Principio di azione e reazione

E' evidenza sperimentale che ogni volta che un corpo subisce l'azione di una forza $\overline{f_1}$ da parte di un secondo corpo, anche quest'ultimo è soggetto a una forza $\overline{f_2}$ per effetto del primo.

Newton arrivò alla conclusione che

$$\overline{f_1} = - \overline{f_2} \qquad (1)$$

Attenzione!!!! $\overline{f_1}$ e $\overline{f_2}$ agiscono su due corpi diversi!!!!

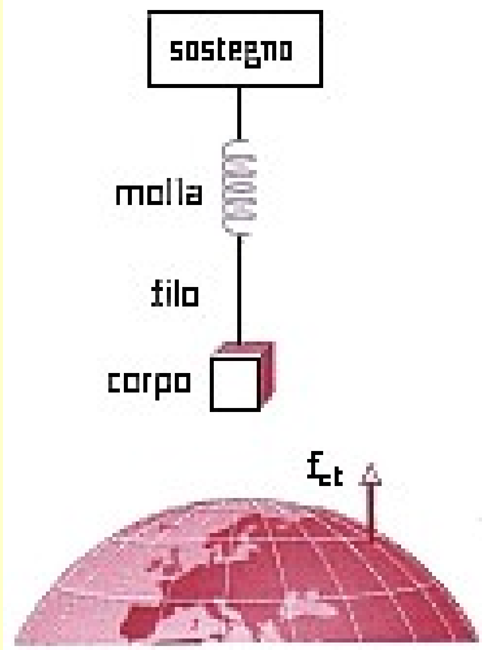
Nota: il fatto che la (1) valga istante per istante implica

--> propagazione istantanea delle interazioni (Principio di azione a distanza). Ma tale propagazione non può avvenire a velocità superiore di quella della luce nel vuoto e quindi il Principio vale solo nell'approssima-zione della Meccanica classica.

Principio di azione e razione

Applicazione

Corpo appeso a supporto fisso tramite filo e molla
Esaminiamo le forze agenti sui singoli sistemi



1) corpo di massa m

Peso $\overline{w}$ -->
--> reazione applicata alla Terra
Trazione dal filo $\overline{f}_{FC}$ -->
--> reazione applicata al filo
Per equilibrio --> $\overline{f}_{FC} = -\overline{w}$

2) filo di massa trascurabile rispetto a m

Trazione dal corpo $\overline{f}_{CF}$ --> $\overline{f}_{CF} = -\overline{f}_{FC} = \overline{w}$
Trazione da molla $\overline{f}_{MF}$ --> reazione applicata alla molla
Per equilibrio --> $\overline{f}_{MF} = -\overline{f}_{CF} = -\overline{w}$

3) molla di massa trascurabile rispetto a m

Trazione dal filo $\overline{f}_{FM}$ --> $\overline{f}_{FM} = -\overline{f}_{MF} = \overline{w}$
Trazione da supporto $\overline{f}_{SM}$ --> reazione applicata al supporto
Per equilibrio --> $\overline{f}_{SM} = -\overline{f}_{FM} = -\overline{w}$

4) supporto

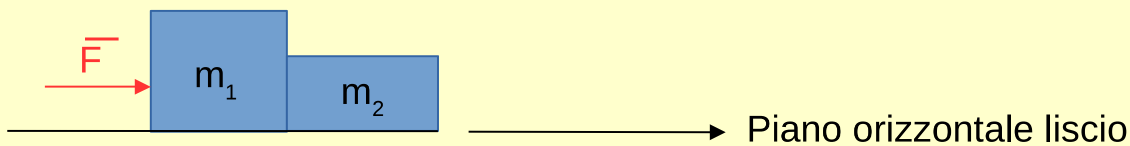
Trazione dalla molla $\overline{f}_{MS}$ --> $\overline{f}_{MS} = -\overline{f}_{SM} = \overline{w}$

Concludendo

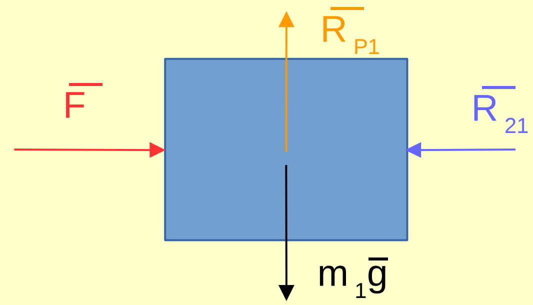
a) sul supporto agisce forza pari al peso del corpo
b) agli estremi della molla agiscono forze opposte di modulo w (dette “tensione della molla”)
c) agli estremi del filo agiscono forze opposte di modulo w (dette “tensione del filo”)

Principi della Dinamica

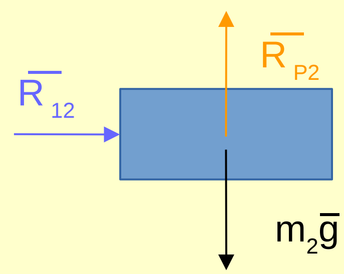
Applicazione



Forze applicate al corpo 1



Forze applicate al corpo 2



Terzo Principio della Dinamica ----> $\overline{R}_{21} = -\overline{R}_{12} = -\overline{R}$

Primo Principio della Dinamica (assenza moto verticale)

Corpo 1: $\overline{R}_{P1} = - m_1 \overline{g}$

Corpo 2: $\overline{R}_{P2} = - m_2 \overline{g}$

Secondo Principio della Dinamica (moto orizzontale)

Corpo 1: $\overline{F} - \overline{R} = m_1 \overline{a}_1$

Corpo 2: $\overline{R} = m_2 \overline{a}_2$

Ma $\overline{a}_1 = \overline{a}_2 = \overline{a}$ e quindi

$$\overline{F} - \overline{R} = m_1 \overline{R} / m_2 = \rightarrow \overline{R} = \overline{F}\, m_2 / (m_1 + m_2)$$

Quantità di moto e impulso

Corpo (puntiforme) di massa m e velocità $\overline{v}$ (ad un istante t) si definisce il vettore

$\overline{q} = m\overline{v}$ --> **quantità di moto** del corpo all'istante t

Primo principio:
"*Esistono infiniti sistemi di riferimento, detti inerziali, nei quali ogni punto materiale libero ha quantità di moto costante*"

Se invece sul corpo agiscono forze non bilanciate allora

$$d\overline{q}/dt = d(m\overline{v})/dt = m\overline{a} + (dm/dt)\,\overline{v} \quad (1)$$

Secondo principio:
"*In un sistema di riferimento inerziale, ogni volta che un corpo cambia la propria quantità di moto, esiste (almeno) una forza responsabile di tale cambiamento: fra forza risultante e quantità di moto vale in ogni istante la relazione*

$\overline{f} = d\overline{q}/dt$ " [coincidente con $\overline{f} = m\overline{a}$ se m è costante]

Nota $\overline{f}$ si definisce "**impulso della forza f** " nell'intervallo di tempo (t_1,t_2) il vettore

$$\overline{J} = \int_{t_1}^{t_2} \overline{f}\,dt \quad \text{-->} \quad \overline{J} = \overline{u}_x \int_{t_1}^{t_2} f_x\,dt + \overline{u}_y \int_{t_1}^{t_2} f_y\,dt + \overline{u}_z \int_{t_1}^{t_2} f_z\,dt$$

Nel caso di più forze $\overline{f}_i$ agenti sul punto materiale avremo

$$\overline{J} = \int_{t_1}^{t_2} \overline{f}\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \overline{f}_i\,dt = \sum_i \int_{t_1}^{t_2} \overline{f}_i\,dt = \sum_i \overline{J}_i$$

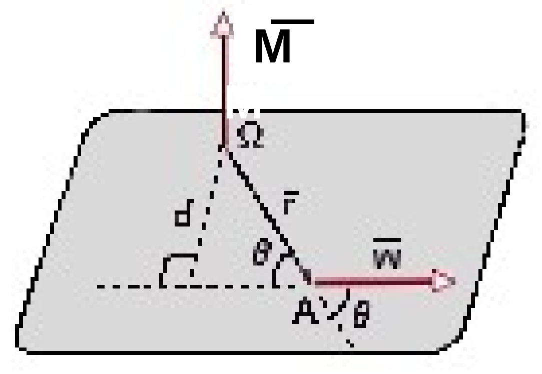
Dalla (1) segue $\overline{J} = \int_{t_1}^{t_2} \overline{f}\,dt = \int_{t_1}^{t_2} d\overline{q} = \overline{q}_2 - \overline{q}_1 = \Delta\overline{q}$

Teorema della quantità di moto (o dell'impulso):

"*L'impulso della forza risultante agente su un punto materiale durante un intervallo di tempo Δt è uguale alla variazione della quantità di moto nel Δt* "

Momento angolare

Si definisce "**momento**" $\overline{M}$ di un vettore $\overline{w}$ (applicato in A) rispetto ad un punto Ω (polo o centro di riduzione) il vettore



$\overline{M} = \overline{r} \times \overline{w}$ con $\overline{r} = \overline{\Omega A}$

Il vettore $\overline{M}$ è ⊥ al piano di $\overline{r}$ e $\overline{w}$ e ha modulo

$M = r\, w\, \mathrm{sen}(\theta) = d\, w$

con θ angolo tra le direzioni di $\overline{r}$ e $\overline{w}$
d (braccio) distanza del polo dalla retta di azione di $\overline{w}$.

Si definisce "**momento assiale**" M_u di $\overline{w}$ rispetto ad un asse di versore $\overline{u}$ la grandezza scalare

$$M_u = (\overline{r} \times \overline{w}) \cdot \overline{u}$$

con $\overline{r} = \overline{\Omega A}$ dove Ω è un qualsiasi (????) punto dell'asse

Se $\overline{w} = \overline{q}$ (quantità di moto del punto materiale) il "**momento della quantità di moto o momento angolare**" $\overline{p}_\Omega$ è dato da

$$\overline{p}_\Omega = (\overline{r} - \overline{r}_\Omega) \times \overline{q} = \overline{r}\,' \times \overline{q}$$

con $\overline{r}\,'$ vettore che congiunge il polo Ω con il punto materiale

Derivando rispetto al tempo

$$d\overline{p}_\Omega/dt = [\, d(\overline{r} - \overline{r}_\Omega)/dt\,] \times \overline{q} + (\overline{r} - \overline{r}_\Omega) \times d\overline{q}/dt =$$
$$= (\overline{v} - \overline{v}_\Omega) \times \overline{q} + (\overline{r} - \overline{r}_\Omega) \times \overline{f} =$$
$$= -\overline{v}_\Omega \times \overline{q} + (\overline{r} - \overline{r}_\Omega) \times \overline{f} = -\overline{v}_\Omega \times \overline{q} + \overline{M}_\Omega$$

con $\overline{M}_\Omega$ "momento della forza $\overline{f}$". Se si sceglie come polo Ω un punto fisso ($\overline{v}_\Omega = 0$) allora

$$d\overline{p}_\Omega/dt = \overline{M}_\Omega$$

Momento angolare

Integrando la relazione $d\overline{p}_\Omega/dt = \overline{M}_\Omega$ rispetto al tempo si ha

$\Delta\overline{p}_\Omega = \int_{t_1}^{t_2} \overline{M}_\Omega \, dt$ (**Teorema del momento dell'impulso**)

Inoltre, se $\overline{M}_\Omega = 0 \rightarrow \overline{p}_\Omega =$ costante

↓

corpo puntiforme soggetto a una "**forza centrale**", ovvero forza diretta lungo la retta congiungente la posizione del punto materiale con un dato punto (ex: forza gravitazionale)

Quindi per forze centrali il momento angolare rispetto al centro di forza si conserva (conservazione del momento angolare).

Altre caratteristiche dei moti centrali:

1) sono piani

da $\overline{p}_\Omega =$ costante $\rightarrow \overline{r} \times \overline{v} =$ costante $\rightarrow$ il piano individuato da $\overline{r}$ e $\overline{v}$ rimane invariato nel tempo

2) avvengono con velocità areolare costante

velocità areolare $\overline{\sigma}$ = vettore con direzione $\perp$ al piano del moto, verso tale da vedere $\overline{r}$ ruotare in senso antiorario e modulo dato dalla rapidità con la quale il vettore $\overline{r}$ spazza il piano

In un intervallo infinitesimo dt, si ha $d\overline{r} = \overline{v}\, dt$ e quindi l'area dA spazzata da $\overline{r}$ è data, a meno di infinitesimi di ordine superiore

$dA = |\overline{r} \times d\overline{r}| / 2 = |\overline{r} \times \overline{v}|\, dt / 2$

Per il modulo della velocità areolare σ si ha quindi

$\sigma = dA/dt = |\overline{r} \times \overline{v}| / 2 = p / 2m$

e quindi

$$\overline{\sigma} = \overline{p} / 2m$$

Infine $\overline{p}_\Omega =$ costante $\rightarrow \overline{\sigma} =$ cost