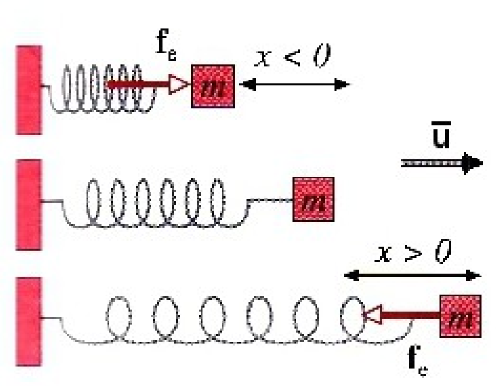
Forze elastiche

Le forze elastiche (molla) dipendono solo dalla posizione

"Molla ideale" → agisce con una forza di modulo proporzionale alla deformazione x della molla, ovvero



$$\bar{f}_e = - k\, x\, \bar{u}$$ (Legge di Hooke)

con
k costante elastica della molla,
x variazione (pos. o neg.) di lunghezza della molla rispetto al valore di riposo
$\bar{u}$ versore che punta al corpo su cui agisce la forza.

La molla ideale agisce sui corpi a contatto in ambedue gli estremi con forze uguali e opposte, date dalla Legge di Hooke con versori opposti.

a) moto oscillatorio armonico

equazione differenziale $\mathbf{m\,(d^2x/dt^2) = -k\,x}$ caratteristica di un moto oscillatorio con soluzione

$$x(t) = x(0)\ \text{sen}\ (\omega\, t + \varphi)$$

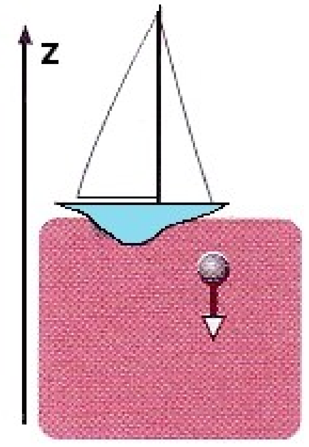
con $\omega = (k/m)^{0.5}$ detta "pulsazione" e x(0) e φ dipendenti dalle condizioni iniziali

b) costanti elastiche delle molle

- due molle uguali in parallelo $k_{tot} = 2\,k$ (più rigida)
- due molle uguali in serie $k_{tot} = k/2$ (meno rigida)
- fissata la lunghezza della molla la sua costante elastica aumenta al diminuire delle spire (ammortizzatori auto)

c) origine microscopica delle forze elastiche
nascono da variazione distanza interatomica, "modulo Young"

Forze dipendenti dalla velocità



Attrito Viscoso

Corpo in caduta libera in un fluido

-> resistenza $\bar{f}_R$ del mezzo

In casi semplici (geometria semplice, bassa velocità, assenza di turbolenze nel fluido) vale

$\bar{f}_R = -k\,\bar{v}$ **(Legge di Stokes)**

con $\bar{v}$ velocità relativa corpo-fluido e k costante dipendente dalla geometria e dalle dimensioni del corpo e dal fluido

Dal secondo principio della dinamica, scelto un sistema di riferimento con asse z diretto verso l'alto, si ha

$$m\vec{a} = \vec{f}_R + \vec{W} \qquad m\ddot{z} = -k\dot{z} - mg$$

equazione differenziale non omogenea con soluzione

$$z(t) = C_1 + C_2 e^{-(\frac{k}{m}t)} - \frac{mg}{k}t$$

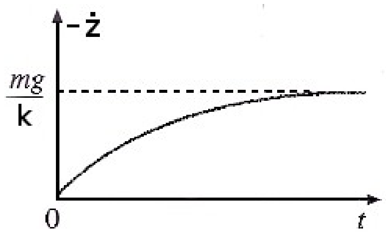
dove C_1 e C_2 dipendono dalle condizioni iniziali.

Se il corpo viene lasciato da una quota h con velocità nulla si ha

$$z(t) = h + \frac{m^2 g}{k^2}\left[1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right] - \frac{mg}{k}t$$

e con velocità

$$\dot{z}(t) = -\frac{mg}{k}\left[1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right]$$



Per corpo sferico di raggio r **k = 6 π r η**

(per una superficie piana è circa il doppio, per una affusolata può essere un decimo)

con **η coefficiente di viscosità** del fluido (in unità 10^{-3} Ns/m^2 vale 833 per glicerina, 1.005 per acqua, 0.018 per aria),

Dinamica nei moti circolari

Moto Circolare Uniforme

Accelerazione (solo) centripeta -> $\bar{a} = (v^2/r)\,\bar{u}_n$

Dal secondo principio -> forza centripeta $\bar{f}_n = m\,\bar{a}$ che può essere fornita da

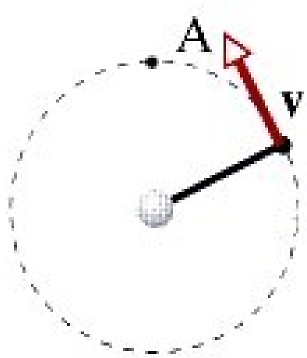
- filo (pendolo conico),
- attrito (corpo in quiete su piattaforma orizzontale scabra rotante, auto in curva),
- reazione vincolare su superficie di appoggio inclinata (curva parabolica)

Moto Circolare Non Uniforme

Corpo di massa m vincolato a muoversi su traiettoria circolare giacente su piano verticale.

Il vincolo deve:

1) compensare il peso del corpo
2) fornire la necessaria forza centripeta di modulo mv^2/d ad ogni istante. In particolare, quando la velocità è minima (punto A più alto della traiettoria), per il secondo principio, indicando con R(A) il modulo del componente radiale della forza del vincolo nel punto più alto, dovrà quindi valere



$mg + R(A) = mv^2/d$ -> $R(A) = mv^2/d - mg$

vincolo bilaterale (sbarretta rigida) -> R(A) >0 oppure <0

vincolo unilaterale (filo inestendibile) -> solo R(A) >0

Nel caso esaminato dovrà valere $mv^2/d > mg$ -> $v^2 > gd$