Applicazione dei Principi della Dinamica

Applicazione: l'equazione $\overline{\mathbf{f}} = \mathbf{m}\, \overline{\mathbf{a}}$ può essere utilizzata in modi diversi:

a) per la misura indiretta di m da misure dirette di $\overline{f}$ e $\overline{a}$

b) per la misura indiretta di $\overline{a}$ da misure dirette di m e $\overline{f}$;
note a e le condizioni iniziali è possibile determinare l'equazione del moto

c) nota l'equazione del moto si possono determinare le caratteristiche delle forze agenti sul corpo
(caso particolare: statica
→ corpo in quiete
→ forze necessarie per equilibrio)

In un sistema di riferimento di coordinate cartesiane ortogonali l'equazione vettoriale può essere rappresentata da tre equazioni differenziali nelle incognite x, y e z

$$f_x\,(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) = m\,\ddot{x}$$

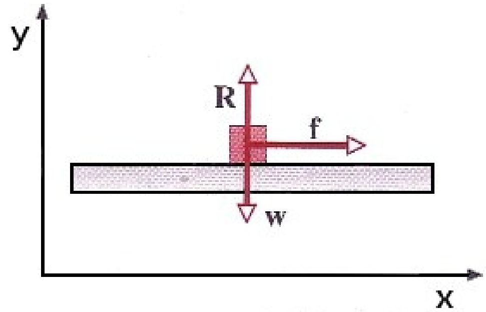
$$f_y\,(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) = m\,\ddot{y}$$

$$f_z\,(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) = m\,\ddot{z}$$

Vediamo nel seguito alcune applicazioni

Forze costanti

Consideriamo casi in cui le forze applicate non dipendono né da r, né da v, né da t.



a) forza costante $\overline{f}$ applicata ad un corpo di massa m poggiato su piano orizzontale liscio

$\overline{W} + \overline{R} + \overline{f} = m\overline{a}$ -> $f = m\,\ddot{x}$ -> moto rett. unif. acc.

→ $R - W = m\,\ddot{y}$ -> $R = W$

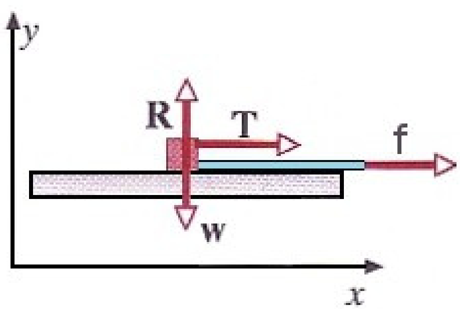
b) forza costante $\overline{f}$ applicata, tramite un filo di massa m_f, a un corpo di massa m poggiato su piano orizzontale liscio

sul corpo → $T = m\,\ddot{x}$

→ $R - W = m\,\ddot{y} = 0$

sul filo → $f - T = m_f\,\ddot{x}$

→ $R_f - W_f = m_f\,\ddot{y} = 0$



Considerando il sistema filo + corpo come un unico sistema

→ $f = (m + m_f)\,\ddot{x}$

→ $R_{tot} - W_{tot} = R + R_f - W - W_f = (m + m_f)\,\ddot{y} = 0$

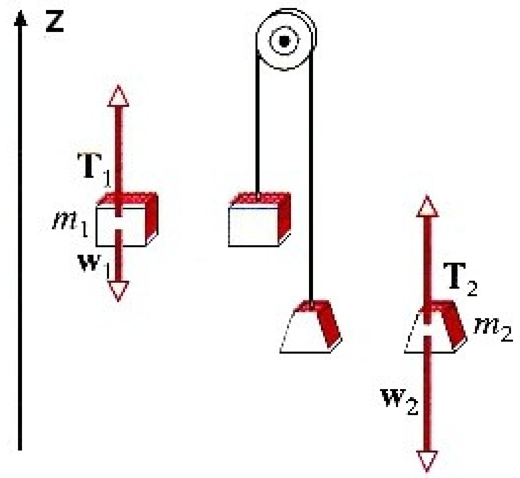
dalle quali si ottiene $\ddot{x} = \dfrac{f}{(m + m_f)}$ e $T = \dfrac{fm}{(m + m_f)} < f$

Quindi la forza $\overline{f}$ riduce la sua intensità lungo il filo.
Se $m_f \ll m$ allora $\overline{T} = \overline{f}$ e il filo si limita a trasmettere la forza $\overline{f}$ da un suo estremo all'altro. In tal caso le forze applicate al filo ($-\overline{T}$ e $\overline{f}$) sono uguali e opposte.

Forze costanti

c) macchina di Atwood

Due corpi, di massa m_1 e m_2, appesi agli estremi di un filo, inestensibile e di massa trascurabile rispetto a quelle dei corpi, che passa nella gola di una carrucola ideale (massa trascurabile e girevole senza attrito).



Applicando la seconda legge della dinamica ai due corpi si ha

corpo 1 $\quad \overline{w}_1 + \overline{T}_1 = m_1 \overline{a}_1$

corpo 2 $\quad \overline{w}_2 + \overline{T}_2 = m_2 \overline{a}_2$

Ma $\overline{T}_1 = \overline{T}_2 = \overline{T}$ e $a_{1z} = - a_{2z} = a_z$ e quindi

$T = (w_1 m_2 + w_2 m_1)/(m_1 + m_2) \qquad a_z = g (m_2 - m_1)/(m_1 + m_2)$

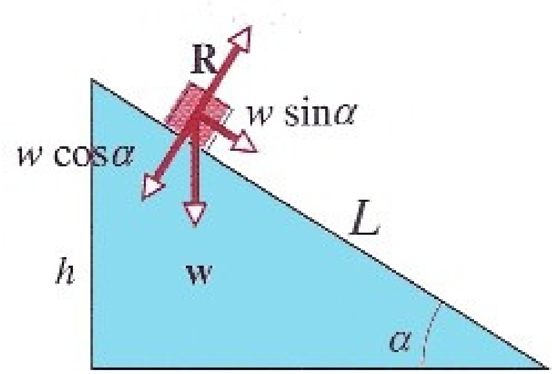
che permette di misurare g dalla misura di a_z, m_1 e m_2

d) corpo poggiato su un piano inclinato liscio

Corpo che può scivolare senza attrito lungo un piano inclinato di un angolo α rispetto al piano "orizzontale" (cosa è?)

Dalla seconda legge della dinamica

$$\overline{R} + \overline{w} = m \overline{a}$$



Proiettando lungo le direzioni normale (n) e tangente (t) alla traiettoria si ha

n) $R - w \cos\alpha = 0$ --> $R = w \cos\alpha$

t) $w \sin\alpha = m (d^2s/dt^2)$ --> moto uniformemente accelerato

e quindi, se per t = 0 vale s(0) = 0 e v(0) = 0, si ha

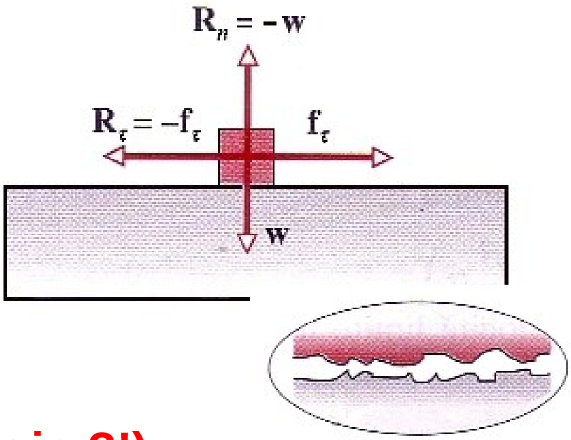
$$s(t) = ½ (g \sin\alpha)\, t^2 \quad \text{e} \quad v(t) = (g \sin\alpha)\, t$$

Se indichiamo con h la quota da cui parte il corpo si ottiene infine

$v^2_{fin} = 2 g h$ ovvero lo stesso valore della caduta libera

Forze di attrito

Attrito Statico



Corpo poggiato su superficie orizzontale “scabra”
Forza orizzontale $\overline{f}$ applicata ad esso -> si ha equilibrio finché

$$\overline{f} \le -\overline{R}_t^{max} = -\mu_s R_n \bar{u}_t$$

(indipendente da superficie di appoggio ?!)

con $\bar{u}_t$ versore tangenziale, μ_s coefficiente di attrito statico, $\overline{R}_t$ reazione tangenziale del piano e R_n modulo della reazione normale

Attrito Dinamico

Una volta messo in moto il corpo, è sufficiente una forza di modulo inferiore (rispetto a quella che ha prodotto l'inizio del moto) per mantenere costante la velocità del corpo.
Sperimentalmente

$$\overline{R}_t = -\mu_d R_n \bar{u}_v$$

con μ_d coefficiente di attrito dinamico e $\bar{u}_v$ versore della velocità
In tabella sono riportati valori tipici dei coefficienti di attrito

Sistema	μ_s	μ_d
Legno-legno	0.25 – 0.5	0.2
Vetro – vetro	0.9 -1	0.4
Acciaio – acciaio	0.7	0.4
Gomma – cemento	1	0.8

!!!! Importanza dell'attrito nella locomozione umana e veicolare