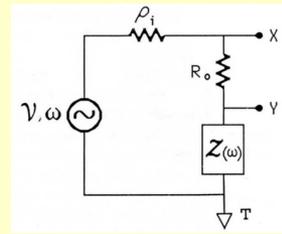


Misura della frequenza di risonanza



Ottimizzazione della misura

La pendenza del segmento degenere dipende dall'amplificazione dei canali x e y dell'oscillografo. La massima sensibilità nella determinazione della frequenza di risonanza la si ha quando la pendenza sullo schermo è intorno a 45° .

Scelta di R_0

La condizione ottimale la si ottiene per $R_0 \gg Z(\omega)$ per ogni ω in quanto:

- $v_Y = v_X * Z(\omega) / [R_0 + Z(\omega)]$ è direttamente proporzionale a $Z(\omega)$ per ogni ω

- la valutazione di $Z(\omega_R)$ è tanto più precisa quanto più $v_Y/v_X < 1$.

Infatti, essendo $v_Y/v_X = Z(\omega) / [R_0 + Z(\omega)]$ e indicando con A il valore reale di v_Y/v_X alla risonanza, si ha

$$Z(\omega_R) = R_0 A / (1 - A)$$

con incertezza relativa

$$\Delta Z(\omega_R) / Z(\omega_R) = \Delta R_0 / R_0 + \Delta A / [A(1 - A)]$$

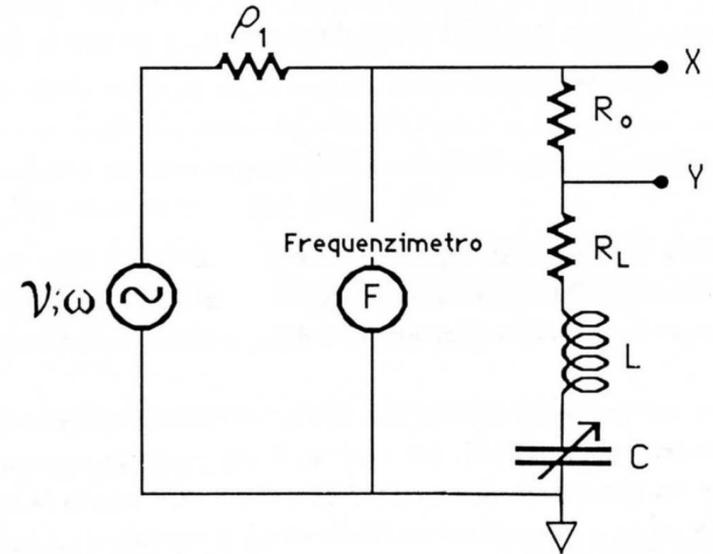
che, se si suppone $\Delta A / A$ costante, è tanto minore quanto più $A < 1$

Misura con risonante serie

Se C e R_0 sono noti, la determinazione, con i metodi descritti e con l'utilizzo di un frequenzimetro, di $A = v_Y/v_X$ e della ω_0 di risonanza permette di ricavare

$L = 1/\omega_0^2 C$ $R_L = Z(\omega_0) = R_0 A / (1 - A)$
e da queste il fattore di merito

$$Q_0 = \frac{1}{R_L} \sqrt{\frac{L}{C}}$$



Può succedere che l'ellisse non degeneri in un segmento ma in una figura a forma di cappio.

Questo è dovuto a distorsioni nella v_Y , causate da:

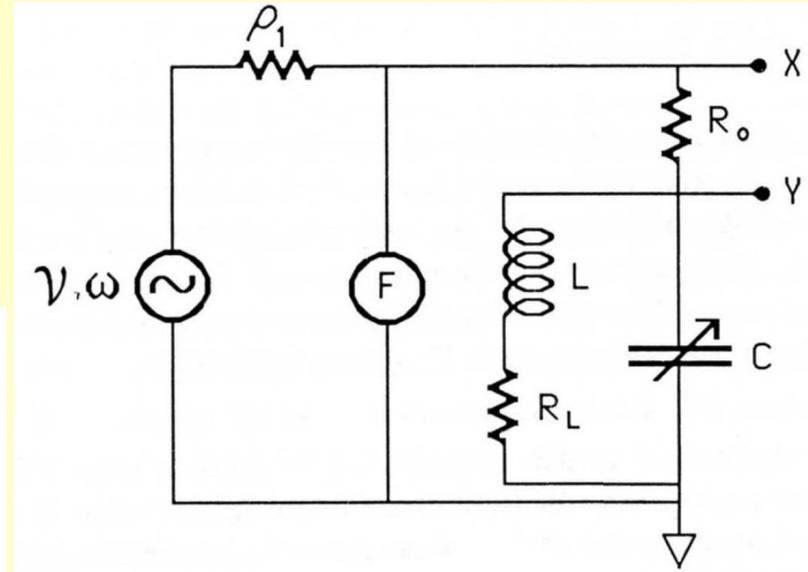
- generatore non perfettamente sinusoidale
- comportamenti non lineari in qualcuno dei componenti (ex. saturazioni nel nucleo della bobina L)

che si evidenziano alla risonanza in quanto a tale frequenza le componenti "normali" delle impedenze di L e C si cancellano e quindi rimangono quelle "anomale"

Misura con risonante parallelo

Noti C e R_0 , la misura di ω_R e quella di $A = v_Y/v_X$, che permette di determinare $Z_p = Z(\omega_R) = R_0 A / (1 - A)$, danno

$$\begin{cases} \omega_R^2 = \frac{1}{LC} \left(1 - R_L^2 \frac{C}{L} \right) \\ Z_p = \frac{1}{R_L} \frac{L}{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R_L = \frac{Z_p}{1 + \omega_R^2 C^2 Z_p^2} \\ L = \frac{C Z_p^2}{1 + \omega_R^2 C^2 Z_p^2} \end{cases}$$



In questo caso la misura di L è meno precisa in quanto dipende anche dall'incertezza su Z_p .

Per questo circuito le distorsioni alla condizione di risonanza sono molto meno evidenti in quanto è la parte “normale” dell'impedenza che non si cancella e domina rispetto a quella “anomala”.

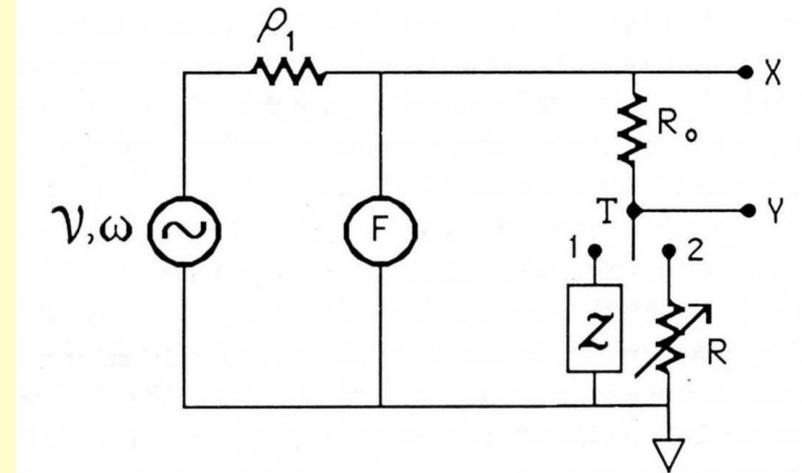
Inoltre, Z_p è massima alla risonanza e la condizione $R_0 \gg Z_p$ porta a valori elevati per R_0

Ottimizzazione misure

Influenza dell'oscillografo nelle misure:

- impedenza ingresso (1 M Ω , 25 pF)
- differente sfasamento tra i due canali (2°-3°, misurabile ma scomodo)
- incertezza nella calibrazione dei canali (3%)

Per ovviare a tali inconvenienti, conviene operare utilizzando il circuito accanto.



Trovata la condizione approssimativa di risonanza con il tasto in posizione 1 e l'oscillografo in modalità X-Y, si passa ad osservare il segnale all'ingresso Y in funzione del tempo, utilizzando il segnale prima inviato all'ingresso X come trigger esterno.

Variando il valore della capacità C si fa in modo che i due segnali visibili commutando il tasto da 1 a 2 siano in fase tra loro. Successivamente si può operare su R in modo da rendere i due segnali di pari ampiezza. In tal modo si riesce a ridurre drasticamente le incertezze di misura.

Risonante serie

TABULATO PRELIMINARE

MISURE CON CIRCUITI RISONANTI

GRUPPO	
DATA	
POSTO	

MISURE PRELIMINARI CON MISURATORE RLC

Misuratore utilizzato				
Misura R_{LX}	$R_{LX} =$		$\Delta R_{LX} =$	
Misura L_x	$L_x =$		$\Delta L_x =$	

STRUMENTI UTILIZZATI

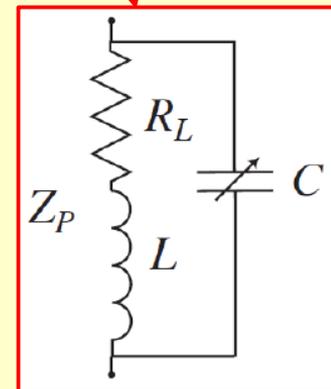
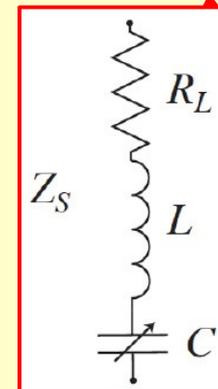
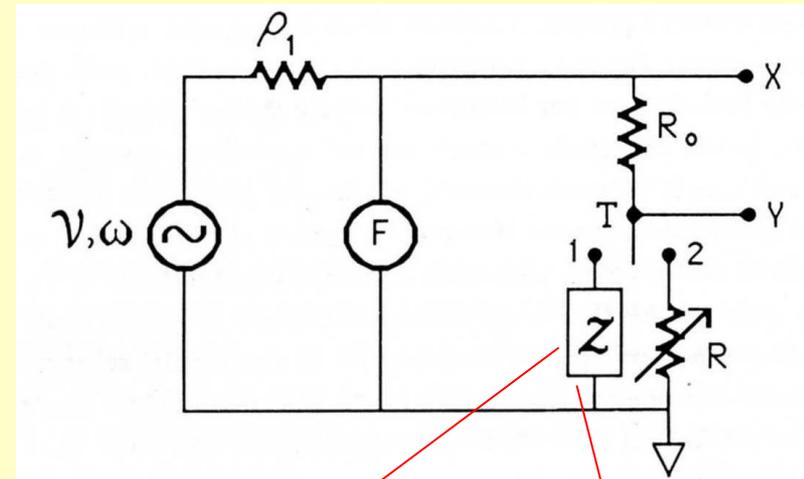
GENERATORE TENSIONE		Frequenza f		Δf	
		Ampiezza V		ΔV	

OSCILLOSCOPIO	
RESISTORE R	
RESISTORE R01	
RESISTORE R02	
CONDENSATORE C	

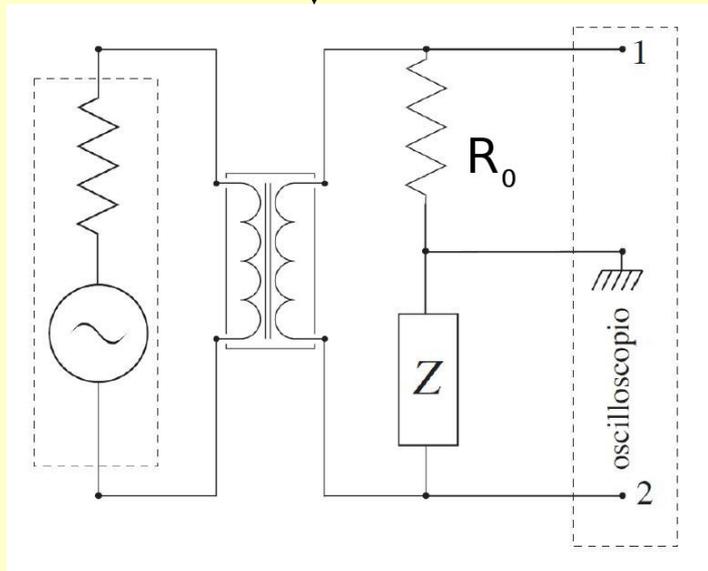
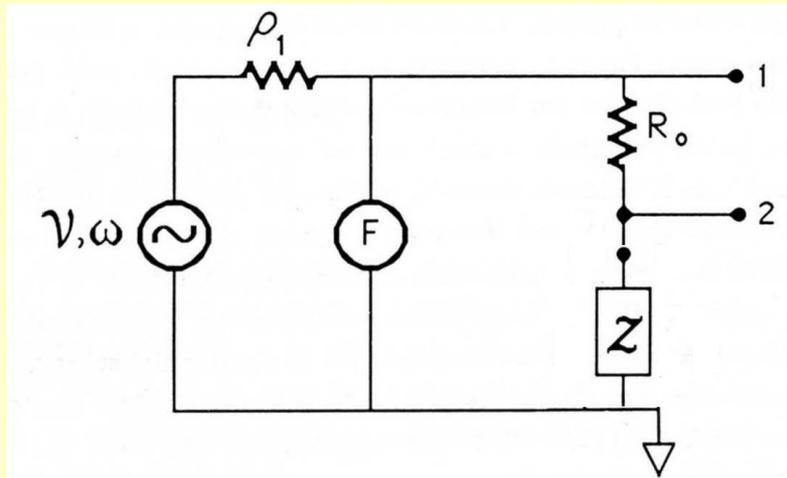
Risonante serie (e parallelo)

Operazioni

- 1) montare il circuito scegliendo R_0 tale da avere impedenza \gg quella del circuito risonante
- 2) con oscilloscopio in modalità y-t ricerca risonanza variando C in modo da trovare il minimo (serie) o il massimo (parallelo) del segnale
- 3) con oscilloscopio in modalità x-y ricerca risonanza variando C in modo da far degenerare l'ellisse in un segmento
- 4) come 2 ma con x-y invertiti
- 5) con oscilloscopio in modalità y-t e R in parallelo a Z ricerca risonanza variando C in modo da avere segnali identici con tasto T in posizioni 1 e 2



Studio andamento impedenza



Circuito ottimizzato per lo studio dell'andamento in funzione della frequenza

L'inserimento del trasformatore permette di disaccoppiare le tensioni su R_0 (proporzionale a I) e su Z ($= IZ$) e di inviarle ai due canali dell'oscilloscopio

In tali condizioni per ogni frequenza si potrà ricavare $|Z| = |V_2| / (|V_1| / R_0)$ e $\varphi(Z) = \varphi(V_2) - \varphi(V_1) = \omega * \delta t$

Misure di banda passante

Per misurare il rapporto tra due potenze elettriche P_2 e P_1 viene spesso utilizzata una scala logaritmica e viene introdotta un'unità apposita, detta decibel (dB), definita da

$$N = 10 \log (P_2/P_1)$$

Non ha quindi senso esprimere una potenza P_2 in dB se non si specifica rispetto a quale potenza di riferimento P_1 viene confrontata.

Se le due potenze sono dissipate su resistenze uguali ($P_i = V_i^2 / R$) potremo scrivere

$$N = 10 \log (P_2/P_1) = 20 \log (V_2 / V_1)$$

In elettronica si misura spesso il rapporto tra due tensioni in dB (indipendentemente dalle resistenze su cui sono misurate) utilizzando la relazione

$$20 \log (V_2 / V_1)$$

Ad esempio si caratterizza l'attenuazione di V_2 rispetto a V_1 tramite i seguenti valori

Attenuazione	-2dB	-3dB	-6dB	-10dB	-20dB	-40dB
V_2 / V_1	0.79	0.71	0.50	0.32	0.10	0.01

Filtro passa alto

Applicando al circuito accanto la regola del partitore di tensione otteniamo

$$V_0 = V \frac{R}{R - \frac{j}{\omega C}} = V \frac{1}{1 - j \frac{f_L}{f}}$$

con $f_L = 1 / (2 \pi RC)$ e $f = \omega / 2 \pi$.

Definiamo poi

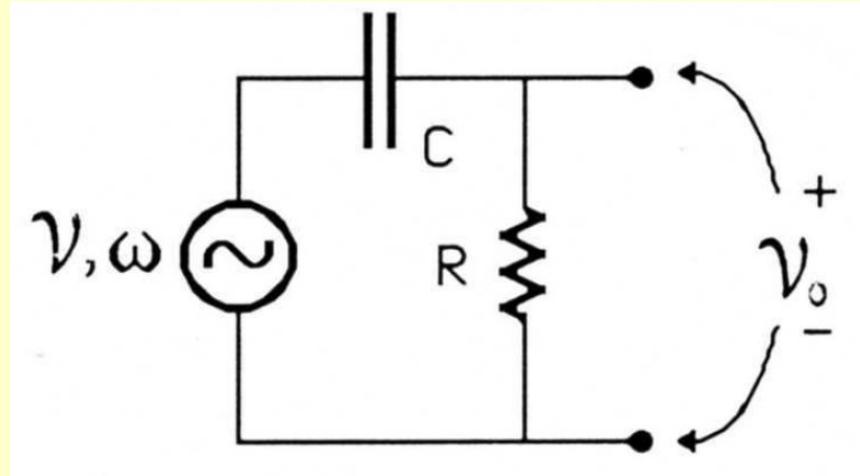
$$\mathcal{A}_L = \frac{V_0}{V} = |\mathcal{A}_L| \cdot \exp j\theta_L \longrightarrow \begin{cases} |\mathcal{A}_L| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_L}{f}\right)^2}} \\ \theta_L = \text{atan} \frac{f_L}{f} \end{cases}$$

Esprimendo il $|\mathcal{A}_L|$ in dB si ha

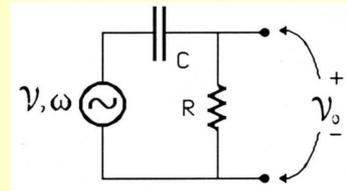
$$|\mathcal{A}_L|_{dB} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{f_L}{f} \right)^2 \right)$$

Per $f \ll f_L$ potremo approssimare

$$|\mathcal{A}_L|_{dB} \approx -20 \log \frac{f_L}{f}$$



Filtro passa alto



$$|\mathcal{A}_L|_{dB} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{f_L}{f} \right)^2 \right)$$

Per $f \ll f_L$ potremo approssimare

$$|\mathcal{A}_L|_{dB} \approx -20 \log \frac{f_L}{f}$$

Ogni aumento di un fattore 2 di f (cioè ogni ottava), $|\mathcal{A}_L|$ cresce di 6 dB

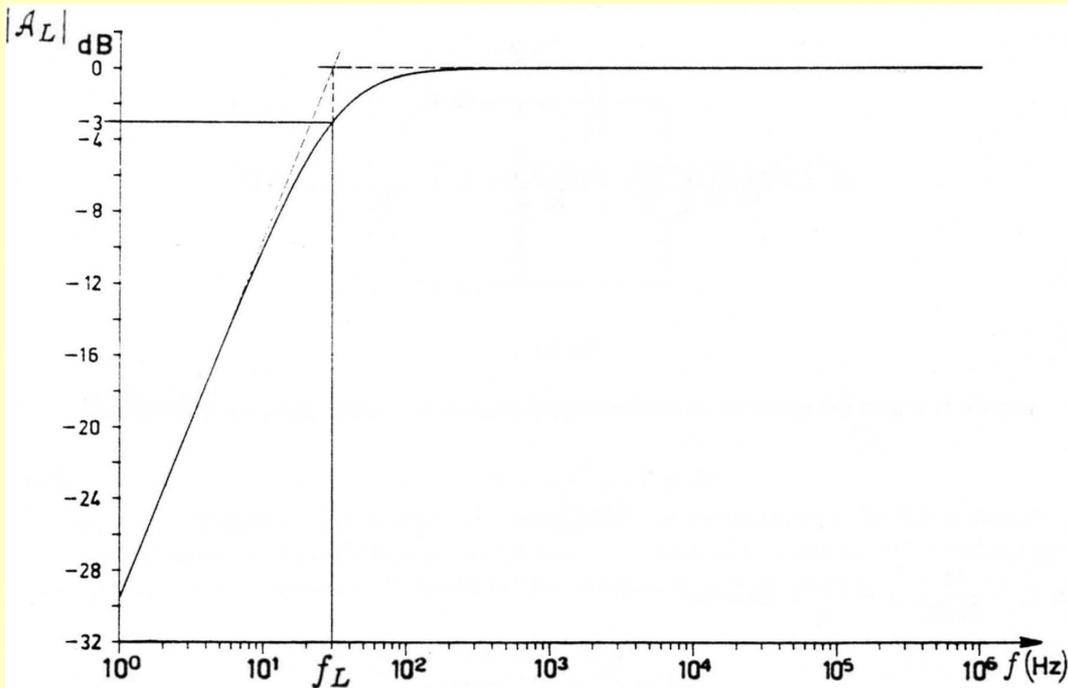
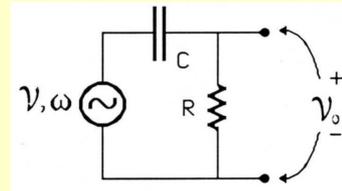


Diagramma di ampiezza

- pendenza basse frequenze = 6 dB / ottava (= 20 dB / decade)
- per $f > f_L$ $|\mathcal{A}_L|_{dB} \approx 0 \rightarrow |v_o| \approx |v|$ (impedenza del condensatore trascurabile rispetto alla resistenza)
- per $f = f_L$ $|\mathcal{A}_L|_{dB} \approx -3 \text{ dB} \rightarrow |\mathcal{A}_L| \approx 1/\sqrt{2}$

f_L frequenza di taglio inferiore del circuito che viene detto “filtro passa alto”

Filtro passa alto



Per quanto riguarda la fase, si ha:

$$\theta_L = \text{atan} \frac{f_L}{f}$$

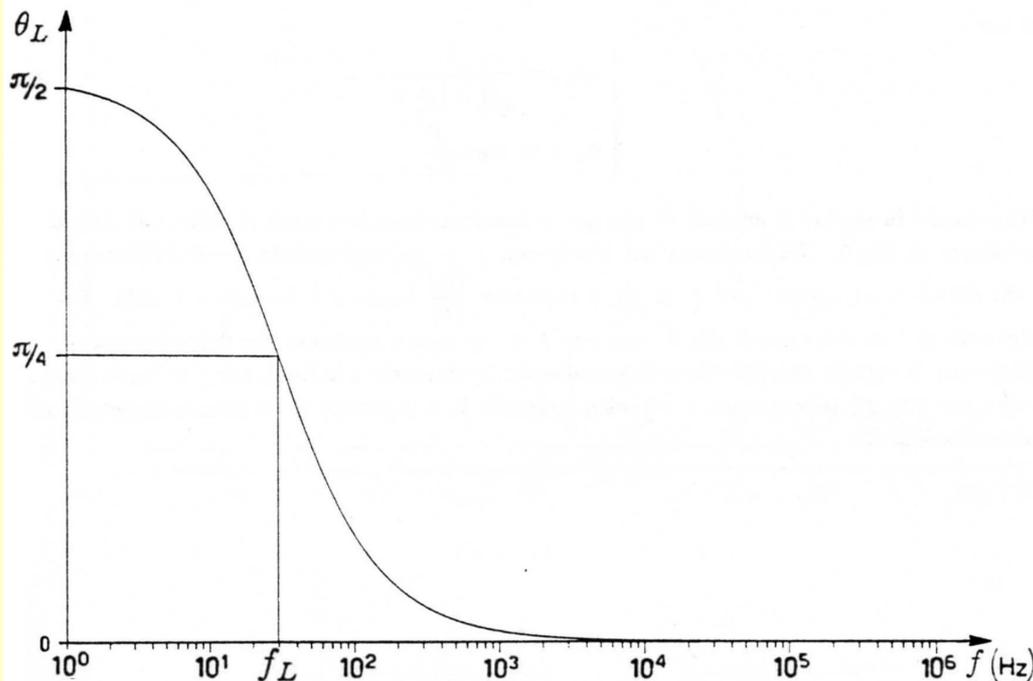


Diagramma di fase

- per $f \ll f_L$ $\theta_L \rightarrow \pi / 2$ (v_o è in anticipo di $\frac{1}{4}$ di periodo rispetto a v)
- per $f = f_L$ $\theta_L = \pi / 4$
- per $f \gg f_L$ $\theta_L \rightarrow 0$
(in tali condizioni $v = v_o$ in ampiezza e fase)