

Misura di corrente

Galvanometro di Deprez – d'Arsonval → fornisce indicazione proporzionale alla corrente che lo attraversa

Principio di funzionamento

Seconda legge di Laplace

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Legge di Faraday dell'induzione

$$\Phi_S(\vec{B}) = \oint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

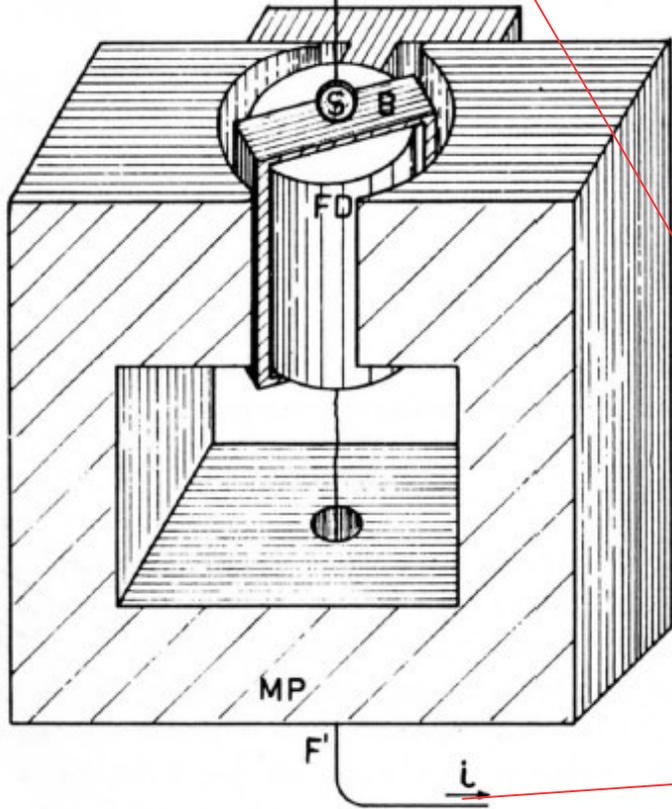
Legge di Lenz

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

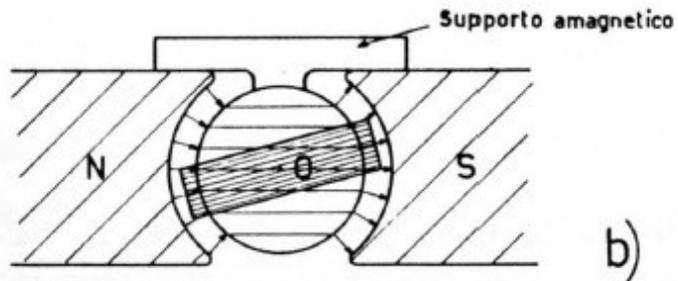
Leggi di Kirchhoff: applicabili purché le variazioni di \mathcal{E} si svolgano in tempi \gg del rapporto tra le dimensioni del circuito e la velocità della luce

Galvanometro

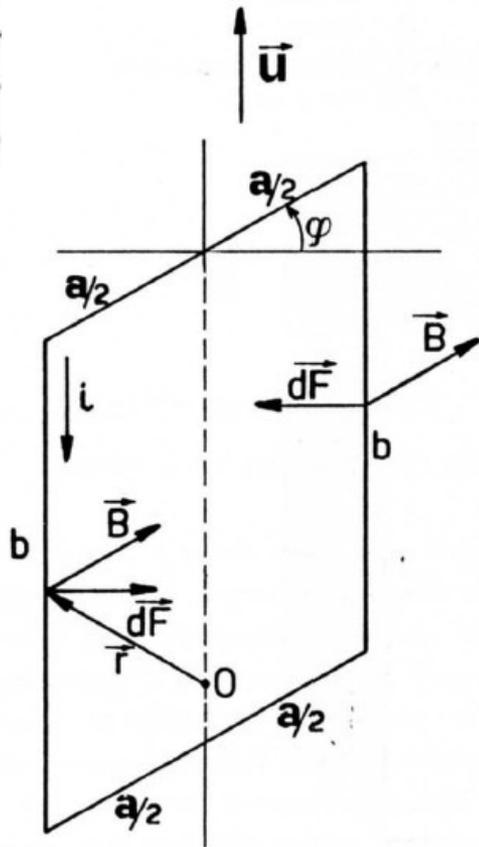
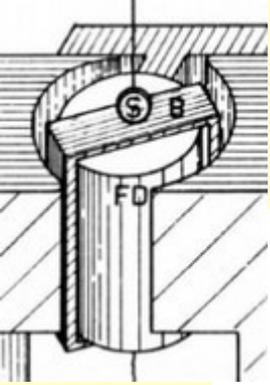
F : Filo di torsione
S : Specchio
B : Bobina
MP: Magnete permanente
FD: Ferro dolce



a)



Galvanometro



\vec{B} radiale $\sim 10^{-1}$ T costante su circonferenza di centro O

Al passaggio di una corrente i nella bobina su di essa agisce un sistema di forze il cui momento assiale è dato da

$$\tau_u^{(a)} = \left[\oint_{\text{spira}} \vec{r} \wedge (i \vec{dl} \wedge \vec{B}) \right] \cdot \vec{u} = - \oint_{\text{spira}} (\vec{r} \wedge \vec{u}) \cdot (i \vec{dl} \wedge \vec{B})$$

$$= \frac{iaB}{2} \int_{\text{tratti } b} dl = iabB = iSB \quad a \cdot b = S$$

Se la bobina è costituita da n spire avremo

$$\tau_i = inSB = iG$$

In condizioni di equilibrio statico avremo

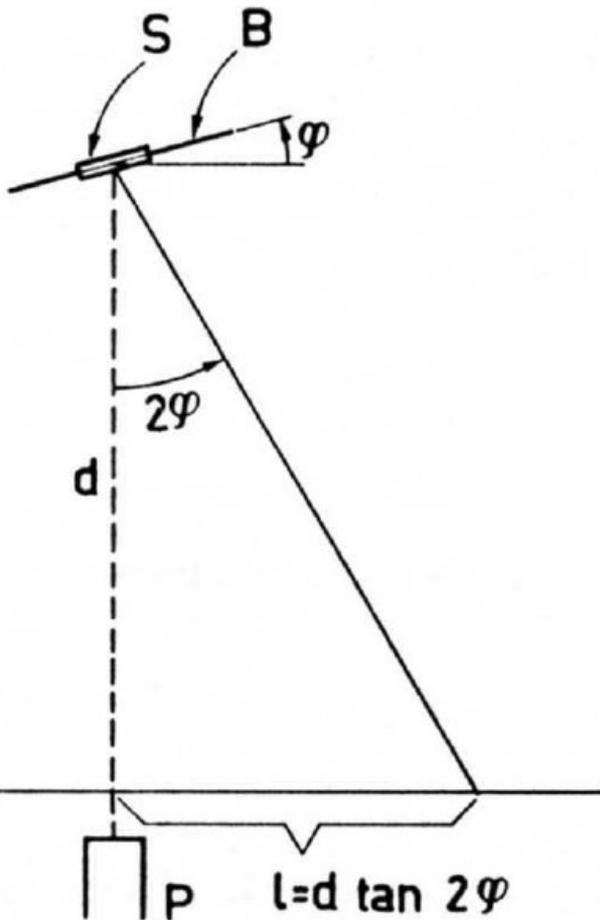
$$E\varphi = inSB$$

$$i = \frac{E}{nSB} \varphi = \frac{E}{G} \varphi = K_r \varphi$$

con K_r costante reometrica (tanto più piccola quanto più sensibile il galvanometro – minimo 10^{-6} A/rad)

Galvanometro

La misura di φ è ottenuta tramite lo specchietto solidale col filo di torsione e utilizzando il sistema della leva ottica



$$l = d \tan 2\varphi$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \frac{l}{d}$$

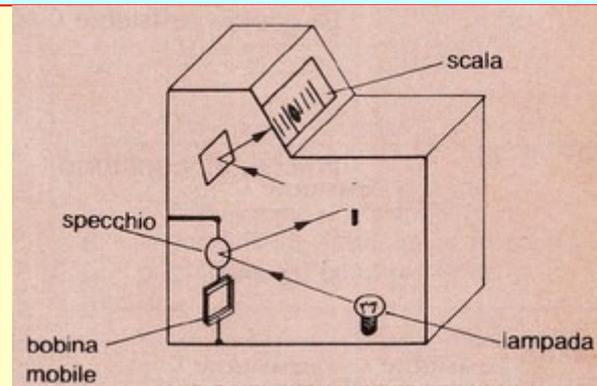
Per angoli piccoli

$$l = d \cdot 2\varphi$$

$$i = K_r \varphi = K_r \cdot \frac{l}{2d} = k_r l$$

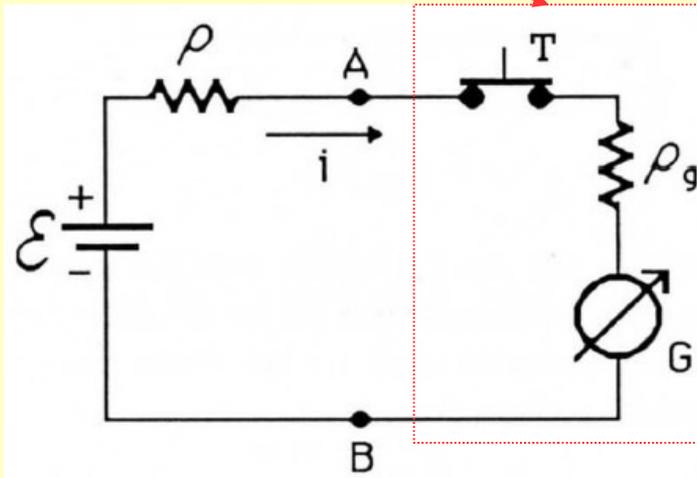
con k_r nuova costante reometrica
($10^{-9} \div 10^{-7} \text{ A/mm}$)

Nei galvanometri da banco disponibili in laboratorio la sensibilità massima è di 6 nA / divisione (mm)



Galvanometro Dinamica

Dal punto di vista elettrico il galvanometro è assimilabile ad una resistenza (quella della bobina) e quindi il suo inserimento in un circuito può essere rappresentato come in figura



con ε e ρ fem e resistenza equivalenti ottenibili dal teorema di Thévenin per il circuito visto tra i terminali A e B

A $t=0$ viene chiuso il tasto T. Il moto successivo della bobina segue dalla seconda equazione cardinale. Indicando con \mathcal{J} il momento di inerzia baricentrico della bobina

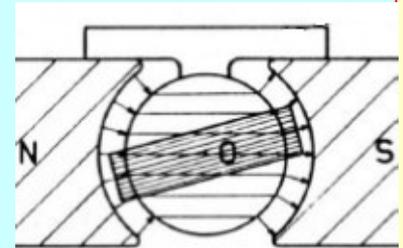
$$\mathcal{J}\ddot{\varphi} = \sum_k \tau_k$$

I momenti di forza assiali agenti sulla bobina sono:

- torsione del filo $-E\varphi$
- resistenza viscosa dell'aria $-C\dot{\varphi}$
- campo magnetico B nel traferro $Gi = nSBi$
- variazione di flusso di B tagliato dalle bobine

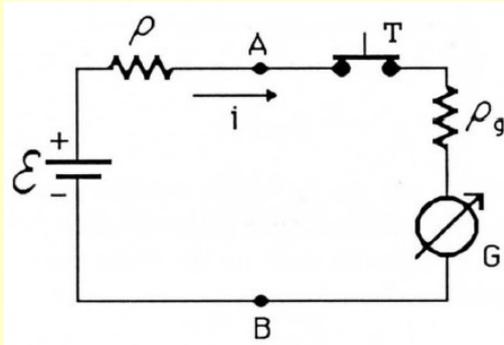
Si ottiene quindi

$$Gi_\phi = -\frac{G^2\dot{\varphi}}{\rho + \rho_g}$$



$$\mathcal{J}\ddot{\varphi} + \left(C + \frac{G^2}{R} \right) \dot{\varphi} + E\varphi = Gi$$

Galvanometro Dinamica



$$\mathcal{J}\ddot{\varphi} + \left(C + \frac{G^2}{R}\right)\dot{\varphi} + E\varphi = Gi$$

$$\text{con } R = \rho + \rho_g$$

Indicando con

$$\sigma_1 = \frac{\left(C + \frac{G^2}{R}\right)}{2\mathcal{J}} \quad e \quad \sigma_2 = \frac{\sqrt{\left|4E\mathcal{J} - \left(C + \frac{G^2}{R}\right)^2\right|}}{2\mathcal{J}} = \frac{\sqrt{|\Delta|}}{2\mathcal{J}}$$

Si hanno tre diverse soluzioni a seconda che $\Delta \cong 0$

I: $\Delta > 0$

$$\varphi(t) = \frac{Gi}{E} \left[1 - \exp(-\sigma_1 t) \cdot \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\sigma_2} \exp(\sigma_2 t) + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2\sigma_2} \exp(-\sigma_2 t) \right) \right] \quad \text{sottocritico}$$

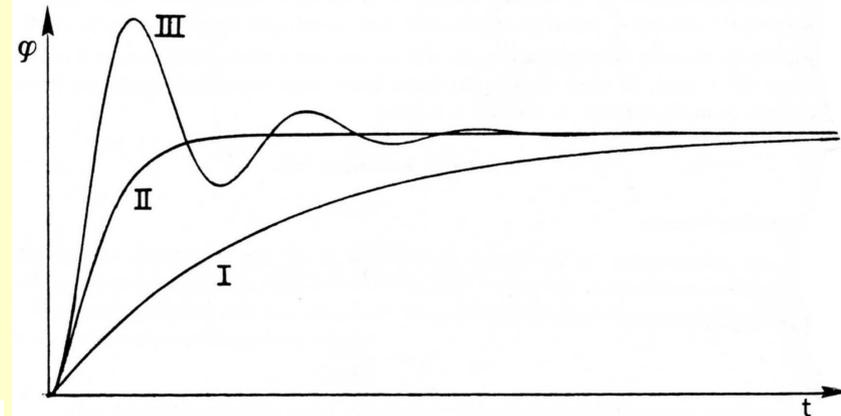
II: $\Delta = 0$

$$\varphi(t) = \frac{Gi}{E} [1 - \exp(-\sigma_1 t) \cdot (1 + \sigma_1 t)] \quad \text{critico}$$

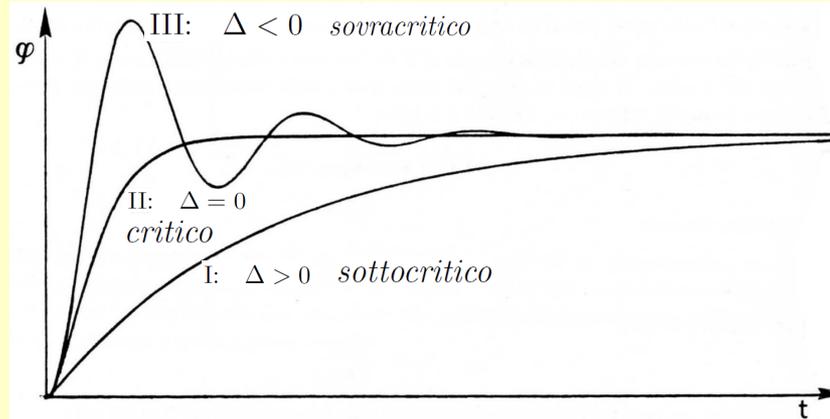
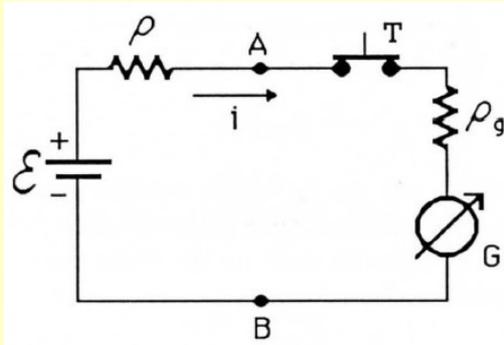
III: $\Delta < 0$

$$\varphi(t) = \frac{Gi}{E} \left[1 - \exp(-\sigma_1 t) \cdot \left(\cos \sigma_2 t + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \sin \sigma_2 t \right) \right]$$

sovracritico



Galvanometro Dinamica



Caso II [$\Delta = (C+G^2/R)^2 - 4EI = 0$]: avvicinamento all'asintoto nel più breve tempo possibile

→ $R = R_c = \frac{G^2}{2\sqrt{EJ} - C}$ resistenza critica → $R_c - \rho_g$ resistenza critica esterna
Valori tipici $R_c = 10 \div 10^3 \Omega$

Caso I: ($R < R_c$) smorzamento elettrodinamico forte → assenza di oscillazioni

Caso III: ($R > R_c$) periodo di oscillazione

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{E}{J} - \frac{(C + \frac{G^2}{R})^2}{4J^2}}} > T_o = 2\pi \sqrt{\frac{J}{E}} \quad 1 \div 10 \text{ s}$$

OSCILLOSCOPIO



L'oscilloscopio visualizza l'andamento di un segnale elettrico nel tempo: dato un certo segnale di tensione in ingresso, consente misure qualitative e quantitative di: differenza di potenziale e di intervalli di tempo (es. *periodo di oscillazione del segnale in ingresso*).

OSCILLOSCOPIO

Questi strumenti di misura elettronici si possono dividere in due gruppi principali: Analogici e Digitali.

Gli oscilloscopi analogici lavorano applicando direttamente una tensione da misurare ad un raggio elettronico che si muove sullo schermo. La tensione deflette il raggio in senso verticale, in proporzione alla sua ampiezza, fornendo una rappresentazione immediata della forma d'onda.

L'oscilloscopio digitale campiona la forma d'onda e utilizza un convertitore analogico-digitale (CAD) per trasformare la tensione da misurare in informazioni digitali, informazioni che vengono successivamente utilizzate per ricostruire la forma d'onda sullo schermo

In laboratorio sono disponibili solo oscilloscopi analogici.

Banda passante → intervallo di frequenze osservabili

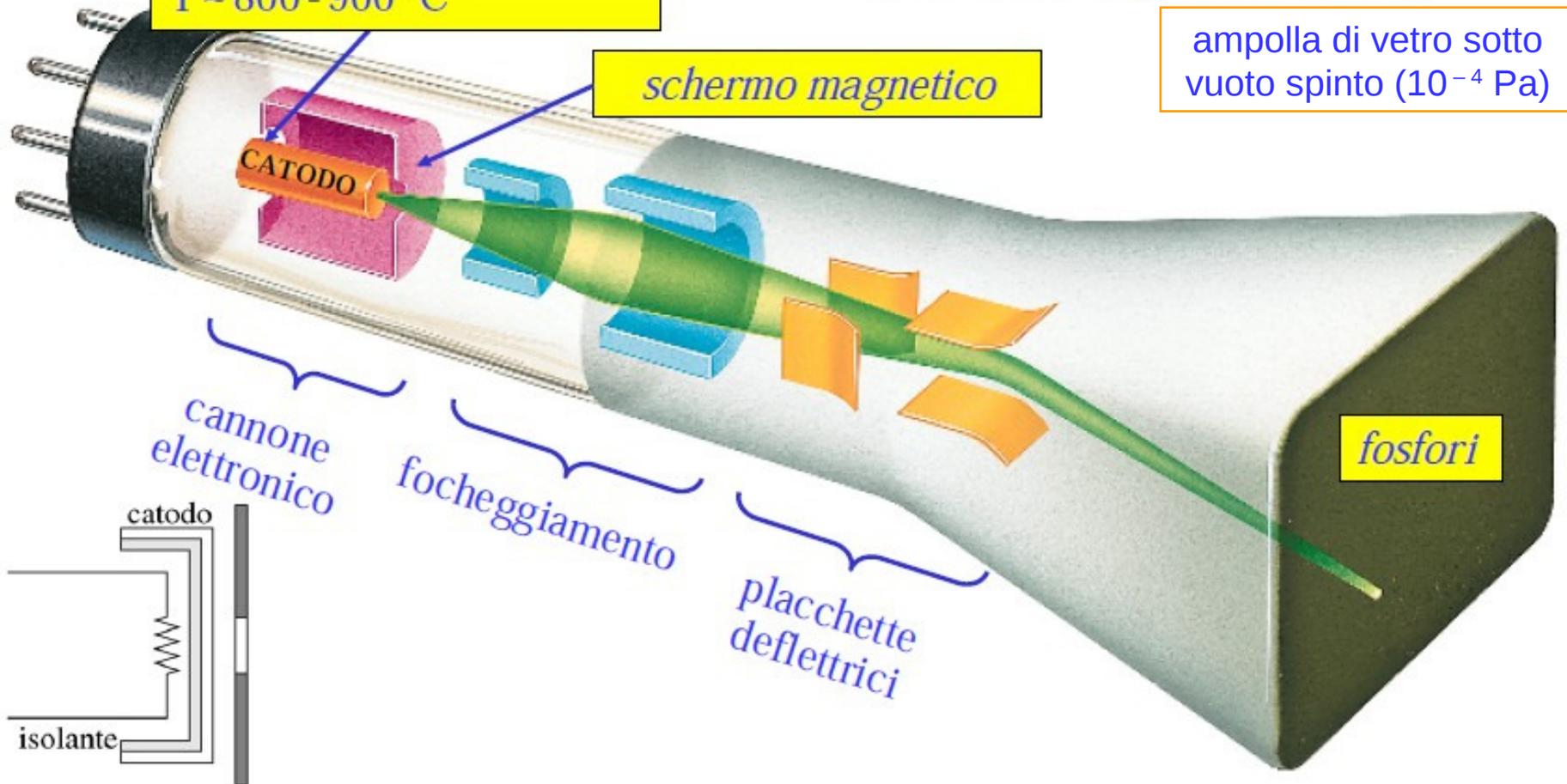
Può andare da $\nu = 0$ fino a $\left\{ \begin{array}{l} \nu \approx 250 \text{ MHz} \text{ per oscilloscopi analogici} \\ \nu \approx 1 \text{ GHz} \text{ per oscilloscopi digitali} \end{array} \right.$

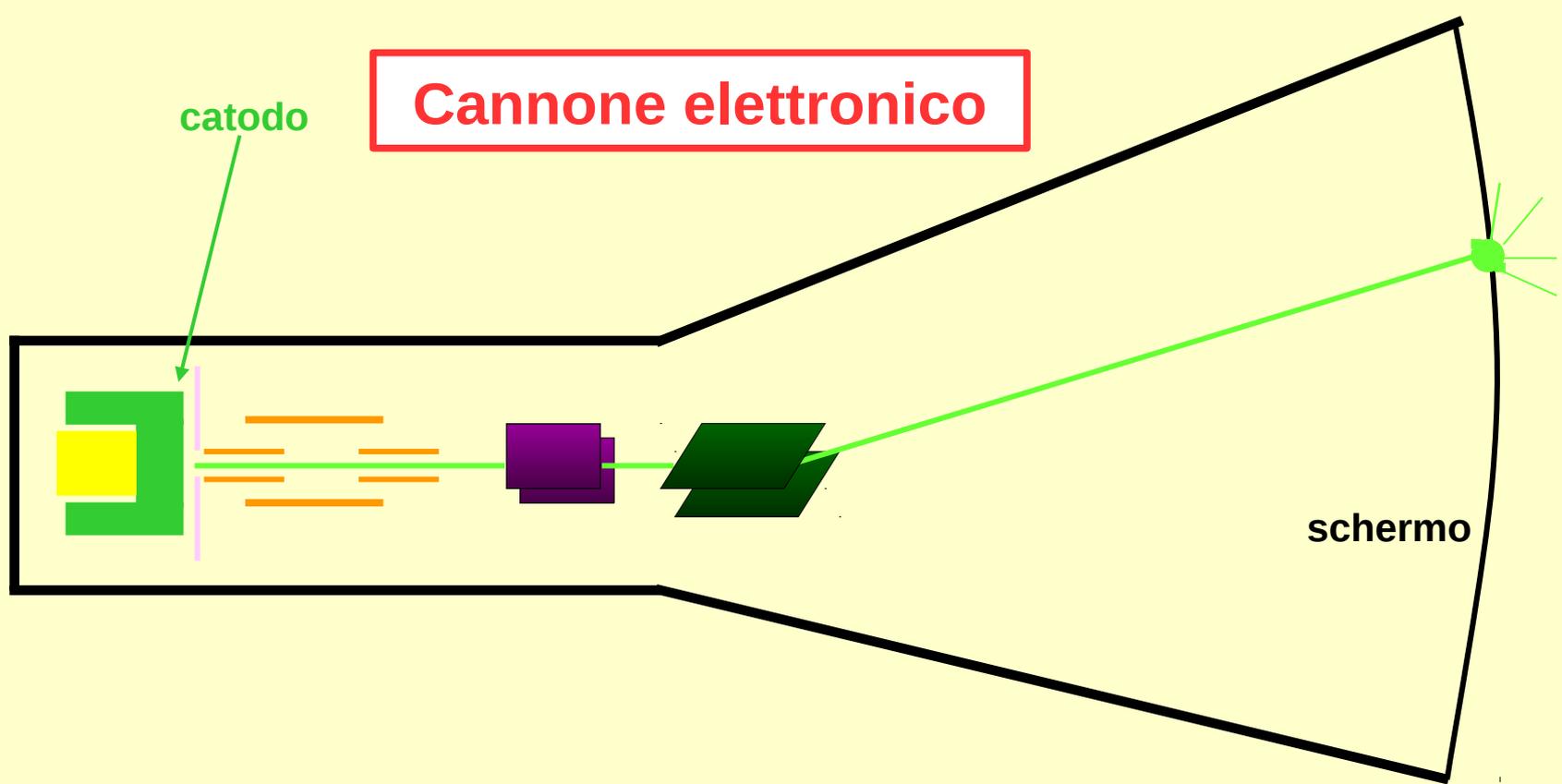
OSCILLOSCOPIO ANALOGICO

emissione di elettroni
per effetto termoionico:
Ni + ossidi di Sr o Ba
 $T \sim 800 - 900 \text{ } ^\circ\text{C}$

Tubo a raggi catodici
Cathode Ray Tube (CRT)

ampolla di vetro sotto
vuoto spinto (10^{-4} Pa)





Catodo:

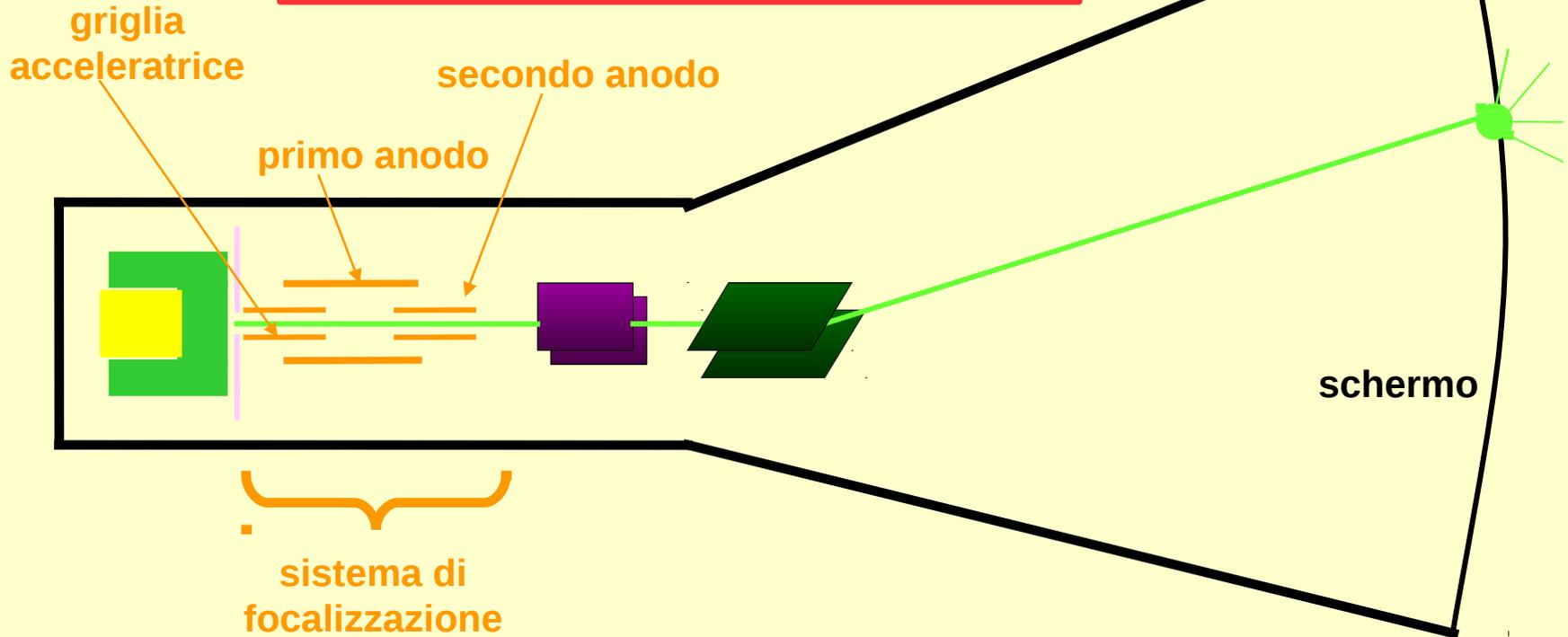
- cilindretto cavo di nickel, coperto esternamente da una vernice (ossido di Bario o Stronzio) in grado di emettere elettroni se riscaldata,
- al suo interno c'è un filamento di tungsteno, alimentato diventa incandescente (1000 °C) per effetto Joule.

Il cilindretto, riscaldato (800-900 °C) indirettamente dal filamento, emette elettroni per effetto termoionico secondo la legge di Dushman-Richardson con I corrente emessa per unità di superficie, T temperatura (K), E_w potenziale estrazione (2 eV per BaO), $A = 10^2 \text{ A cm}^{-2} \text{ K}^{-2}$

legge di Dushman-Richardson

$$I = AT^2 \exp\left(\frac{-eE_w}{kT}\right)$$

Estrazione e focalizzazione



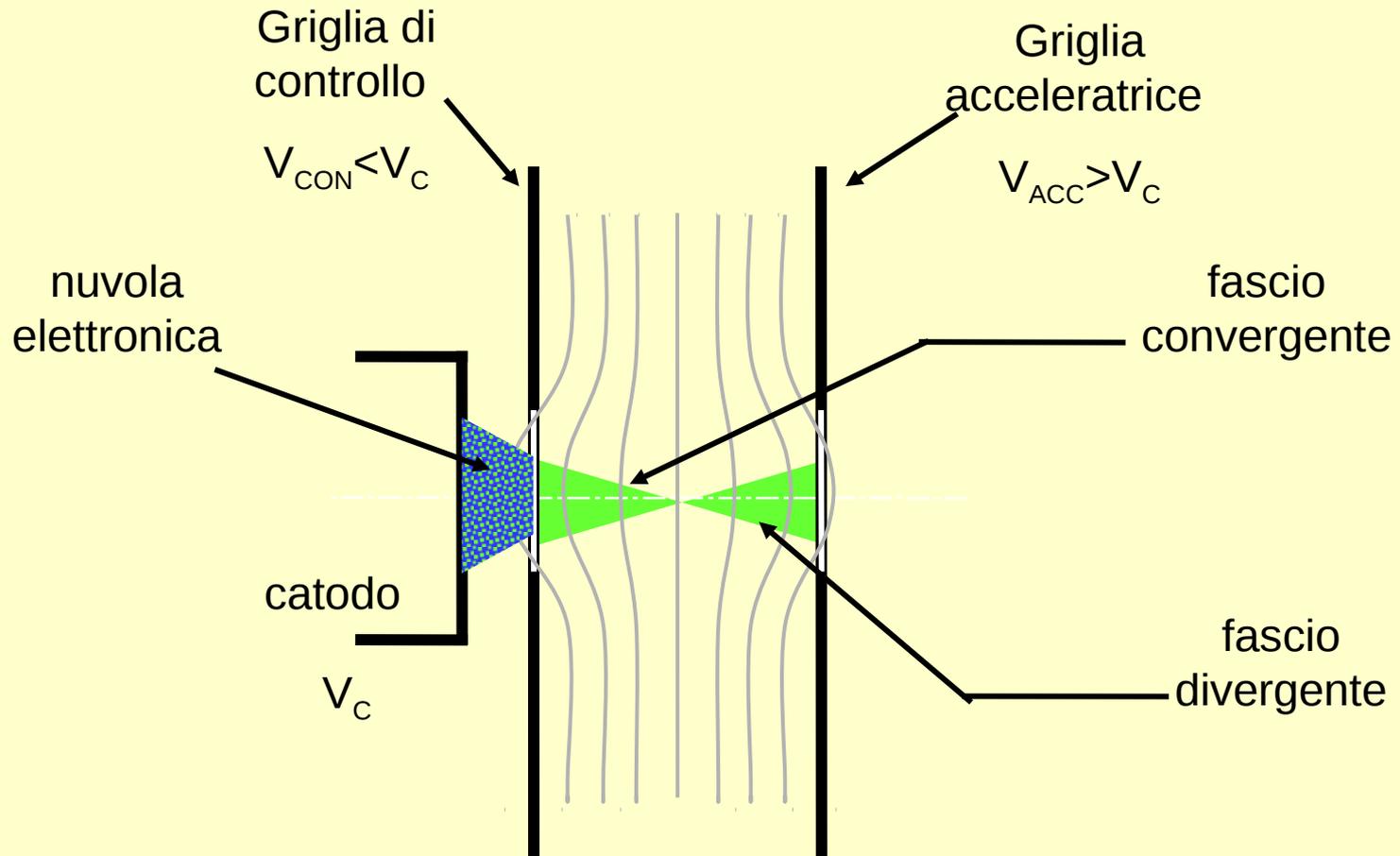
Sistema di focalizzazione (cilindrico):

Gli elettroni escono dal catodo con energia cinetica media $E = 2kT$ (= 50 meV) e quelli che attraversano il foro del catodo vengono focalizzati da un sistema di due o tre lenti elettrostatiche, determinando un puntino luminoso sullo schermo fluorescente dove si trova l'anodo.

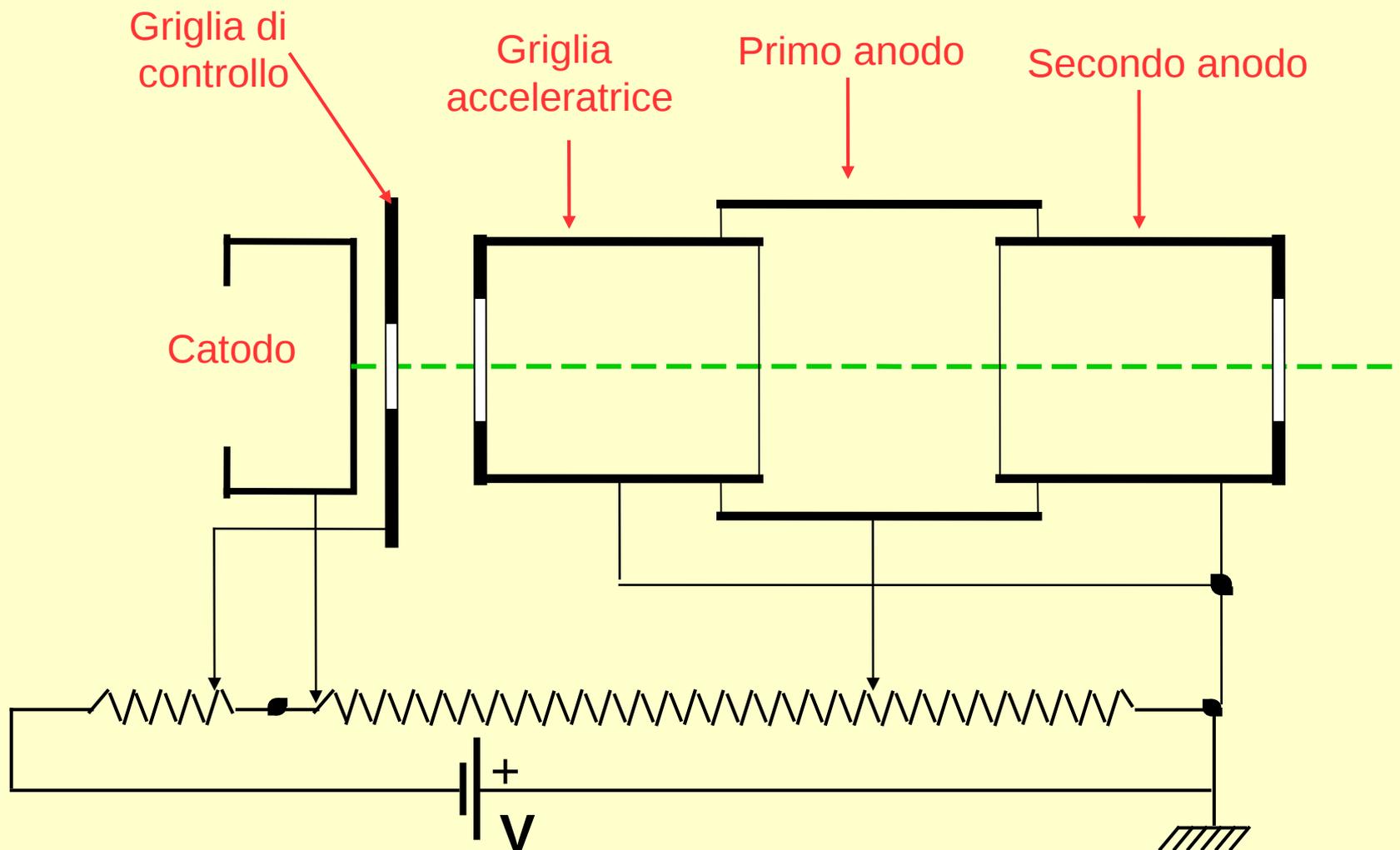
Estrazione e focalizzazione

Gli elettroni vengono emessi dal catodo caldo formano, in condizione di regime, una nuvola elettronica che insiste sul catodo (equilibrio dinamico).

Variando la tensione della griglia di controllo è possibile modificare l'intensità del fascio di elettroni estratto.



Estrazione e focalizzazione



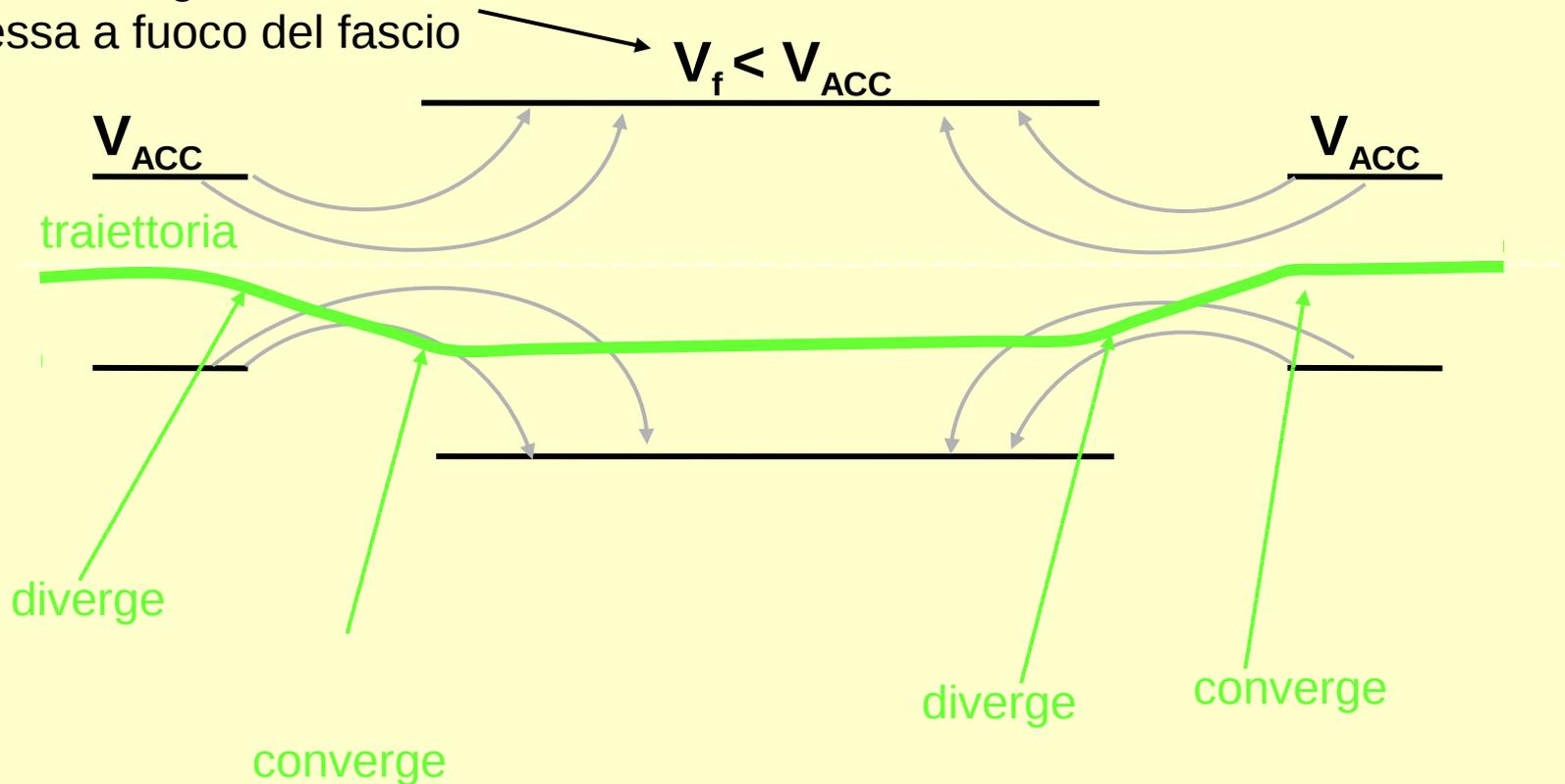
Focalizzazione

Il successivo sistema di elettrodi ha la funzione di lente elettrostatica: produce sullo schermo l'immagine del "crossover" (analogia con ottica geometrica).

Lo schermo è a grande distanza dal sistema di elettrodi, quindi il pennello elettronico in uscita deve essere collimato; la sua energia è $E = \frac{1}{2} m_e v_e^2 = e V_{ACC}$

(con $V_{ACC} = 2000 \text{ V} \rightarrow v_e = 3 * 10^7 \text{ m/s} = c/10$)

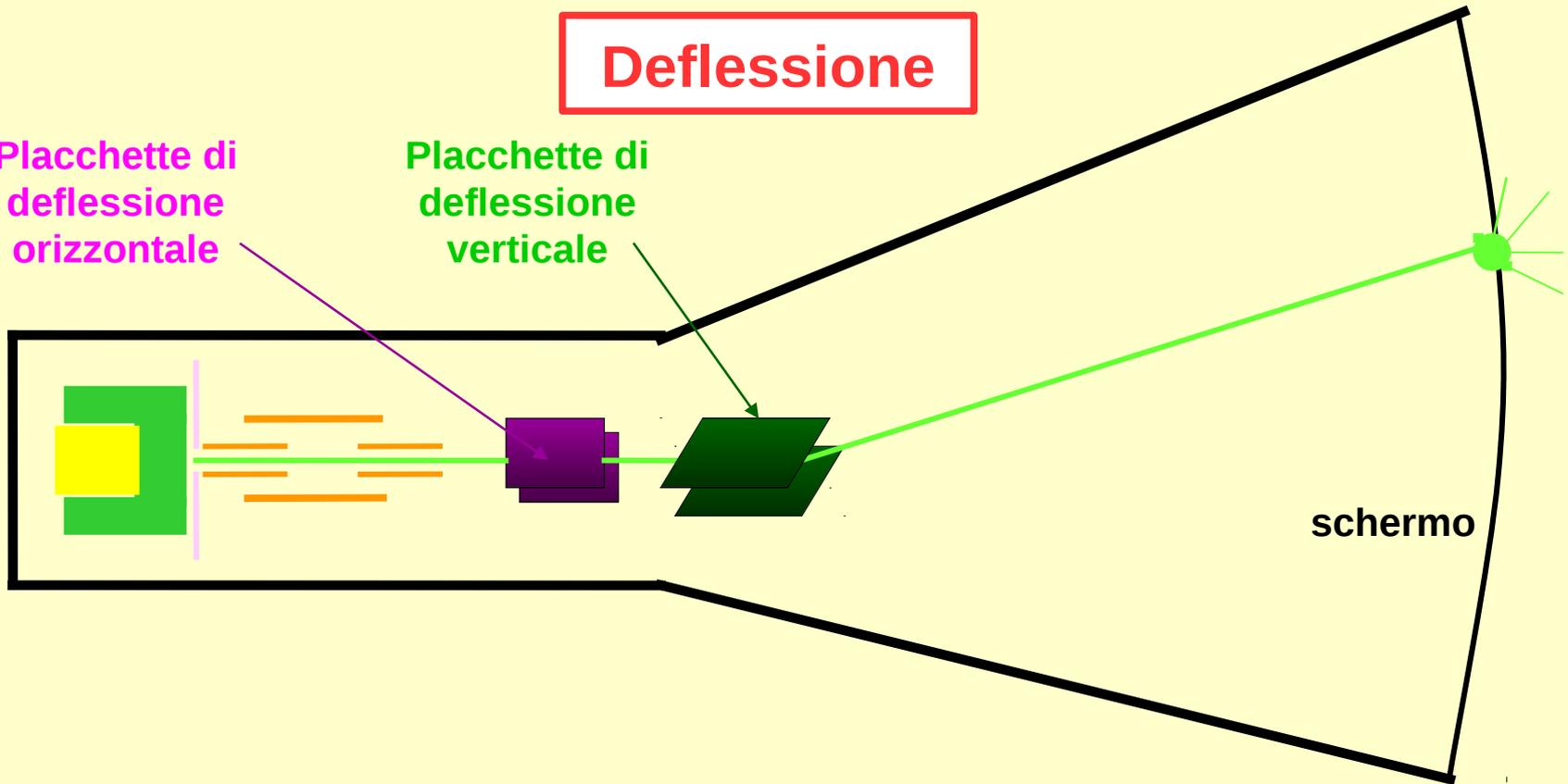
Tensione regolabile
per la messa a fuoco del fascio



Deflessione

Placchette di deflessione orizzontale

Placchette di deflessione verticale



Placchette di deflessione:

Due coppie di placchette perpendicolari tra loro.

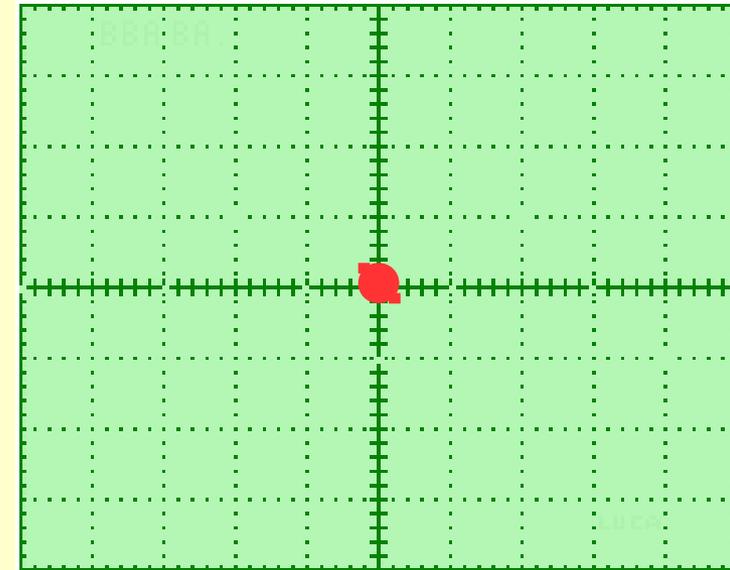
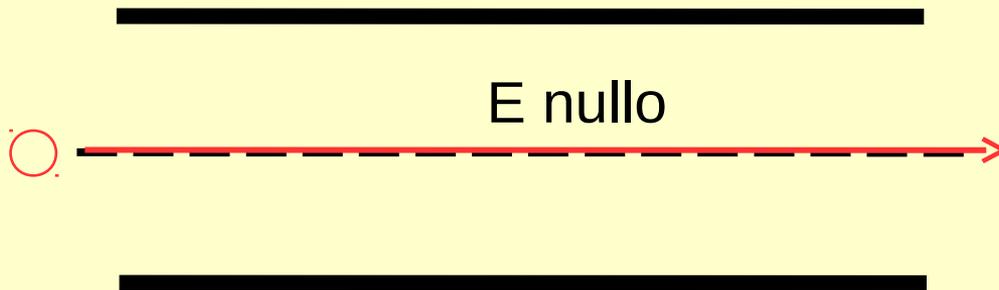
Le placchette verticali servono a deflettere il fascio di elettroni orizzontalmente.

Le placchette orizzontali servono a deflettere il fascio di elettroni verticalmente.

Deflessione

CASO 1: ddp tra le placche nulla

- Campo elettrico tra le placche nullo
- Gli elettroni proseguono indisturbati in linea retta



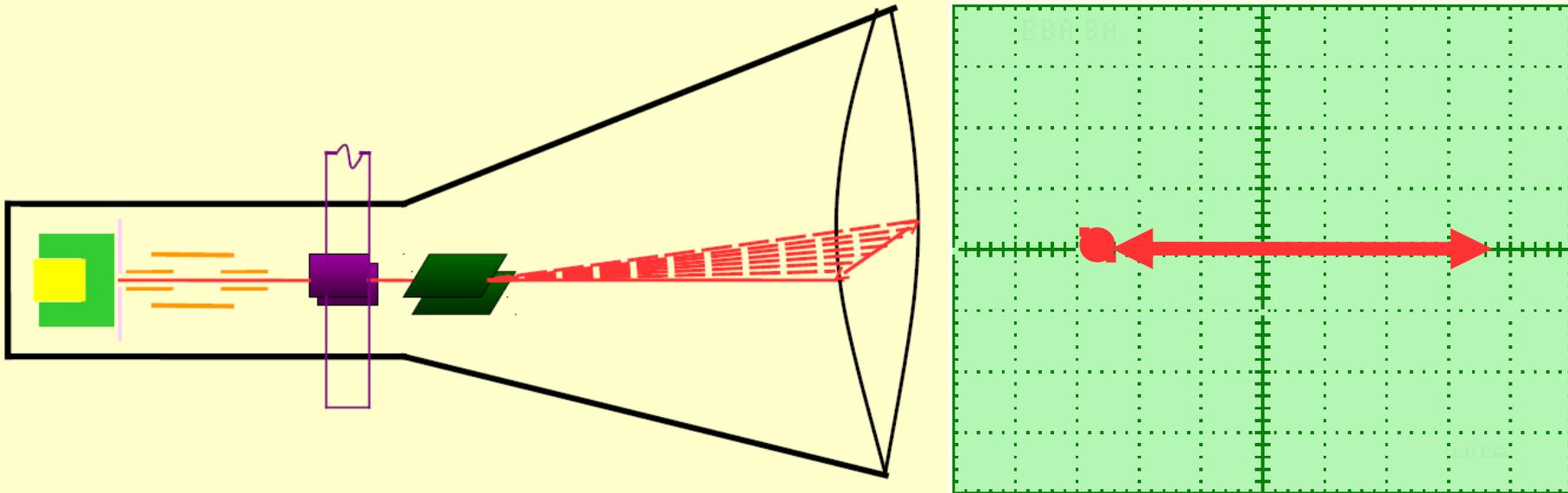
- Quando il pennello elettronico arriva sullo schermo, attratto dal potenziale positivo dell'anodo, colpisce la superficie interna coperta di sostanze fluorescenti, le quali, emettono luce che appare all'esterno del tubo.
- Se il pennello elettronico è stato ben focalizzato, al centro dello schermo si determina un puntino luminoso, detto spot.

Deflessione orizzontale

CASO 2: ddp tra le placche non nulla

Quando fra le due placche verticali si applica una ddp costante, il fascio elettronico viene deflesso orizzontalmente verso la placca a potenziale più elevato.

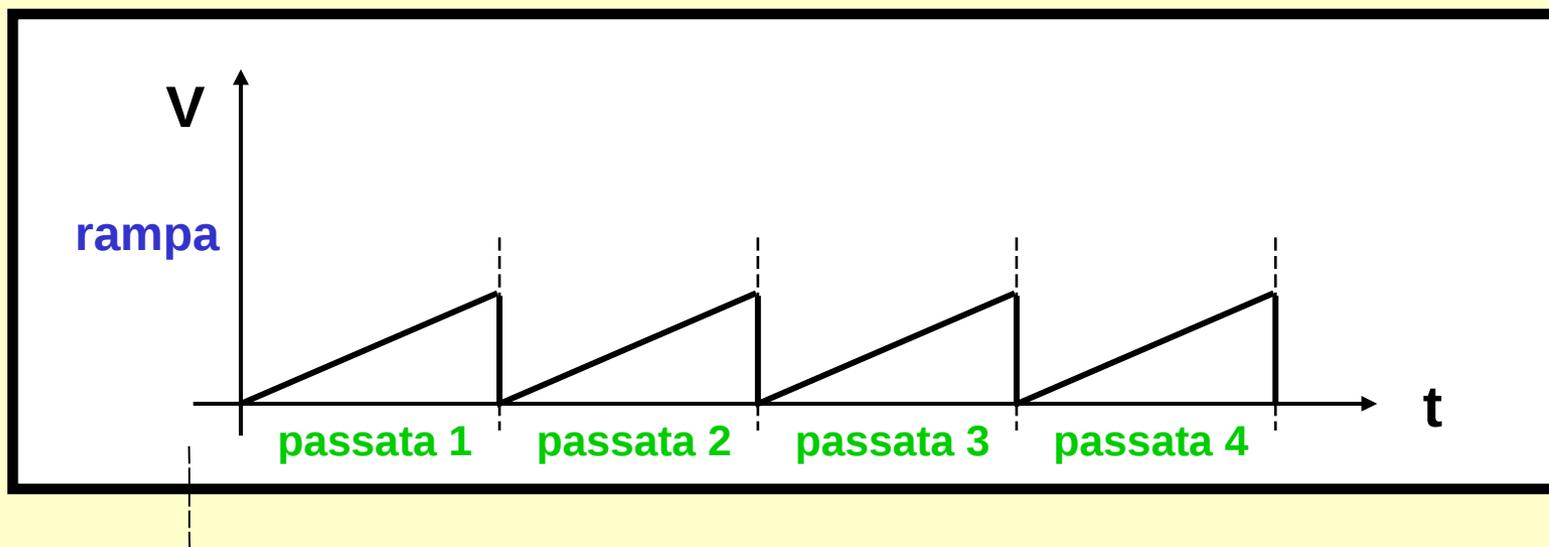
La deflessione visualizzata sullo schermo è proporzionale alla ddp tra le placche.



Nel normale utilizzo, il puntino luminoso si muove verso destra a velocità costante fino a raggiungere l'estremo dello schermo. Ritorna poi rapidamente nel punto di partenza e inizia una nuova scansione.

Applicando una rampa di tensione (dente di sega) alle placche deflettrici, il punto luminoso farà una scansione ripetuta dello schermo.

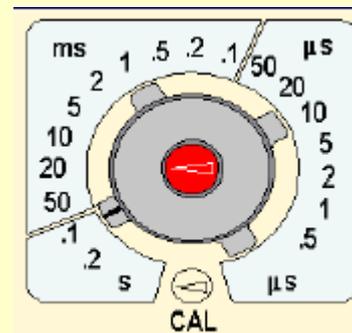
La velocità con cui si muove il punto luminoso sull'asse x è inversamente proporzionale al periodo del segnale di rampa; questo significa che il tempo in cui il punto luminoso percorre l'asse x corrisponde al periodo del segnale.



Per questo motivo, l'asse x è detto ASSE DEI TEMPI.

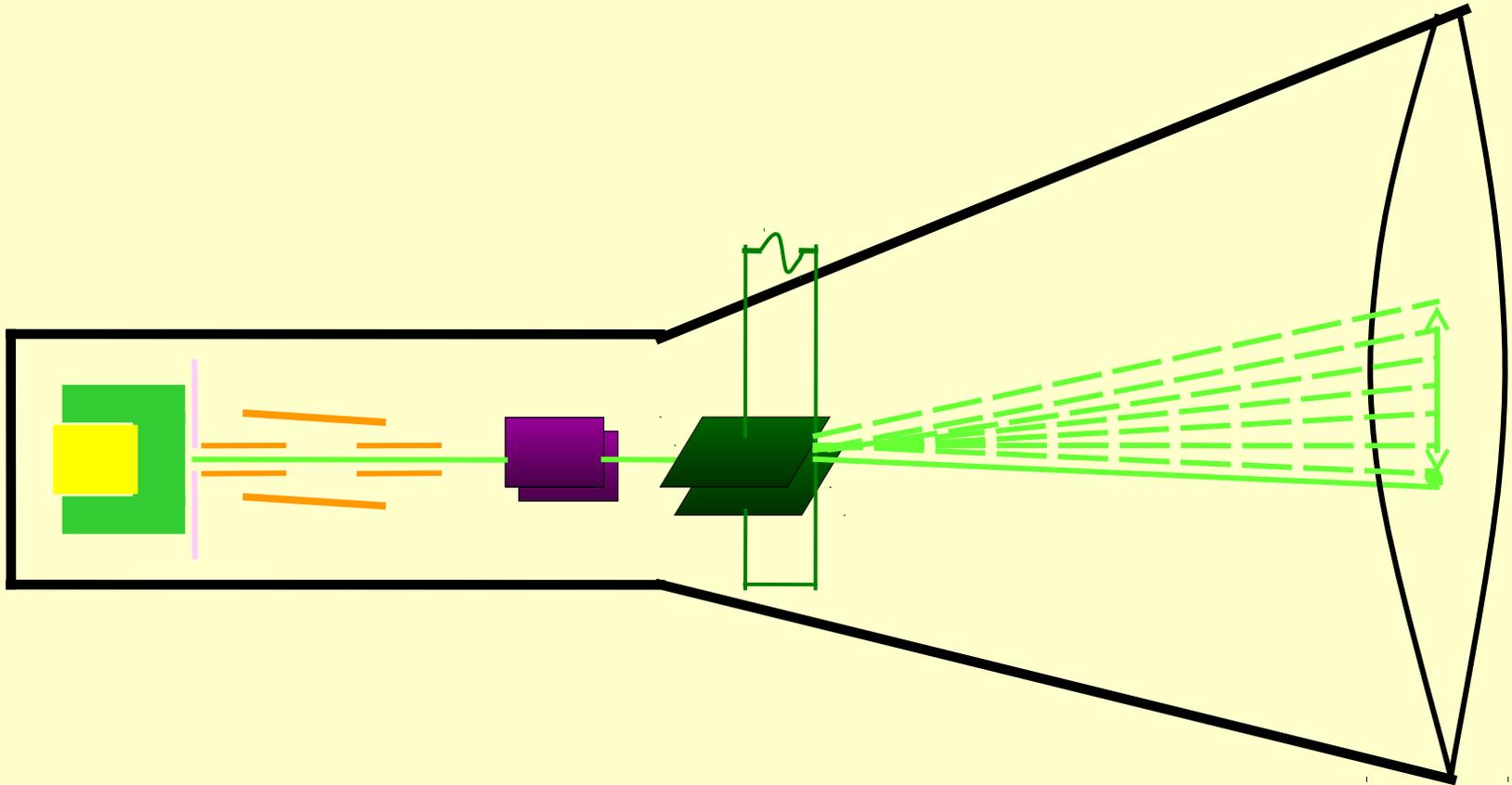
Per questo asse esiste un selettore che imposta la base temporale ossia quanto tempo vale una divisione dello schermo.

Ognuna di queste "passate" si chiama scansione.



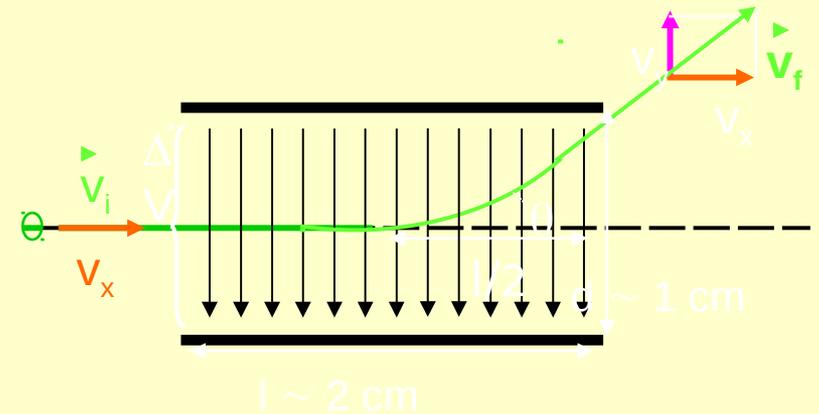
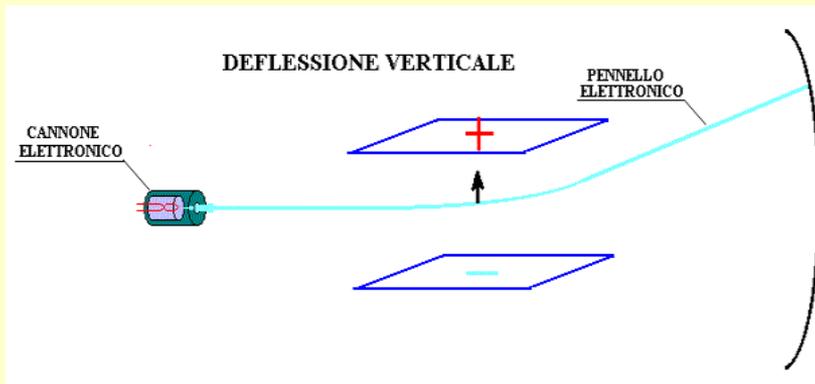
Deflessione verticale

Alle placche orizzontali viene applicato il segnale V_{out} da studiare.



Deflessione verticale

Il pennello è attratto dalla placca orizzontale a potenziale positivo e respinto da quella a potenziale negativo e devia dalla traiettoria rettilinea andando verso l'alto.



In base al II principio della dinamica, la carica subisce un'accelerazione data da:

$$\vec{F} = m_e \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} F_x = m_e a_x \\ F_y = m_e a_y \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a_x = \frac{F_x}{m_e} = 0 \\ a_y = \frac{F_y}{m_e} = \frac{qE_y}{m_e} = \frac{e\Delta V}{dm_e} \end{cases}$$

Deflessione verticale

Scomponendo la velocità lungo x ed y si ha:

$$v_y = a_y t \quad e \quad v_x = \frac{l}{t} \quad \rightarrow \quad t = \frac{l}{v_x}$$

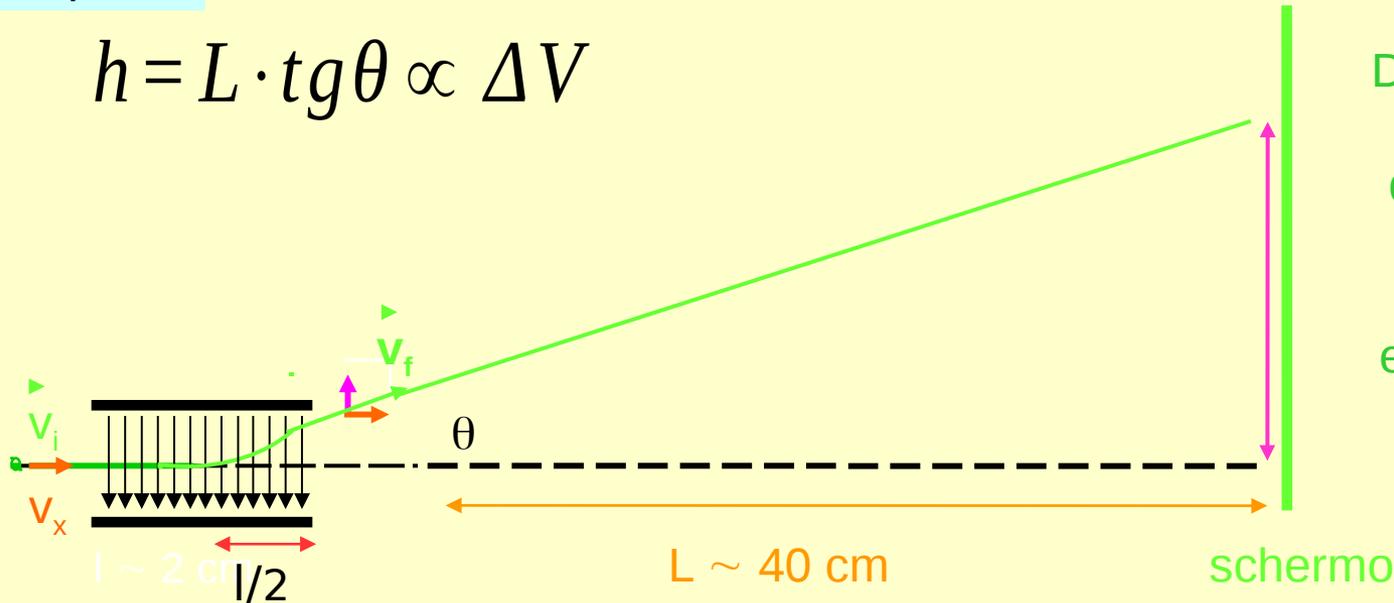
$$\frac{v_y}{v_x} = \operatorname{tg}\theta$$

sostituendo si ha:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{a_y t}{v_x} = \frac{a_y}{v_x} \frac{l}{v_x} = \frac{a_y l}{v_x^2} = \frac{l}{v_x^2} \frac{e\Delta V}{m_e d}$$

e quindi

$$h = L \cdot \operatorname{tg}\theta \propto \Delta V$$



Diretta proporzionalità
tra
deflessione verticale
misurabile sullo
schermo
e ddp in ingresso allo
strumento

Deflessione verticale

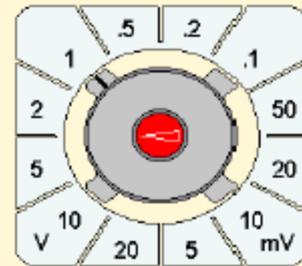
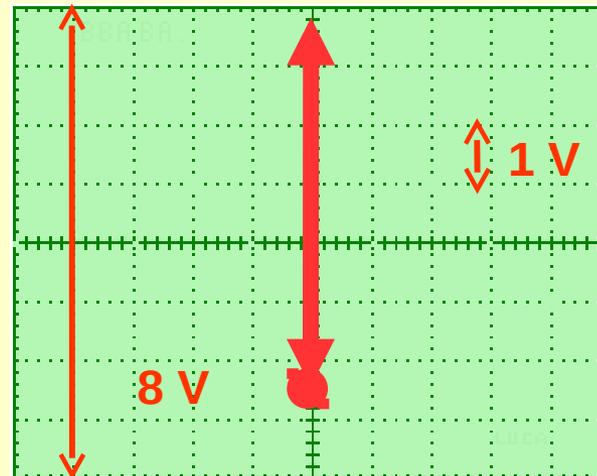
Per visualizzare correttamente il segnale variabile in ingresso occorre che questo non vari sensibilmente nel tempo che l'elettrone impiega per attraversare le placche deflettrici (altrimenti viene visualizzata una tensione media).

$$l \approx 2 \text{ cm} \quad t = \frac{l}{v_x} \quad \longrightarrow \quad t \approx \frac{0.02}{3 \cdot 10^7} \text{ s} = 0.7 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Questo pone un limite alla massima frequenza del segnale visualizzabile dallo strumento:

$$\nu = 1/t \approx 100 - 200 \text{ MHz}$$

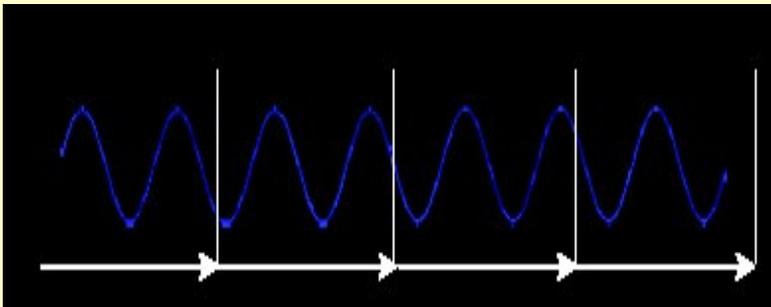
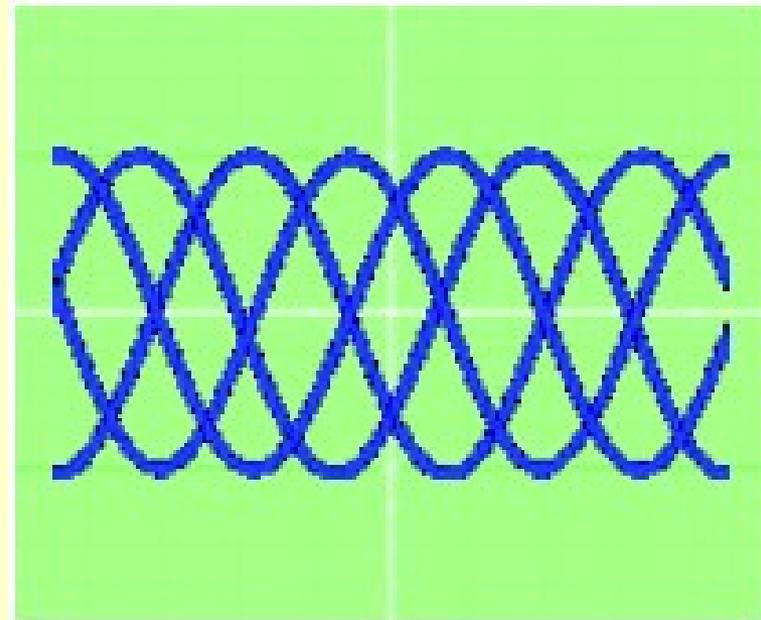
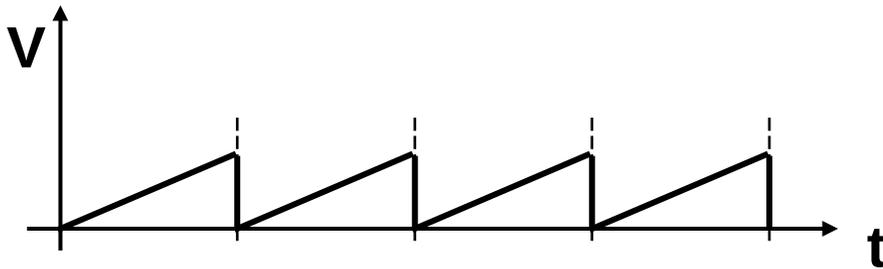
Segnale sinusoidale visualizzato sullo schermo: il puntino luminoso si muove di moto armonico. Questo segnale passa attraverso un amplificatore a guadagno regolabile tramite un apposito selettore che imposta il valore in Y di ogni divisione.



Deflessioni verticale e orizzontale

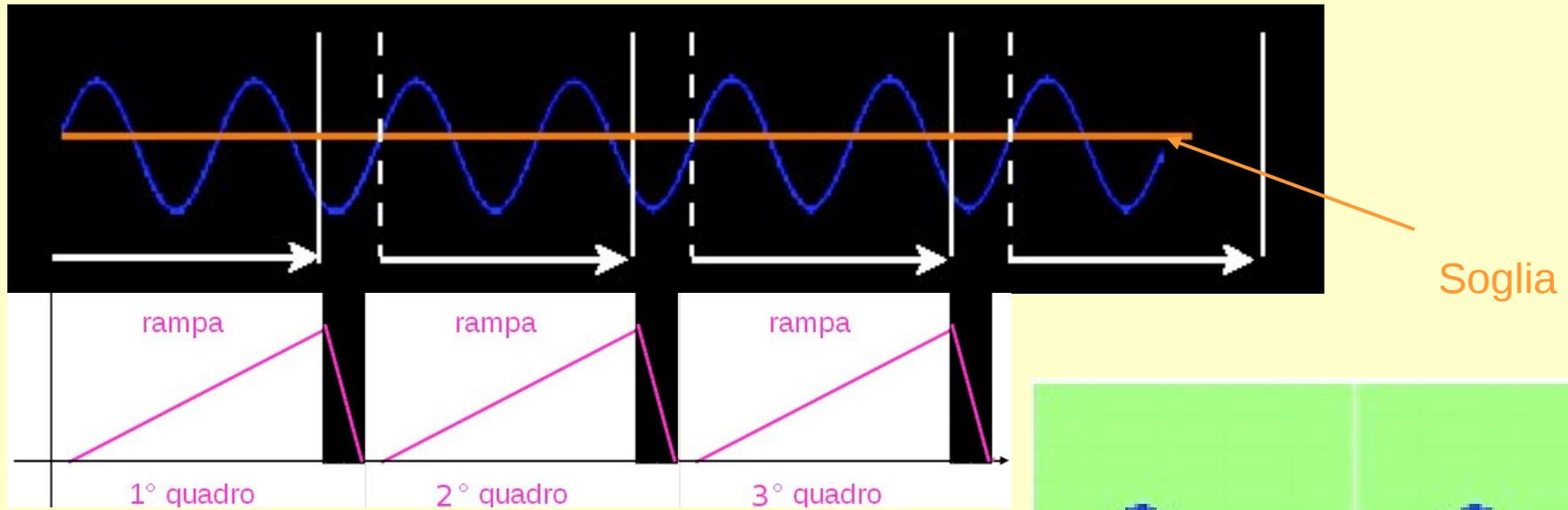
COMBINAZIONE DEI DUE MOTI

Supponiamo che siano attivi: sulle placche verticali il segnale a dente di sega (*riferimento temporale*) e sulle placche orizzontali un segnale sinusoidale. Si avrà che il segnale sull'oscilloscopio sarà una combinazione di un moto uniforme sull'asse x e di un moto armonico (cioè periodico) sull'asse y. Questo dovrebbe permettere di visualizzare l'andamento del segnale in funzione del tempo e di misurarne il periodo. Ma.....

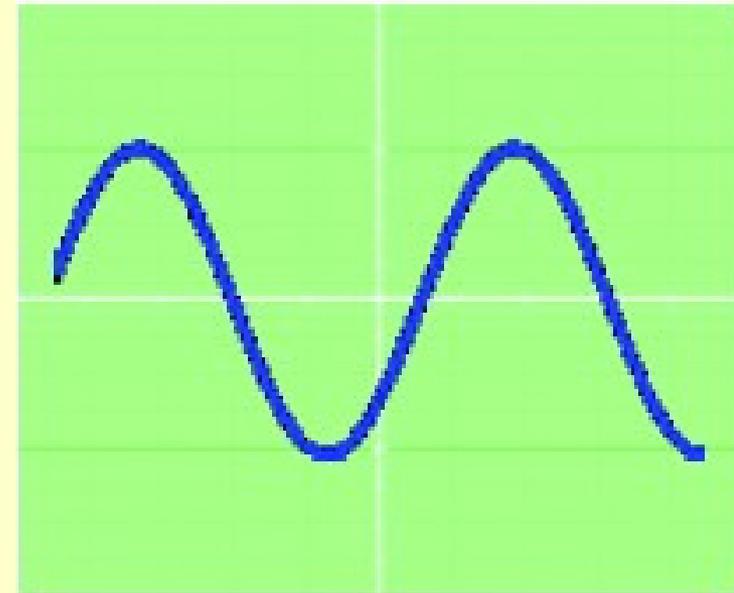


Trigger

Inizio della scansione in corrispondenza dell'attraversamento di una tensione di soglia impostabile dall'utente, grazie ad un comparatore.



La scansione successiva inizia solo quando il segnale attraversa la tensione di soglia. In questa situazione si dice che il trigger è **agganciato** al segnale, o che il segnale è **triggerato** e si riesce ad avere una figura stabile sullo schermo



display

controllo del
segnale verticale
(input)

controllo del
segnale orizzontale

controllo
del trigger



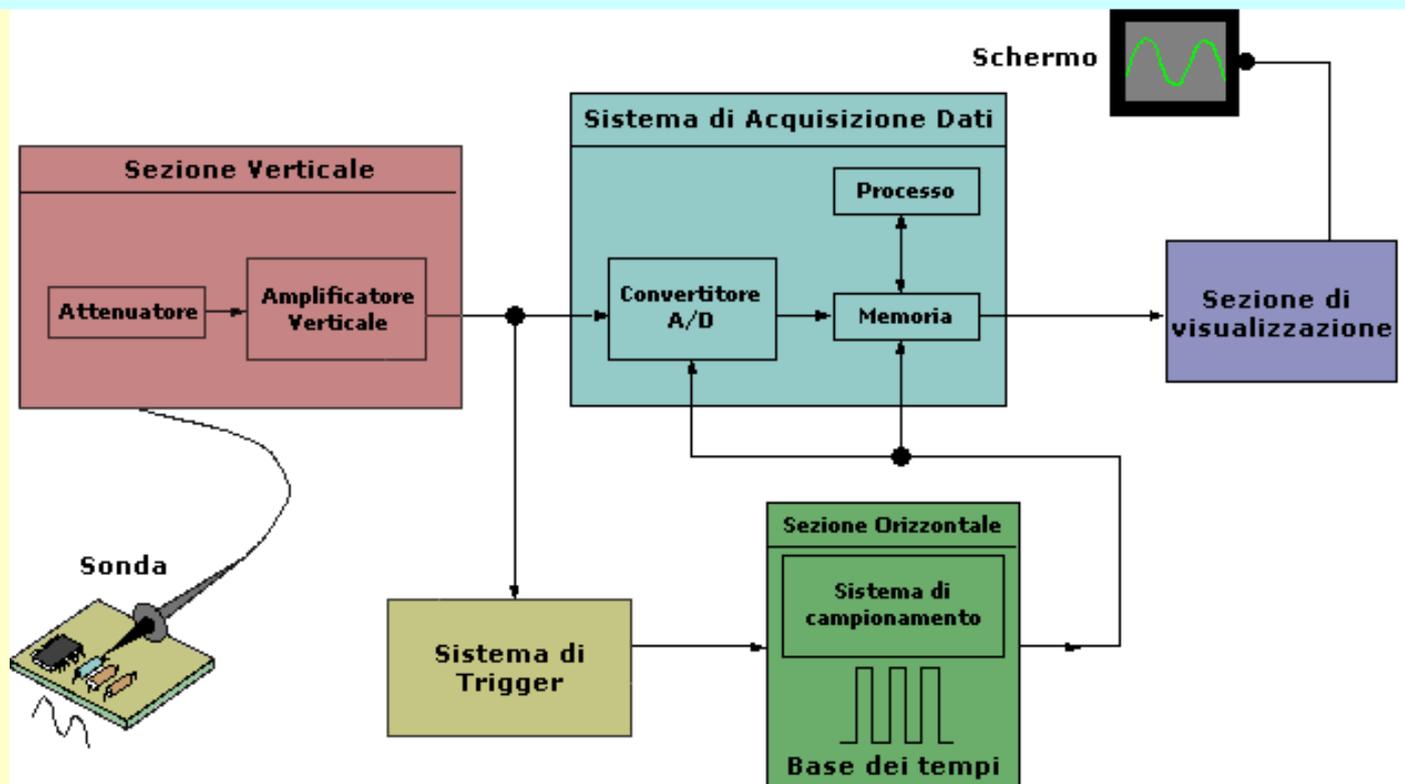
controllo del
display

input
esterno

trigger
esterno

Oscilloscopio Digitale

Possiede un sistema addizionale di processo dei dati che permette di immagazzinare il segnale in memorie di tipo digitale (**RAM**). Il segnale in ingresso subisce una conversione analogica/digitale (A/D) tramite una **campionamento**. La velocità di tale operazione determina la bontà di risoluzione dello strumento. Il segnale viene quindi convertito in una parola binaria e successivamente memorizzato nella memoria RAM. Da questa lo si preleva quando si desidera analizzarlo e lo si invia in un circuito di riconversione digitale/analogico (D/A) e da qui all'asse Y dell'oscilloscopio.



Conversione analogico-digitale

Motivazione:

- determinazione, tramite oscilloscopio, delle forme dei segnali

Digitalizzazione dei segnali

Ad un segnale analogico $S(t)$ viene associato un vettore $S[k]$ di valori numerici

Doppia discretizzazione del segnale:

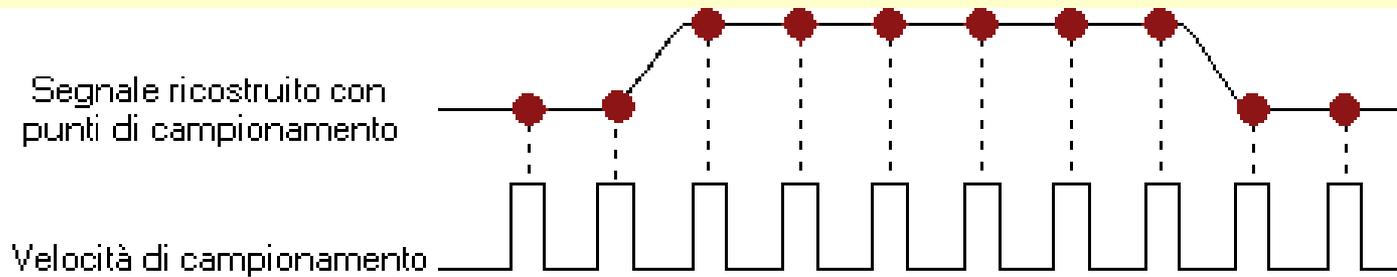
- Temporale \rightarrow la conversione della tensione in un valore numerico viene ripetuta ad una frequenza fissata \rightarrow campionamento a tempi equidistanti $\Delta t = t_{\text{clk}}$
- In ampiezza \rightarrow l'ampiezza del segnale $S(t)$ viene convertita in un codice numerico a B bit

Esistono varie tecniche di campionamento che si differenziano per la frequenza e la risoluzione ottenibili (maggiore frequenza, minore risoluzione ovvero minor numero di bit) e per le corrispondenti architetture.

CAMPIONAMENTO O SAMPLING

Il convertitore analogico-digitale del sistema di acquisizione dati campiona il segnale a intervalli di tempo determinati e converte il segnale in tensione in una serie di valori digitali chiamati punti di campionamento.

Un segnale di clock determina quando il convertitore A/D prende un campione. La velocità di questo clock viene chiamata velocità di campionamento e viene indicata in campioni al secondo (ad es. 1 gigasample/s).



CAMPIONAMENTO O SAMPLING

I valori digitali campionati vengono immagazzinati in una memoria come punti del segnale.

L'insieme del numero di punti del segnale costituirà un "pacchetto" che verrà utilizzato per ricostruire il segnale sullo schermo.

La sezione di trigger determina l'inizio e la fine del "pacchetto" di punti utilizzati per rappresentare il segnale. La sezione di visualizzazione riceve il "pacchetto" di punti, una traccia immagazzinata nella memoria, per rappresentare il segnale sullo schermo dello strumento.

A seconda delle capacità dell'oscilloscopio è possibile sviluppare processi addizionali sui punti campionati. Ad esempio molti oscilloscopi digitali dell'ultima generazione dispongono della funzione di **pre-trigger** per osservare cosa avviene prima della partenza del sincronismo.

Conversione digitale-analogica (visualizzazione sul display)

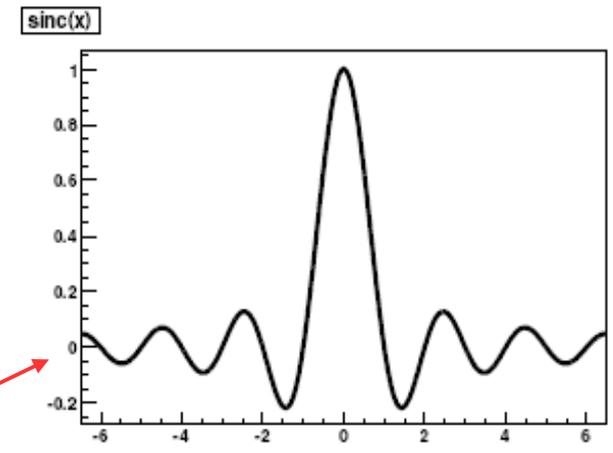
Teorema del campionamento Nelle ipotesi in cui:

- $S(t)$ è un segnale a banda limitata, ovvero la sua trasformata di Fourier è nulla per $|f| > f_N$, dove f_N è la frequenza di Nyquist del segnale,
- il segnale viene campionato puntualmente e senza rumore aggiuntivo a una frequenza di campionamento $f_S \geq 2f_N$,

allora il segnale $S(t)$ ad ogni tempo t è rappresentato completamente dai campioni $S[k]$ raccolti, e può essere esattamente ricostruito mediante:

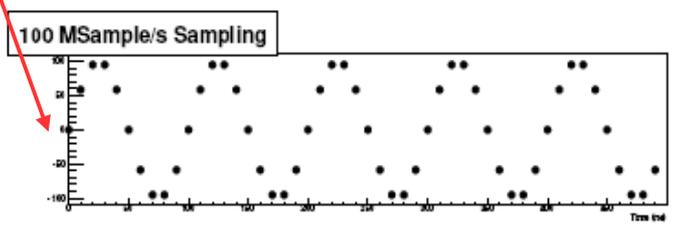
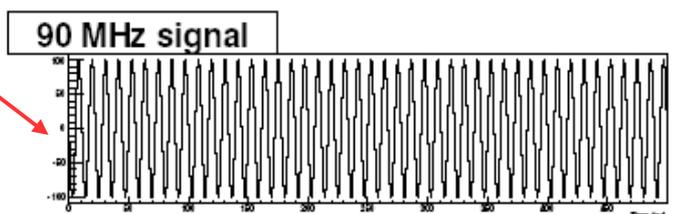
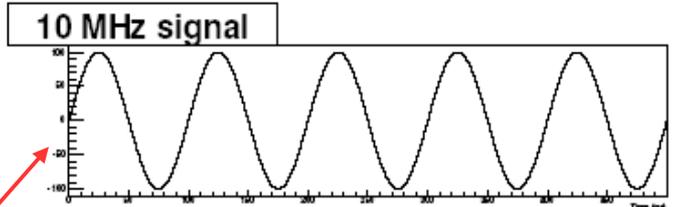
$$S'(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S[k] \cdot \text{sinc}\left(\frac{t}{\tau_{\text{clk}}} - k\right) \quad (1)$$

con la definizione $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$.



Un esempio di “non corretto” campionamento del segnale è mostrato nella figura accanto, nella quale è riportato il campionamento a 100 MSamples/s di due segnali sinusoidali a 10 MHz e 90 MHz.

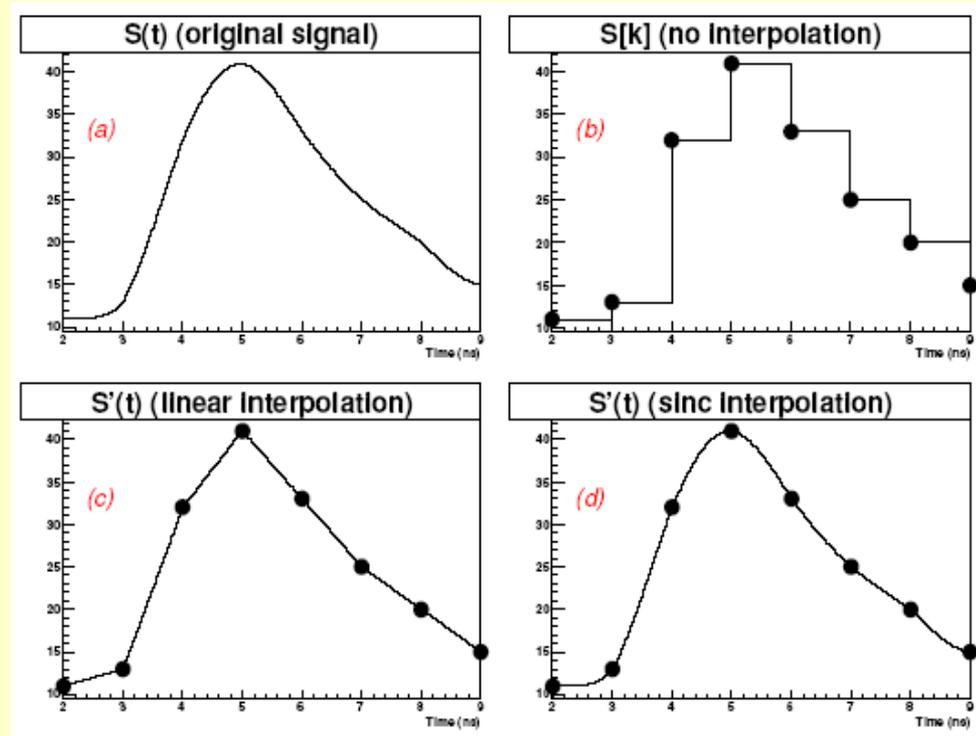
Per eliminare questo problema di ambiguità (aliasing) si usa spesso inserire prima del campionatore un filtro anti-aliasing (filtro passa basso con frequenza di taglio superiore pari a $f_s/2$ o inferiore).



Conversione digitale-analogica

L'equazione (1) del teorema di Nyquist-Shannon può essere vista come convoluzione tra il segnale campionato $S(k)$ e la funzione sinc ("kernel di interpolazione").

Nella figura accanto sono mostrati i risultati della ricostruzione del segnale $S(t)$ tramite diverse interpolazioni tra i campioni $S[k]$



Acquisizione e analisi dati in laboratorio

Campionamento da un ADC veloce (frequenza di campionamento 0.1 - 1 Gs/s) e memorizzazione in continua su memoria numerica. La presenza di un segnale di trigger produce il trasferimento dei dati in memoria sul display (costituito da circa 2500 punti).

La frequenza di campionamento dell'ADC si adatta alla base dei tempi impostata. I dati trasferiti dalla memoria possono essere manipolati per eseguire calcoli o trasferiti su una chiavina USB per una successiva analisi.

Tektronix TBS 1052B

- # 50 MHz Bandwidth
- # 2 Channel
- # Sample Rates to 1 GS/s per Channel
- # 7 inch WVGA (800 x 400) Color Display
- # 34 Automatic Measurements
- # 8-Bit Vertical Resolution

