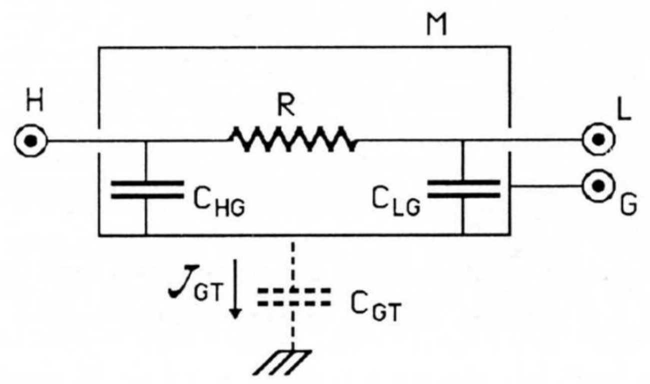
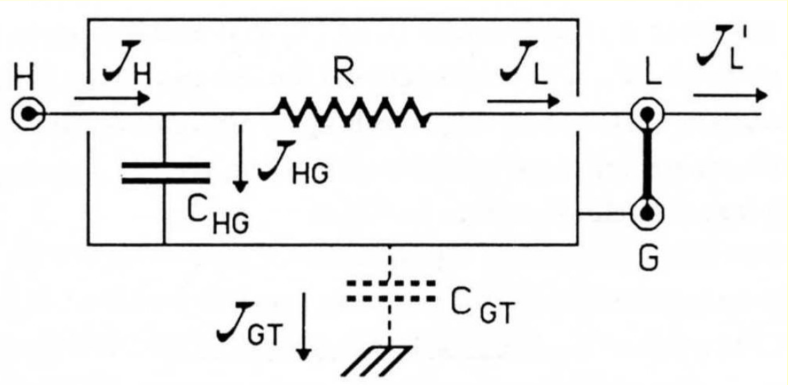
Resistenze campione

3 terminali: L, H e G (connesso a scatola)
C_{HG} , C_{LG} capacità verso scatola ($C_{HG} < C_{LG}$)
C_{GT} capacità tra scatola e potenziale di terra (potenziale dei conduttori circostanti)

Le correnti che attraversano i vari componenti dipendono dalle tensioni dei terminali e dalla posizione della scatola rispetto all'esterno

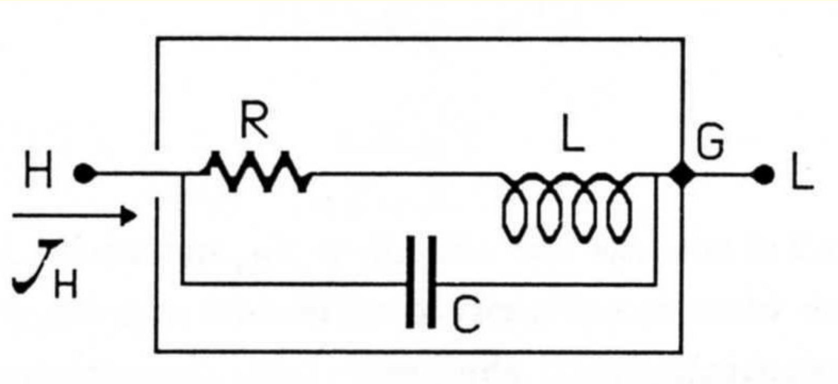




Per ridurre tali effetti si usa cortocircuitare L con G (fatta eccezione per il caso in cui si abbiano due resistenze in serie)
Nell'ambito di frequenze consigliato si ha che $1 / \omega C_{HG} << R$

Resistenze campione

Decadi:
- resistori a filo avvolti in maniera antiinduttiva
- circuito equivalente con
  - L induttanza residua
  - C capacità tra i terminali H e G (cortocircuitato con il terminale L)

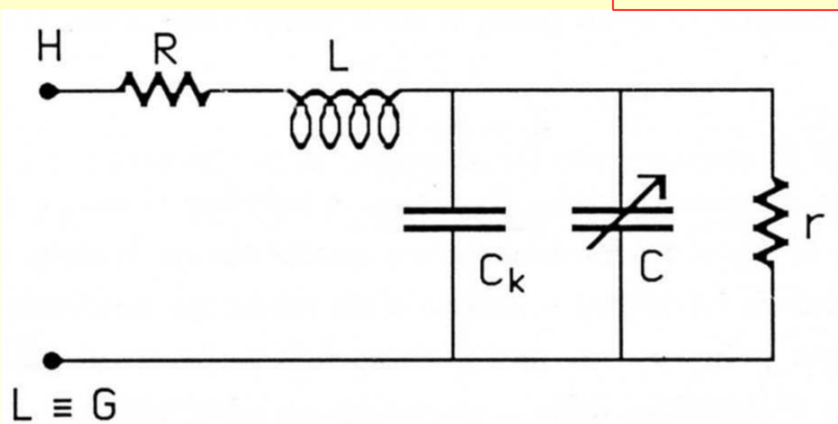


Valori tipici
$C = 20 – 30$ pF
$L = 0.03$ µH per $R = 0.1\ \Omega$
$= 10$ µH per $R = 10^{5}\ \Omega$

Costruttore dichiara $Z = R_S + j X_S$ e
$\Delta R_S / R_S$ in funzione della frequenza
(positivo, per “effetto pelle” crescente con ω, per $R_S < 100\ \Omega$, negativo, per perdite dielettriche della capacità in parallelo, per $R_S > 10\ k\Omega$)
- R_S valore nominale a 1 kHz

Condensatore campione

C < 1 nF → dielettrico aria
precisione 10^{-5}
C = 1 nF – 1 µF → dielettico solido (mica, polistirene)
precisione 10^{-4}



Circuito equivalente con
- C valore del campione
- R e L dovuti alle armature
- r dovuta a perdite dielettrico
- C_k capacità tra H e scatola (G=L) ≃1pF

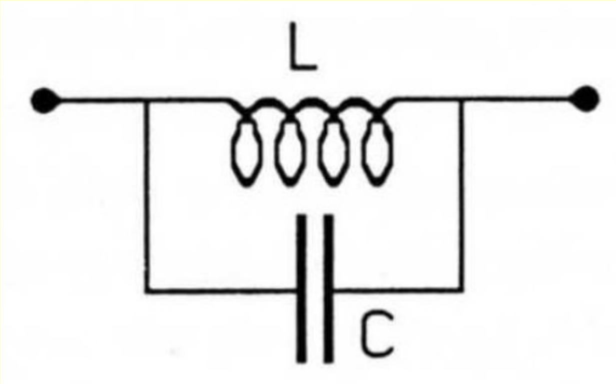
In pratica

$$\mathcal{Z}_C = \left(j\omega C_p + \frac{1}{R_p} \right)^{-1}$$

con C_p che tiene conto di tutti gli effetti (ivi compresa la dipendenza dalla frequenza a causa di L)

Induttanza campione

Campioni con avvolgimento in aria hanno basso Q=ωL/R (bassa qualità) mentre campioni con nucleo ferromagnetico toroidale hanno Q elevato (a spese di dipendenza di L da i)



Circuito equivalente con C capacità tra H e scatola (G=L) + capacità distri-buita su avvolgimento

In pratica

$$Z = \left(j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \right)^{-1} = j\omega L \left(\frac{1}{1 - \omega^2 LC} \right) = j\omega L'$$

Passando da 1 a 10 kHz si ha un aumento di 1 % per L' = 100 mH

A L è comunque associato un contributo resistivo ad essa proporzionale

Ottimizzazione misure

Cause che non permettono di sfruttare al massimo l'alta sensibilità del ND

1) campioni a 5 o 6 decadi hanno errori relativi di taratura di circa 10^{-3} (ben maggiore di quello di sensibilità)

2) comportamenti anomali dipendenti dalla posizione relativa dei cavetti o delle scatole di impedenze usate. Essi sono dovuti a:

   a) capacità parassite dipendenti da posizione mutua dei conduttori

   b) accoppiamenti induttivi tra rami in cui scorre una corrente non piccola

In alta frequenza gli effetti capacitivi risultano importanti e può essere utile ridurre le impedenze dei resistori R_1 e R_2

Per ν = 1 kHz è sufficiente collegare tra loro i terminali L e G delle impedenze campione e nell'operazione di inversione di R_1 e R_2 ridurre al minimo la modifica delle posizioni relative delle impedenze.

Ponti De Sauty

<u>Operazioni in laboratorio</u>

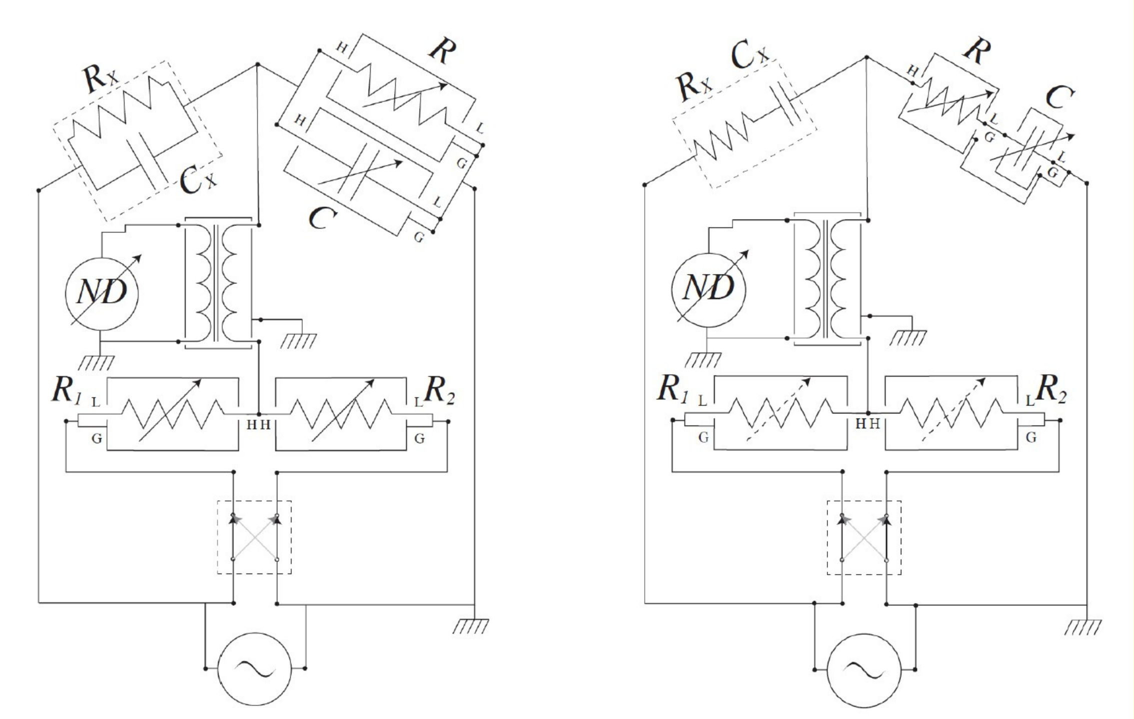
1) montare i circuiti usando per R_1 e R_2 le cassette di resistenze meno precise

2) impostare tensione e frequenza del generatore

3) sintonizzare il ND

4) rendere minima la lettura del ND variando R, C e aumentando l'amplificazione del ND

5) ripetere la misura 4) scambiando R_1 e R_2



De Sauty parallelo

De Sauty serie

ATTENZIONE alle connessioni tra i terminali L e G delle cassette!!!

Ponti De Sauty

TABULATO

MISURE IN TENSIONE ALTERNATA		GRUPPO	
		DATA	
		POSTO	

STRUMENTI UTILIZZATI

GENERATORE TENSIONE		Frequenza f	
		Ampiezza V	

RIVELATORE DI ZERO	

RESISTORE R	
RESISTORE R1	
RESISTORE R2	
CONDENSATORE C	
INDUTTORE L1	
INDUTTORE L2	

MISURE PRELIMINARI CON MISURATORE RLC				
Misura Rx	Rx=		Δ Rx=	
Misura Cx	Cx=		Δ Cx=	

DE SAUTY PARALLELO

R1	
R2	

SCHEMA CIRCUITO	

diretto	R'min		R'max	
	C'min		C'max	

invertito	R''min		R''max	
	C''min		C''max	

DE SAUTY SERIE

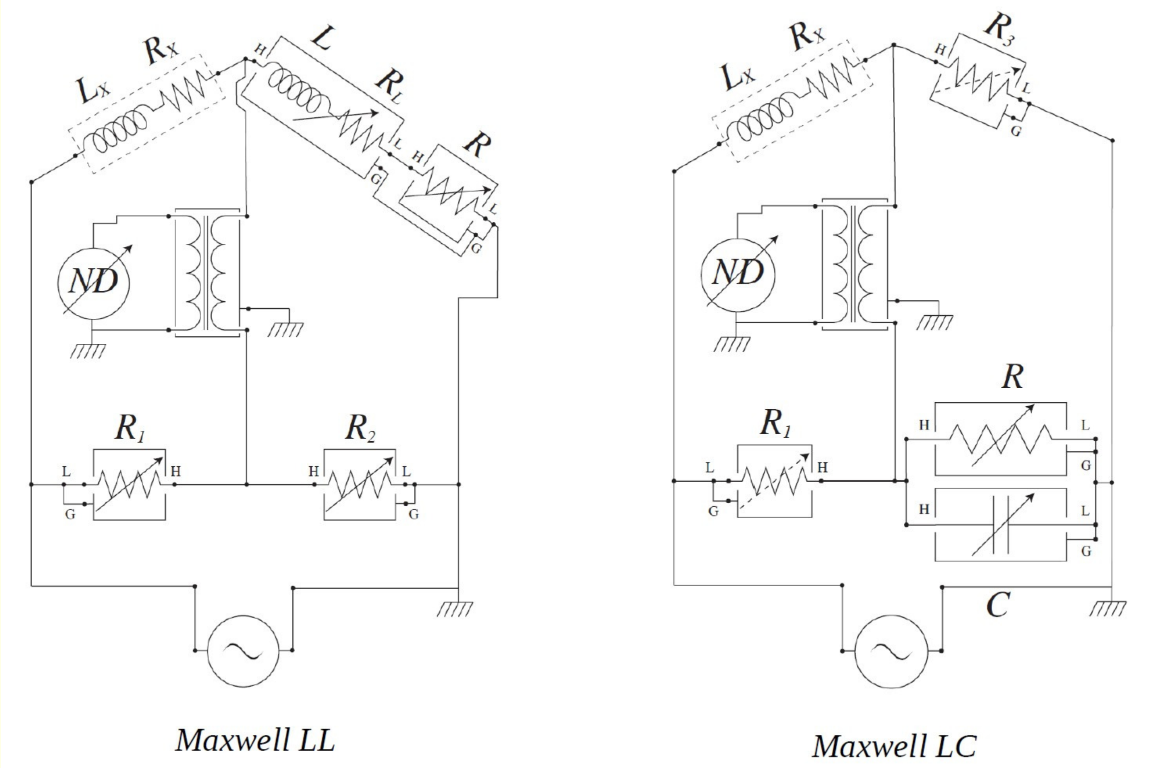
R1	
R2	

SCHEMA CIRCUITO	

diretto	R'min		R'max	
	C'min		C'max	

invertito	R''min		R''max	
	C''min		C''max	

Ponti Maxwell



Operazioni in laboratorio

1) montare i circuiti usando per R_1 e R_2 (o R_3) le cassette di resistenze meno precise

2) impostare tensione e frequenza del generatore

3) sintonizzare il ND

4) rendere minima la lettura del ND variando R, L (o C) e aumentando l'amplificazione del ND

5) se possibile, ripetere la misura 4) scambiando R_1 e R_2

ATTENZIONE alle connessioni tra i terminali L e G delle cassette!!!

Ponti Maxwell

TABULATO

	MISURE PRELIMINARI CON MISURATORE RLC				
Misura Rx		Rx=		Δ Rx=	
Misura Lx		Lx =		Δ Lx=	

MAXWELL LL

R1	
R2	

SCHEMA CIRCUITO	

Rmin		Rmax	
Lmin		Lmax	

MAXWELL LC

R1	
R3	

SCHEMA CIRCUITO	

Rmin		Rmax	
Cmin		Cmax	

Misuratore digitale LCR

Multimetro a 3 cifre e mezzo

Range di misura

Resistenze: 0.01Ω – 20 MΩ (7 portate selezionabili)

Induttanze: 0.1 μH – 200 H (7 portate selezionabili)

Capacità: 0.1 pF – 2mF (8 portate selezionabili)

Nel caso di capacità e induttanze la frequenza di misura varia tra 10 Hz e 100 Hz a seconda della portata selezionata

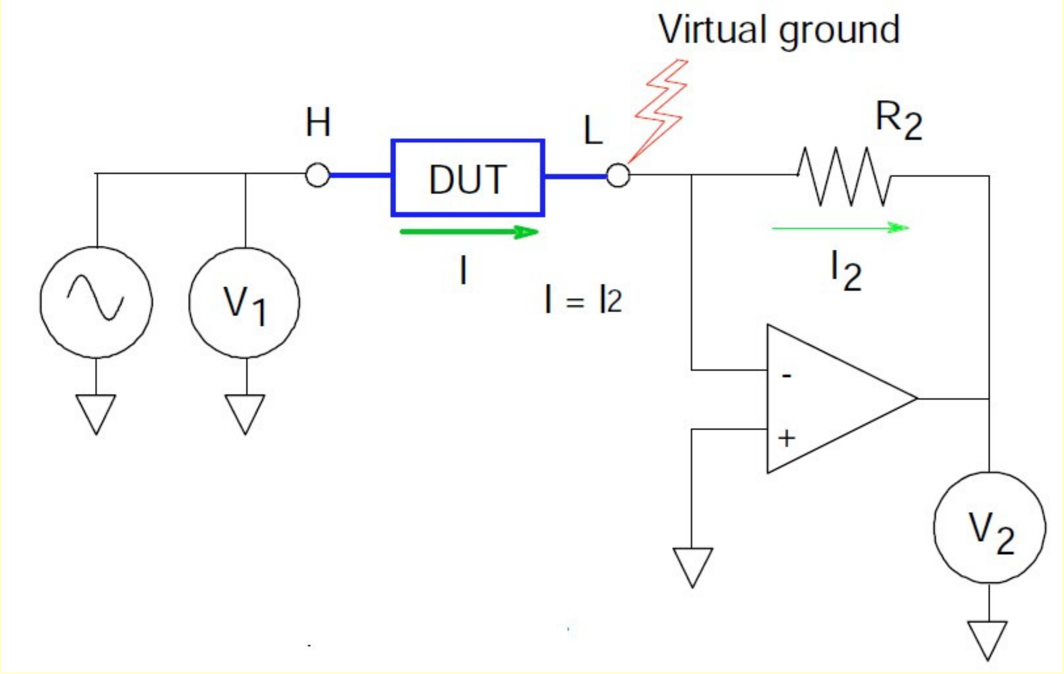
ATTENZIONE: ingressi diversi per misure diverse!

Misuratore digitale LCR

Principio di funzionamento

<u>Ponte Auto-Bilanciante</u>
E' utilizzabile nell'ambito 5 Hz – 40 MHz ed è il principio migliore (ne esistono diversi altri) nell'ambito 5-1000 Hz

Ai terminali H e L viene connesso il DUT (Device Under Test).
Il multimetro applica al DUT una tensione alternata V_1.
L'amplificatore mantiene il suo ingresso invertente al potenziale di massa fornen-do in uscita una tensione V_2 tale da far scorrere sulla resistenza di reazione R_2 una corrente I_2 praticamente identica alla I che scorre sul DUT.

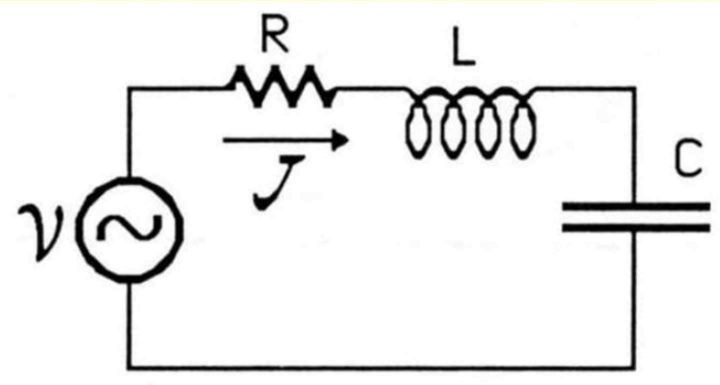


In tali condizioni si ha $V_2 = I_2 R_2$
da cui $Z = V_1 / I = V_1 / I_2 = V_1 R_2 / V_2$
e quindi, note V_1 e R_2, dall'ampiezza di V_2 è possibile ricavare Z

Circuito risonante serie

Il circuito accanto, con $\nu = \nu_0\, e^{j\omega t}$, ha impedenza totale

$$\mathcal{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$



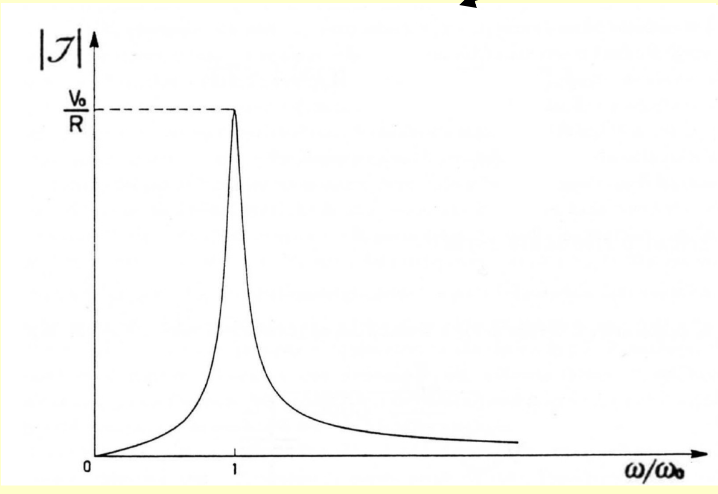
avente modulo e fase

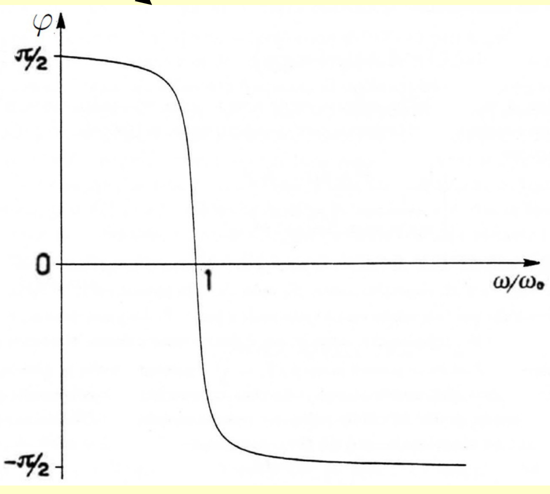
$$\begin{cases} |\mathcal{Z}|^2 = R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 \\ \varphi_{\mathcal{Z}} = \operatorname{atan} \dfrac{(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R} \end{cases}$$

per $\omega \to 0$ $|Z| \to \infty$ (condensatore) $\varphi_Z \to -\pi/2$
per $\omega \to \infty$ $|Z| \to \infty$ (induttanza) $\varphi_Z \to +\pi/2$
Ricordando che $|J| = |\nu|/|Z|$ e $\varphi(J) = -\varphi_Z$, la corrente che scorre nel circuito ha andamenti

con

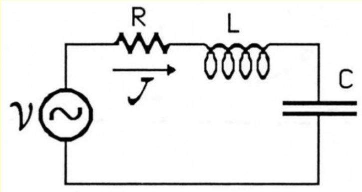
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$





"pulsazione di risonanza" a cui l'impedenza ha un minimo pari a R ed è tutta reale

Circuito risonante serie



Per $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC} \rightarrow J = V_0 / R$ massima $\rightarrow \mathcal{V}_R$, $\mathcal{V}_C$ e $\mathcal{V}_L$ massime $\rightarrow \mathcal{V}_R = J R \rightarrow$
$\rightarrow \mathcal{V}_C = -\mathcal{V}_L$ infatti

$$\mathcal{V}_L = j\omega_0 L \frac{V_0 \cdot \exp j\omega_0 t}{R} = j\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{V_0 \cdot \exp j\omega_0 t}{R}$$

$$\mathcal{V}_C = \frac{1}{j\omega_0 C} \frac{V_0 \cdot \exp j\omega_0 t}{R} = -j\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{V_0 \cdot \exp j\omega_0 t}{R} = -\mathcal{V}_L$$

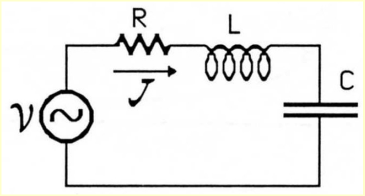
quindi le due tensioni sono in quadratura con il generatore e in opposizione tra loro

In risonanza l'energia si trasforma con continuità da energia elettrostatica (condensatore) a magnetica (induttanza), e viceversa, e il generatore si preoccupa di compensare le perdite di energia per effetto Joule sulla resistenza.

Il parametro che caratterizza il comportamento del circuito alla risonanza è il fattore di merito Q definito da

$$Q = 2\pi \frac{Energia\ massima\ immagazzinata}{Energia\ dissipata\ nel\ sistema\ durante\ un\ ciclo} = 2\pi \frac{E_{max}}{< E_D >}$$

Fattore di merito



$$Q = 2\pi \frac{Energia\ massima\ immagazzinata}{Energia\ dissipata\ nel\ sistema\ durante\ un\ ciclo} = 2\pi \frac{E_{max}}{< E_D >}$$

Nel nostro caso, in risonanza $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

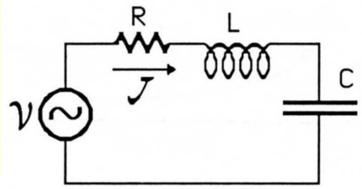
$$i = I_0 \cos \omega_0 t = \frac{V_0}{R} \cos \omega_0 t \longrightarrow q_c = \frac{V_0}{R\omega_0} \text{sen}\, \omega_0 t$$

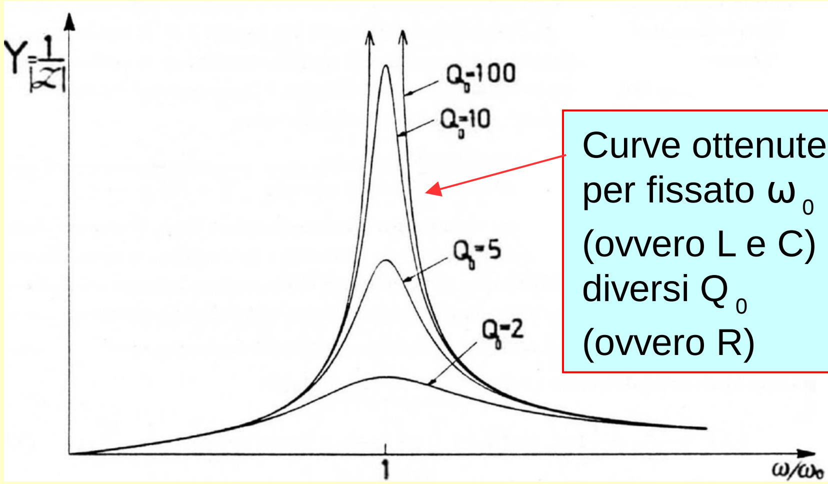
costante

$$E_T(t) = \frac{1}{2} L\, i^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} L \frac{V_0^2}{R^2} \cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{R^2 \omega_0^2 C} \text{sen}^2 \omega_0 t = \frac{1}{2} \frac{L V_0^2}{R^2} = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{R^2 \omega_0^2 C}$$

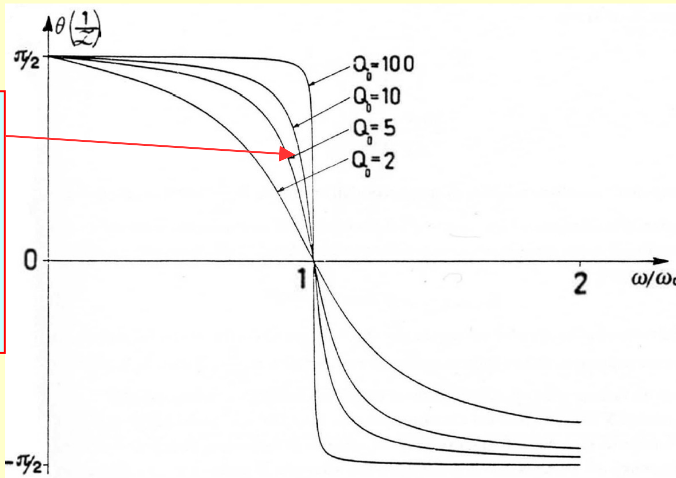
$$E_D = < W > \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi\, i_{eff}^2 R}{\omega_0} = \frac{\pi\, I_0^2\, R}{\omega_0} = \frac{\pi V_0^2}{\omega_0 R} \longrightarrow Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Fattore di merito





Curve ottenute per fissato ω_0 (ovvero L e C) e diversi Q_0 (ovvero R)



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q_0 = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Si ha infatti

$$\mathcal{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R\left[1 + j\frac{\omega L}{R}\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)\right] = R\left[1 + j\frac{\omega}{\omega_0}Q_0\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)\right]$$

$$|\mathcal{Y}| = \frac{1}{|\mathcal{Z}|} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{1}{R\sqrt{1 + \frac{\omega^2 L^2}{R^2}\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2}} \longrightarrow |\mathcal{Y}|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{R}$$

$$\theta(\mathcal{Y}) = -\,\mathrm{atan}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) = -\,\mathrm{atan}\,\frac{\omega L(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2})}{R} \longrightarrow \theta(\mathcal{Y})_{\omega=\omega_0} = 0$$

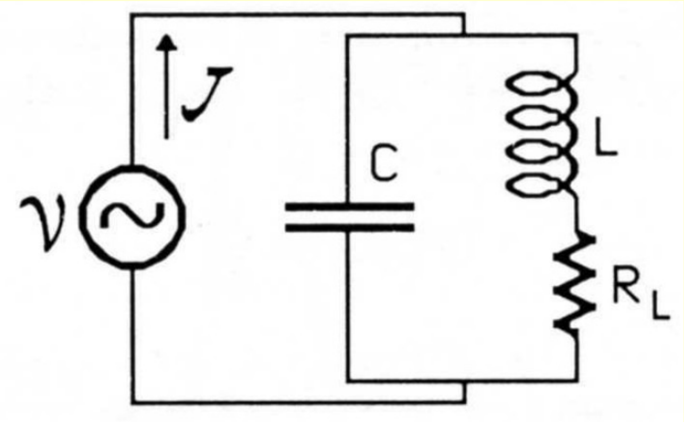
Se $Q_0 \gg 1$ avremo che per $(\omega - \omega_0)/\omega_0 = \pm 1/(2Q_0)$ → $Y(\omega) = Y(\omega_0)/\sqrt{2}$ [-3dB]
→ $\theta(\omega) = \mp 45°$

Quindi → circuito RLC serie ottimo filtro passa banda (nell'intorno di ω_0)

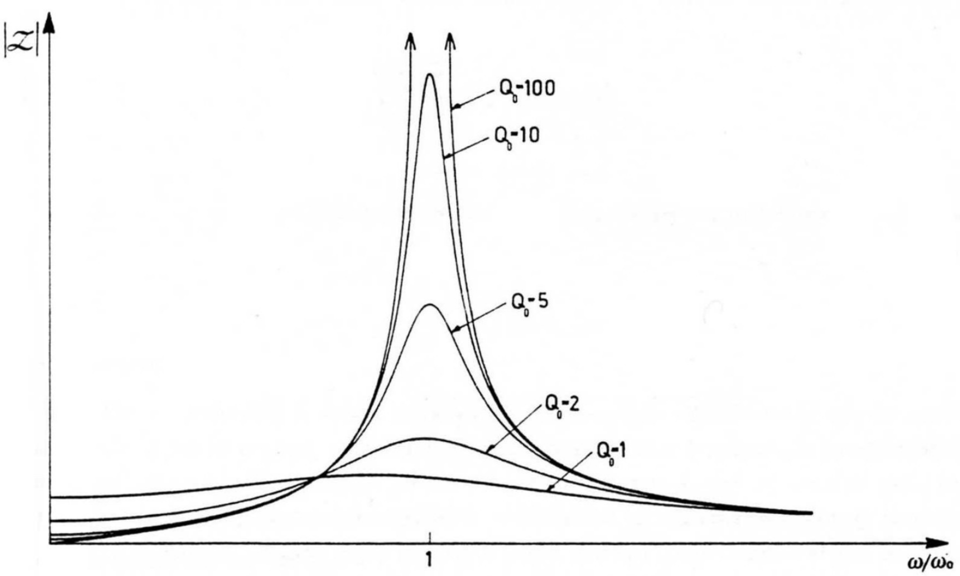
Circuito risonante parallelo

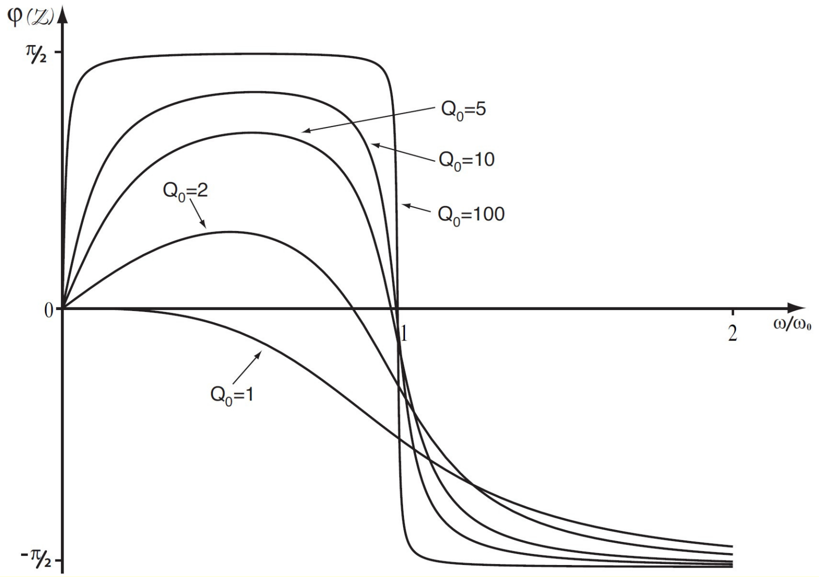
Il circuito accanto, con $\nu = \nu_0 e^{j\omega t}$, ha impedenza totale

$$\mathcal{Z} = \frac{1}{j\omega C + \dfrac{1}{R_L + j\omega L}} = \frac{R_L + j\omega L}{1 + j\omega C(R_L + j\omega L)}$$



con andamenti in funzione di ω/ω_0





"pulsazione di risonanza" quella per cui l'impedenza è tutta reale

$$\omega_R^2 = \frac{1}{LC}\left(1 - R_L^2 \frac{C}{L}\right) = \omega_0^2 \left(1 - \frac{1}{Q_0^2}\right)$$