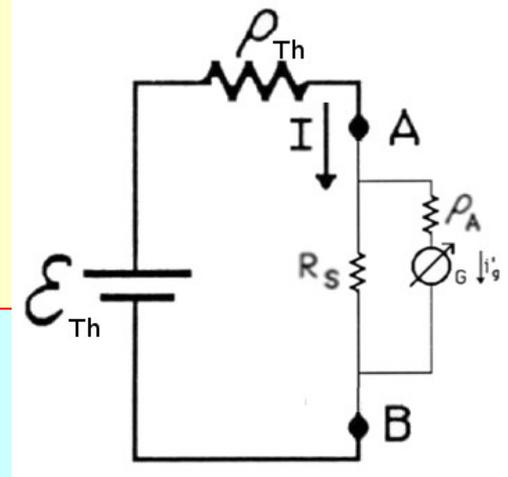
L'inserimento dello shunt permette di utilizzare il galvanometro in una configurazione in cui è chiuso sulla sua resistenza critica. Realizzazione :

- indicando con  $R_s$  la resistenza dello shunt dovremo fare in modo che  $R_s // \rho_A$  sia  $\ll \rho_{Th}$  ovvero che la resistenza vista dall'amperometro sia  $\rho_A + R_s // \rho_{Th} \approx \rho_A + R_s$

- scegliere  $R_s$  in modo che  $\rho_A + R_s = R_C$  ; questo fissa il rapporto di shunt al valore  $R_s / (\rho_A + R_s) = (R_C - \rho_A) / (\rho_A + R_s)$  e conseguentemente il fondo scala dello strumento

- riadattare il fondo scala ad un valore prescelto aggiungendo una resistenza  $R'$  in serie a  $\rho_A$  e modificando corrispondentemente  $R_s$  in  $R'_s$

Avremo infine  $R_C = \rho_A + R' + R'_s$  e  
 $i'_g = I R'_s / R_C$



# Amperometri

Sul principio precedentemente illustrato si basa lo Shunt Universale o Shunt di Ayrton che nel caso di un amperometro a 4 portate ha il seguente schema

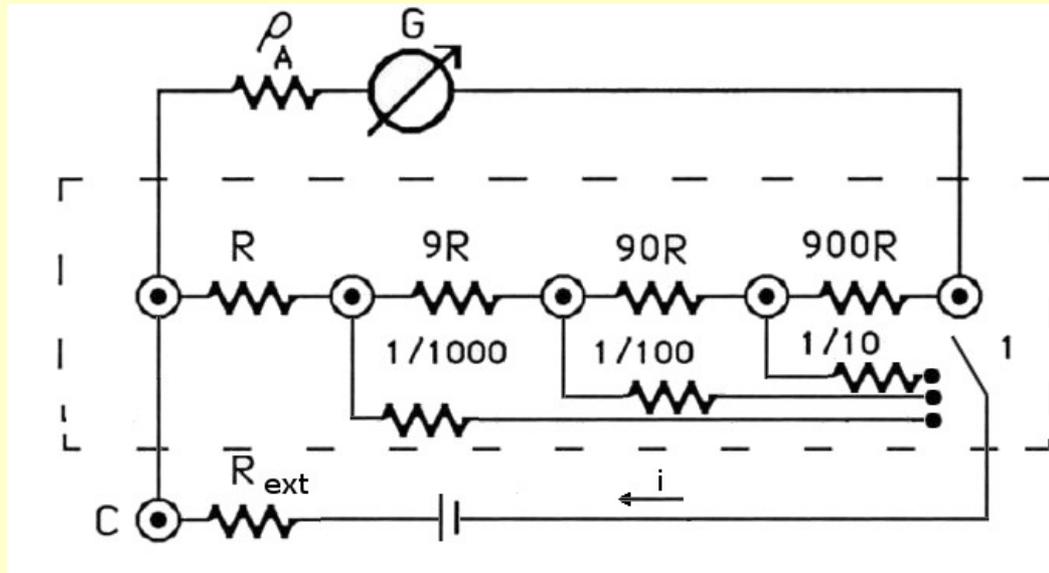
Se  $R_{ext} \gg 1000 R$  avremo

$$I_{g1} = i \cdot 1000 R / (1000 R + \rho_A)$$

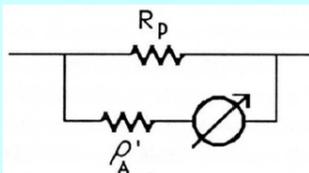
$$I_{g1/10} = i \cdot 100 R / (1000 R + \rho_A) = I_{g1} / 10$$

·  
·  
·

E inoltre si può imporre  
 $1000 R + \rho_A = R_C$



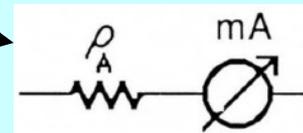
L'utilizzo dello Shunt di Ayrton è molto generale e ogni volta che in un circuito schematizzeremo il misuratore di corrente con un simbolo intenderemo



con

$$R_P + \rho_{A'} = R_C$$

$$\rho_A = R_P \parallel \rho_{A'}$$



# Amperometri

## CAMPI DI MISURA

Limite inferiore  $10^{-10}$  A (a causa delle oscillazioni stocastiche della bobina)

Limite superiore  $10^2$  A (a causa dell'utilizzo di resistenze molto piccole e quindi poco precise nel realizzare lo shunt)

## INCERTEZZA DI MISURA

- classe dello strumento
- precisione dei rapporti di shunt  $\rightarrow$  in genere  $> 10^{-3}$
- errore di lettura

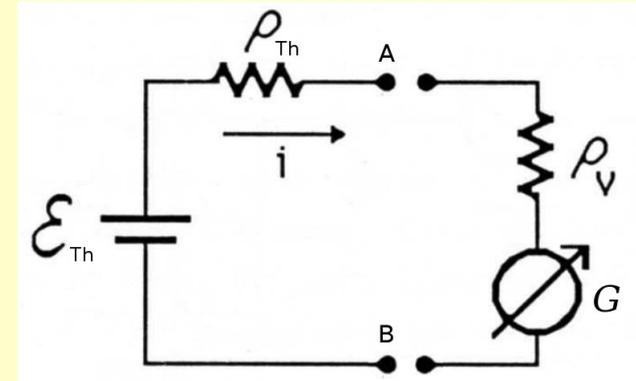
Se si vuole misurare  $I^* = I (1 + \rho_A / \rho_{Th})$  entrano in gioco anche le incertezze su  $\rho_A$  e  $\rho_{Th}$

Per misure di correnti deboli va fatta particolare attenzione a:

- gradienti di temperatura lungo il circuito, in particolare nelle giunzioni tra conduttori diversi (fem termoelettriche  $\approx 10^{-4}$  V)
- contatti tra superfici non sufficientemente puliti (fem elettrochimiche)

# Voltmetri

La scala di un amperometro può essere convertita in una scala di un voltmetro ponendo in serie ad esso una resistenza  $\rho_V$  ( $\rho_V = \rho_A + R$  con  $R$  aggiunta per ottenere il fondo scala scelto).



Un voltmetro ideale misurerebbe  $V = \mathcal{E}_{Th}$

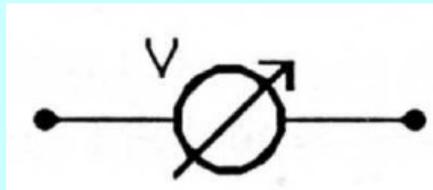
Con un voltmetro reale avremo

Quanto più  $\rho_V > \rho_{Th}$  tanto più  $V = \mathcal{E}_{Th}$

ed è quindi importante utilizzare voltmetri

aventi amperometri con minore fondo scala (ovvero sensibilità maggiore)

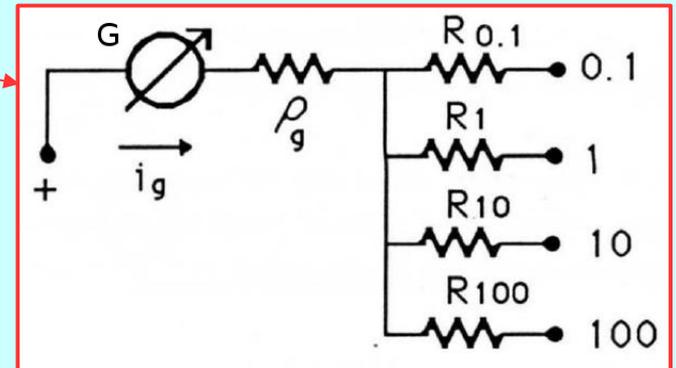
Per il voltmetro ideale (ovvero con  $\rho_V$  infinita) viene spesso utilizzato il simbolo circuitale



$$V = i \cdot \rho_V = \frac{\mathcal{E}_{Th}}{\rho_{Th} + \rho_V} \cdot \rho_V = \mathcal{E}_{Th} \left( \frac{1}{1 + \frac{\rho_{Th}}{\rho_V}} \right)$$

# Voltmetri

Per un voltmetro reale a più portate (G generalmente è un  $\mu$ amperometro,  $R_{0.1}$  è tale che G va a fondo scala per 0.1V, ecc.). In ogni caso avremo  $\rho_v = R_{\dots} + \rho_g = V_{fs} / i_{fs}$  (fs = fondo scala)  
Il costruttore fornisce gli "Ohm per Volt" dello strumento ovvero la  $\rho_v$  per la portata di 1V.



## CAMPO DI MISURA

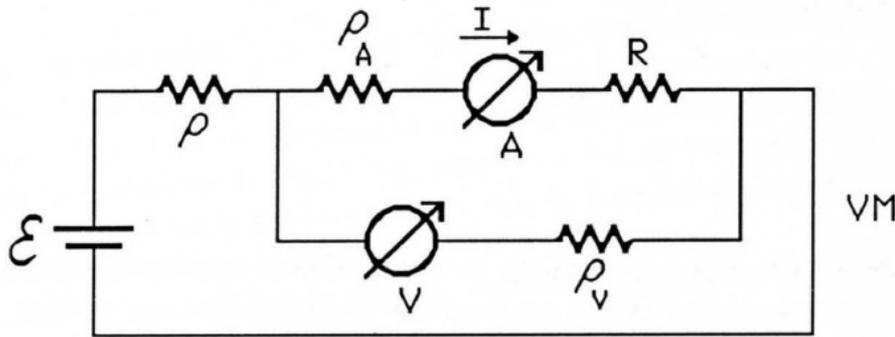
- Limite inferiore  $10^{-7}$  V (a causa della  $\rho_g$  del  $\mu$ amperometro, delle fem elettrochimiche e termoelettriche)
- Limite superiore dettato dalla necessità di reperire resistenze di valore elevato, noto con precisione ed esente da perdite incontrollate

## INCERTEZZA DI MISURA

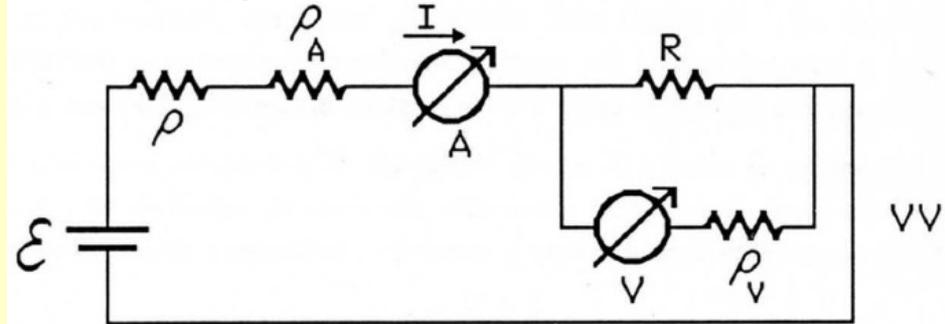
- Classe dello strumento
- Errore di lettura
- Necessità di correggere il valore misurato per tener conto del valore finito di  $\rho_v$  (tale correzione verrà meno con "misure potenziometriche" nelle quali non si ha passaggio di corrente, utilizzando il galvanometro come rivelatore di zero)

# Ohmetri (misuratori di resistenza)

Volendo misurare una resistenza  $R$  e avendo a disposizione un voltmetro e un amperometro potremo montare uno dei due seguenti circuiti  
(VM: voltmetro a monte, VV: voltmetro a valle)



$$\frac{V}{I} = \frac{I(R + \rho_A)}{I} = R \left( 1 + \frac{\rho_A}{R} \right)$$

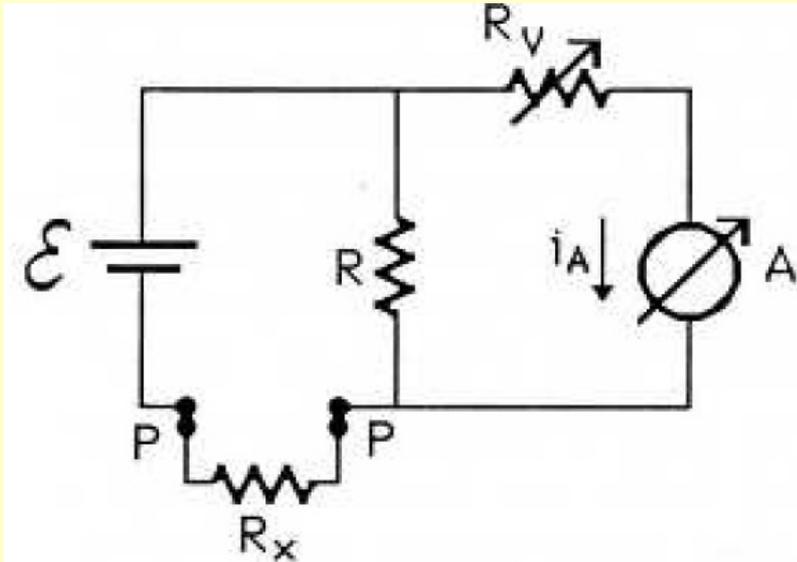


$$\frac{V}{I} = \frac{I(R \parallel \rho_V)}{I} = R \left( \frac{1}{1 + \frac{R}{\rho_V}} \right)$$

Per misurare  $R$  è quindi necessario conoscere  $\rho_A$  (VM) oppure  $\rho_V$  (VV)  
Se  $R$  bassa → meglio VV con voltmetro sufficientemente sensibile  
Se  $R$  alta → meglio VM con amperometro sufficientemente sensibile  
Se  $R$  generica → scelta in base a errore a priori più piccolo

# Ohmetri (misuratori di resistenza)

Volendo misurare una resistenza  $R_x$  con un solo strumento



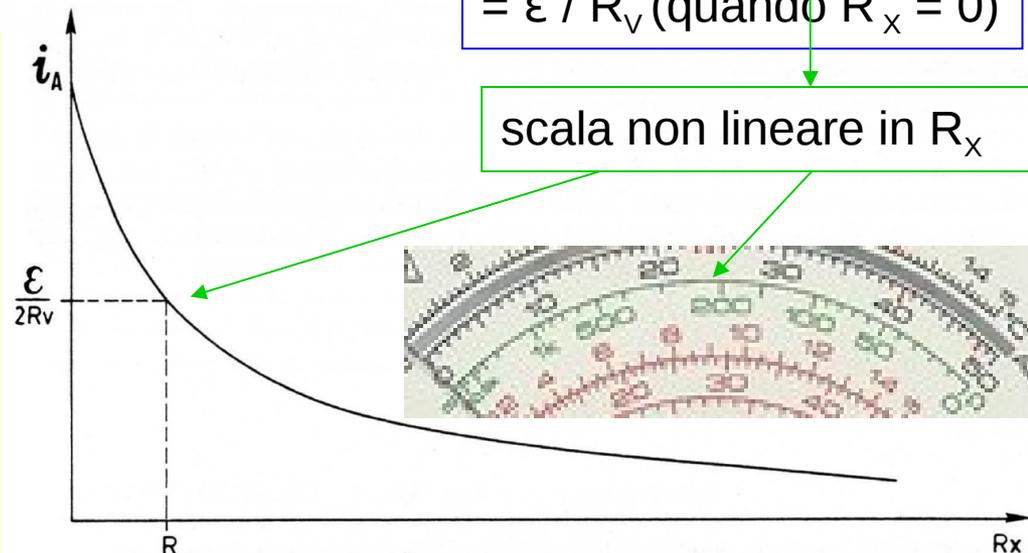
con  $R_V$  contenente anche  $\rho_A$

$$i_A = \frac{\mathcal{E}}{R_X + R \parallel R_V} \cdot \frac{R}{R + R_V} =$$

$$= \frac{\mathcal{E}}{R_X \left(1 + \frac{R_V}{R}\right) + R_V} = \frac{i_{fs}}{1 + R_X \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_V}\right)}$$

$$= \mathcal{E} / R_V \text{ (quando } R_X = 0 \text{)}$$

scala non lineare in  $R_x$

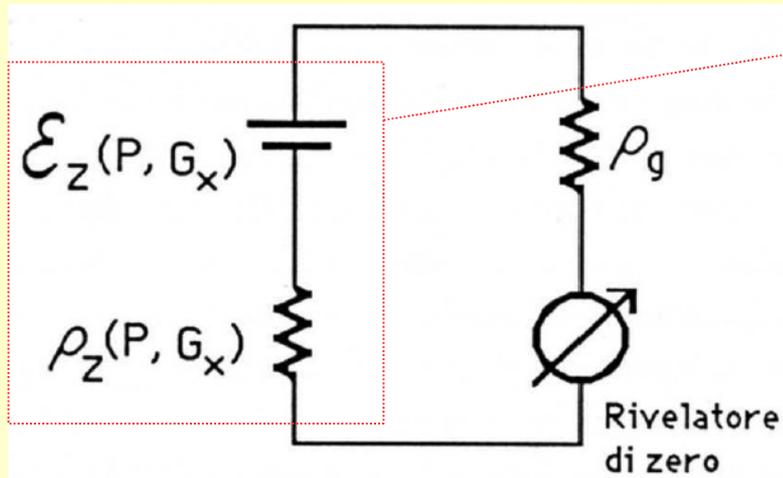


Per  $R_x \gg R$  le misure sono imprecise  
 $\mathcal{E}$  (pila) si scarica nel tempo  $\rightarrow$   
 necessità di taratura  $\rightarrow$  si pone  $R_x = 0$   
 e si varia  $R_V$  in modo che  $i_A$  vada a  
 fondo scala

Misure più precise si hanno con ampe-  
 rometro usato come rivelatore di zero.

# Rivelatori di zero a bobina mobile

A tal fine vengono utilizzati galvanometri molto sensibili



Sistemi di misura di “zero”  
Permettono di misurare un componente incognito  $G_x$  (resistenza o ddp) rendendo nulla la ddp  $\varepsilon_z$  tra due terminali di una rete lineare tramite la variazione di uno o più componenti elettrici  $P$  (ex. resistenze)

Per  $P = P_0 \rightarrow \varepsilon_z(P_0, G_x) = 0 \rightarrow$  misura  $G_x$

Tanto più sensibile è lo strumento di zero tanto maggiore sarà la variazione della sua indicazione  $\varphi$  dallo zero per piccole variazioni di  $P$  intorno a  $P_0$ .

Avremo infatti

$$i = \frac{\mathcal{E}_z(P, G_x)}{\rho_z(P, G_x) + \rho_g} = K_r \varphi \longrightarrow \varphi = \frac{1}{K_r} \frac{\mathcal{E}_z(P, G_x)}{\rho_z(P, G_x) + \rho_g}$$

$$\Delta\varphi = \frac{1}{K_r} \frac{\Delta\mathcal{E}_z(P, G_x)}{\rho_z(P_0, G_x) + \rho_g}$$

da cui segue la scelta di un galvanometro con sensibilità massima ( $K_r$  minima)